

文章编号: 1006-4710(2011)04-0481-05

# 复合线性调频信号的模糊函数分析

刘领容<sup>1</sup>, 王凌<sup>2</sup>, 姚远程<sup>1</sup>, 张小乾<sup>1</sup>

(1. 西南科技大学 信息工程学院, 四川 绵阳 621010; 2. 中国工程物理研究院, 四川 绵阳 621000)

**摘要:** 为提高单斜率线性调频信号的距离速度联合分辨力, 提出了一种正负双斜率的复合线性调频信号, 推导并分析了该信号的模糊函数。仿真得到了复合线性调频信号以及单斜率线性调频两种信号的模糊函数图、-3 dB 模糊度图、距离模糊函数图以及速度模糊函数图, 对比研究发现复合线性调频信号相对单斜率线性调频信号具有更好的速度分辨力和距离速度联合分辨力。

**关键词:** 复合线性调频信号; 线性调频; 模糊函数; 分辨力

**中图分类号:** F830.5      **文献标志码:** A

## Analysis of Ambiguity Function of Combined Linear Frequency Modulation Signal

LIU Lingrong<sup>1</sup>, WANG Ling<sup>2</sup>, YAO Yuancheng<sup>1</sup>, ZHANG Xiaoqian<sup>1</sup>

(1. Faculty of Information Engineering, South West University of Science and Technology, Mianyang Sichuan 621010;

2. Chinese Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621000)

**Abstract:** In order to improve the joint distance-velocity-resolution of the single slope linear frequency modulation (LFM), a composed linear frequency modulation radar signal composed of chirp up and chirp down slopes is proposed. The ambiguity functions of the composed linear frequency modulation signal and the single slope linear frequency modulation signal are deduced and analyzed. The simulations of the two kinds of signals about the ambiguity function, -3 dB ambiguity graph, distance ambiguity graph and velocity ambiguity graph have been presented and compared. The differences of them show that the composed linear frequency modulation radar signal has a better performance on velocity resolution and joint distance-velocity-resolution than the single slope linear frequency modulation radar signal.

**Key words:** combined LFM signal; LFM; ambiguity function; resolution

现代雷达为了解决探测距离和距离分辨力之间的矛盾, 常采用调频或调相的方法来增加信号带宽, 线性调频信号 (LFM) 通过非线性相位调制具有大的时宽带宽积, 不仅解决了距离分辨力与探测距离之间的矛盾, 而且具有好的速度分辨力, 因而备受青睐<sup>[1-3]</sup>。模糊函数是雷达信号处理的重要工具, 能有效地分析雷达的测量精度、目标分辨力、距离模糊和杂波抑制能力。传统线性调频雷达信号一般采用单斜率线性调频信号, 模糊函数呈斜刀刀状, 原点处能量最大, 虽然具有好的距离分辨力和速度分辨力, 但模糊函数图的旁瓣沿调频斜率方向下降较慢, 因而距离速度联合分辨力很低。单分量线性调频信号的模糊函数过原点沿调频斜率呈直线分布<sup>[4]</sup>, 因此构造不同调频斜率的复合线性调频信号使各分量的模糊函数自项分布都过原点, 并沿着不同的调频斜

率分布, 则仅在原点附近的主瓣与主瓣叠加, 旁瓣基本保持不变, 主瓣孤立而凸起, 主副瓣比得以提高, 模糊函数图的 -3 dB 截面面积减小, 速度和距离的联合分辨力得到提高。本研究具体推导了正负双斜率线性调频信号 (即复合线性调频信号, CLFM) 的模糊函数, 将其与单斜率线性调频信号的模糊函数进行对比分析, 并绘制了模糊函数图进行验证。

## 1 单斜率线性调频信号的模糊函数

模糊函数的实质是信号匹配滤波器的输出, 其定义为<sup>[4]</sup>:

$$|\chi(\tau, \nu)| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) u^*(t + \tau) e^{2j\pi\nu t} dt \right| \quad (1)$$

其中,  $u(t)$  表示信号  $x(t)$  的复包络, 其中  $\tau$  表示时延,  $\nu$

收稿日期: 2011-06-02

基金项目: 国家自然科学基金和 NASF 联合基金资助项目(10876035)。

作者简介: 刘领容(1986-), 女, 湖南邵阳人, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理。E-mail: 491751695@qq.com。

王凌(1961-), 男, 重庆人, 教授, 研究方向为雷达引信。E-mail: lingcodqq@yahoo.cn。

表示多普勒频,非零时的模糊函数 $\tau$ 和 $\nu$ 表示与标称目标有不同距离和不同多普勒的目标回波。 $|\chi(\tau, \nu)|$ 随着 $\tau$ 和 $\nu$ 的增加下降得越迅速分辨率越高,即模糊度越小。线性调频信号的复包络可表示为<sup>[5]</sup>:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t_p}} e^{j\pi kt^2}, & 0 < t < t_p \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中,调频斜率 $k = 2\pi B/t_p$ , $B$ 为信号带宽, $t_p$ 为信号时宽,信号的时宽带宽积为 $D = t_p B$ 。线性调频信号的模糊函数为<sup>[5]</sup>:

$$\chi(\tau, \nu) = \begin{cases} e^{j\pi[(\nu-k\tau)(t_p-\tau)-k\tau^2]} \frac{\sin[\pi(\nu-k\tau)(t_p-|\tau|)]}{\pi(\nu-k\tau)(t_p-|\tau|)} \times \frac{t_p-|\tau|}{t_p}, & |\tau| < t_p \\ 0, & |\tau| \geq t_p \end{cases} \quad (3)$$

其模值为:

$$|\chi(\tau, \nu)| = \begin{cases} \frac{\sin[\pi(\nu-k\tau)(t_p-|\tau|)]}{\pi(\nu-k\tau)(t_p-|\tau|)} \times \frac{t_p-|\tau|}{t_p}, & |\tau| < t_p \\ 0, & |\tau| \geq t_p \end{cases} \quad (4)$$

令 $\nu = 0$ ,可得距离模糊函数为:

$$|\chi(\tau, 0)| = \left| \frac{\sin[\pi(-k\tau)(t_p-|\tau|)]}{\pi(-k\tau)(t_p-|\tau|)} \times \frac{t_p-|\tau|}{t_p} \right| = \left| \text{sinc}[\pi k\tau(t_p-|\tau|)] \frac{t_p-|\tau|}{t_p} \right|, |\tau| < t_p \quad (5)$$

令 $\tau = 0$ ,可得速度模糊函数为:

$$|\chi(0, \nu)| = \left| \frac{\sin(\pi\nu t_p)}{\pi\nu t_p} \right| = \text{sinc}(\pi\nu t_p), |\tau| < t_p \quad (6)$$

由(4)式得,当 $\nu - k\tau = 0$ 时 $|\chi(\tau, \nu)| = \frac{t_p-|\tau|}{t_p} =$

$1 - \frac{|\tau|}{t_p}$ ,则投影为沿 $\nu = k\tau$ 的过原点的直线,且在原点取到最大值。由(5)式得,当 $\pi k\tau(t_p-|\tau|) = N\pi$ ( $N$ 取非零整数)时 $|\chi(\tau, 0)| = 0$ ,其中,若 $N = \pm 1$ ,则 $k\tau(t_p-|\tau|) = \pm 1$ ,即 $\tau \approx \frac{1}{B}$ ( $B = Kt_p$ ,

$Bt_p \gg 1$ )时, $|\chi(\tau, 0)|$ 取第一零点,因此 $\tau \approx \frac{1}{B}$

为距离瑞利分辨率。由(6)式得,当 $\pi\nu t_p = N\pi$ ( $N$ 取非零整数)时, $|\chi(0, \nu)| = 0$ ,当速度模糊函数出现第一零点时, $\nu = \frac{\pm 1}{t_p}$ ,即为速度瑞利分辨率。

## 2 复合线性调频信号及其模糊函数

复合线性调频信号是采用正负两个斜率分量的线性调频信号,即 $|k| = 2\pi B/t_p$ ,为了方便比较设复合信号的总带宽与单斜率 LFM 带宽相同,其角频率与时间的函数关系为:

$$\omega(t) = \begin{cases} 2\pi f_0 + kt, & -t_p \leq t \leq 0 \\ 2\pi f_0 - kt, & 0 < t \leq t_p \end{cases} \quad (7)$$

由(7)式可以看出,该信号的时宽带宽积是单斜率 LFM 的两倍,因此较单斜率 LFM 具有更好的脉冲压缩性能。该信号的包络形式表达式为:

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{2t_p}} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) e^{j\pi kt^2} + \frac{1}{\sqrt{2t_p}} \text{rect}\left(\frac{t-t_p}{t_p}\right) e^{-j\pi kt^2} \quad (8)$$

式中, $\text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & -1 \leq t \leq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。

将(8)代入(1)式可得复合线性调频信号的模糊函数。由于雷达接收机只对有效段内的回波信号进行目标信息提取,假若此信号的最大目标时延为 $\tau_{\max}$ ,则有效段为 $[\tau_{\max}-t_p, 0]$ 和 $[\tau_{\max}, t_p]$ ,在 $[0, \tau_{\max}]$ 区间的两分量间的互模糊函数不存在,因此,复合信号的模糊函数可等效为:

$$\chi(\tau, \nu) = \chi_a(\tau, \nu) + \chi_b(\tau, \nu) \quad (9)$$

其中:

$$\chi_a(\tau, \nu) = \frac{1}{2t_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) e^{j\pi kt^2} \text{rect}\left(\frac{t+\tau}{t_p}\right) e^{-j\pi k(t+\tau)^2} e^{2j\pi\nu t} dt \quad (10)$$

$$\chi_b(\tau, \nu) = \frac{1}{2t_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t-t_p}{t_p}\right) e^{-j\pi kt^2} \text{rect}\left(\frac{t-t_p+\tau}{t_p}\right) e^{j\pi k(t+\tau)^2} e^{2j\pi\nu t} dt \quad (11)$$

(10)式中,当 $0 < \tau < t_p$ 时,

$$\begin{aligned} \chi_a(\tau, \nu) &= \frac{1}{2t_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) e^{j\pi kt^2} \text{rect}\left(\frac{t+\tau}{t_p}\right) e^{-j\pi k(t+\tau)^2} e^{2j\pi\nu t} dt = \\ &= \frac{1}{2t_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) e^{j\pi kt^2} \text{rect}\left(\frac{t+\tau}{t_p}\right) e^{-j\pi k(t+\tau)^2} e^{2j\pi\nu t} dt = \\ &= \frac{e^{-j\pi k\tau^2}}{2t_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{t_p}\right) \text{rect}\left(\frac{t+\tau}{t_p}\right) e^{2j\pi(\nu-k\tau)t} dt = \\ &= \frac{e^{-j\pi k\tau^2}}{2t_p} \int_{-t_p}^{-\tau} e^{2j\pi(\nu-k\tau)t} dt = \frac{e^{-j\pi k\tau^2}}{2t_p} \frac{e^{-2j\pi(\nu-k\tau)\tau} - e^{-2j\pi(\nu-k\tau)t_p}}{2j\pi(\nu-k\tau)} = \end{aligned}$$

$$\frac{e^{-j\pi k\tau^2}}{2t_p} \frac{e^{-j\pi(\nu-k\tau)\tau-j\pi(\nu-k\tau)t_p}}{2j\pi(\nu-k\tau)} \left[ e^{j\pi(\nu-k\tau)(t_p-\tau)} - e^{-j\pi(\nu-k\tau)(t_p-\tau)} \right] =$$

$$e^{-j\pi[(\nu-k\tau)(\tau+t_p)+k\tau^2]} \frac{t_p - \tau}{2t_p} \frac{e^{j\pi(\nu-k\tau)(t_p-\tau)} - e^{-j\pi(\nu-k\tau)(t_p-\tau)}}{2j\pi(\nu-k\tau)(t_p-\tau)} =$$

$$e^{j\pi[(k\tau-\nu)(\tau+t_p)-k\tau^2]} \frac{t_p - \tau}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu-k\tau)(t_p-\tau)] \quad (12)$$

当  $-t_p < \tau < 0$  时有:

$$\chi_a(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau-\nu)(t_p+\tau)-k\tau^2]} \frac{t_p + \tau}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu - k\tau)(t_p + \tau)] \quad (13)$$

因此有:

$$\chi_a(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau-\nu)(t_p+\tau)-k\tau^2]} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu - k\tau)(t_p - |\tau|)] \quad (14)$$

当  $0 < \tau < t_p$  时有:

$$\chi_b(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau+\nu)(t_p-\tau)+k\tau^2]} \frac{t_p - \tau}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu + k\tau)(t_p - \tau)] \quad (15)$$

当  $-t_p < \tau < 0$  时有:

$$\chi_b(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau+\nu)(t_p-\tau)+k\tau^2]} \frac{t_p + \tau}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu + k\tau)(t_p + \tau)] \quad (16)$$

因此有:

$$\chi_b(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau+\nu)(t_p-\tau)+k\tau^2]} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu + k\tau)(t_p - |\tau|)] \quad (17)$$

综上所述,有:

$$\chi_a(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau-\nu)(t_p+\tau)-k\tau^2]} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu - k\tau)(t_p - |\tau|)] \quad (18)$$

$$\chi_b(\tau, \nu) = e^{j\pi[(k\tau+\nu)(t_p-\tau)+k\tau^2]} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu + k\tau)(t_p - |\tau|)] \quad (19)$$

$$\chi(\tau, \nu) =$$

$$e^{j\pi[(k\tau-\nu)(t_p+\tau)-k\tau^2]} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu - k\tau)(t_p - |\tau|)] + e^{j\pi[(k\tau+\nu)(t_p-\tau)+k\tau^2]} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi(\nu + k\tau)(t_p - |\tau|)] \quad (20)$$

距离模糊函数为:

$$|\chi(\tau, 0)| = \left| e^{j\pi k\tau^2} \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi k\tau(t_p - |\tau|)] \right| = \left| \frac{t_p - |\tau|}{2t_p} \text{sinc}[\pi k\tau(t_p - |\tau|)] \right| \quad (21)$$

速度模糊函数为:

$$|\chi(0, \nu)| = \left| e^{-j\pi\nu t_p} \frac{1}{2} \text{sinc}(\pi\nu t_p) + e^{j\pi\nu t_p} \frac{1}{2} \text{sinc}(\pi\nu t_p) \right| = |\text{sinc}(2\pi t_p \nu)| \quad (22)$$

由(3)式可知,单斜率线性调频信号的模糊函数沿着直线  $\nu - k\tau = 0$  分布,该直线过原点,斜率为调频斜率。由(20)式可知,复合 LFM 的模糊函数相当于两个不同斜率的单斜率线性调频信号模糊函数的叠加,该模糊函数沿着  $\nu - k\tau = 0$  和  $\nu + k\tau = 0$  两条直线分布,这两条直线的斜率值互为相反数,均过原点,由于模糊函数原点处能量最大,因此复合线性调频信号模糊函数的主瓣在原点附近叠加,副瓣基本保持不变,因此主副瓣比得到提高,联合分辨力得到提高。将(21)式与(5)式比较可知,单斜率线性调频信号和复合线性调频信号的距离模糊函数相同,因此复合 LFM 信号相对单斜率 LFM 信号,距离分辨力无改善。由(22)式可知,当  $2\pi\nu t_p = N\pi$  ( $N$  取非零整数)时  $|\chi(0, \nu)| = 0$ ,因此,当复合 LFM 的速度模糊函数出现第一零点时,  $N = \pm 1, \nu = \pm \frac{1}{2t_p}$ ,因此,

$\nu = \pm \frac{1}{2t_p}$  为复合线性调频信号速度上的瑞利分辨力,而单斜率 LFM 的速度瑞利分辨力为  $\nu = \pm \frac{1}{t_p}$ 。由(22)式和(6)式直接比较也可得,两种信号的速度模糊函数形式相同,都是辛格函数,只是复合线性调频信号的周期是单斜率线性调频信号周期的一半,因此复合信号的速度瑞利分辨力相对单斜率线性调频信号提高了两倍。由于距离速度联合分辨力不便于直接分析,因此通过仿真观察 -3 dB 模糊度图来进行比较。

### 3 仿真及性能分析

分别对单斜率 LFM 以及复合 LFM 信号进行仿真,若单斜率 LFM 和复合 LFM 的实际带宽均为  $B$ ,单斜率 LFM 的实际时宽为  $t_p$ ,复合 LFM 信号的实际时宽为  $2t_p$ ,其中  $Bt_p = 20$ ,则单斜率 LFM 的时宽带宽积为 20,复合 LFM 信号的时宽带宽积为 40(见图 1 ~ 3)。

图 1 中模糊函数图的横纵坐标分别为归一化时延和归一化多普勒频移,由于模糊函数在坐标原点对称,为方便查看距离模糊函数,描绘了模糊函数的一半。由图 1(a)可见,单斜率 LFM 的模糊函数呈斜刀刃状,原点附近的峰值沿着直线  $\nu - k\tau = 0$  下降很慢,距离速度联合分辨力不高。由图 1(b)可看出,复合 LFM 信号的模糊函数沿着两直线  $\nu - k\tau = 0$  和

$\nu + k\tau = 0$  分布,主瓣在原点处叠加,而副瓣不变,因此主副瓣比大大提高,模糊函数图呈图钉形,旁瓣沿原点周围下降很快,距离速度联合分辨大大提高。

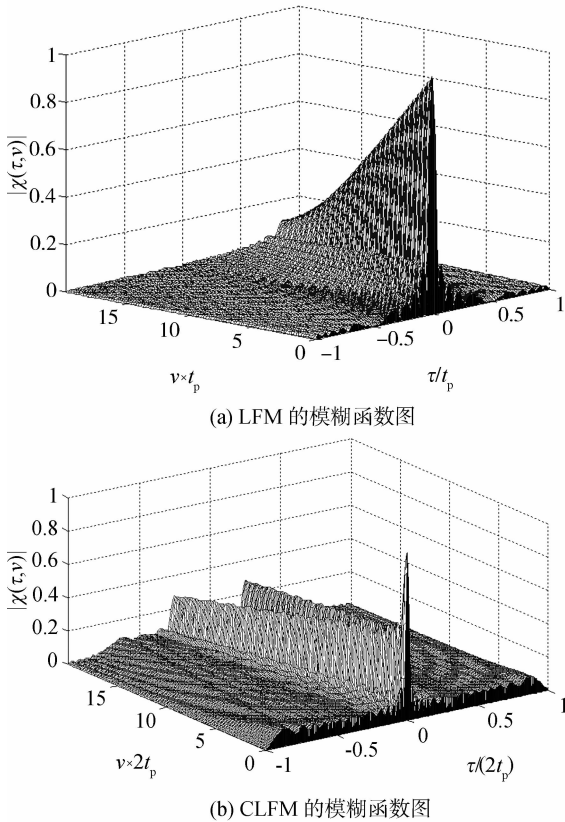


图1 LFM和CLFM的模糊函数图

Fig.1 The ambiguity graphs of LFM and CLFM

模糊函数 - 3 dB 模糊度图沿时延轴的宽度决定了距离(时延)分辨力,沿频率轴的宽度决定了径向速度(多普勒频移)精度,模糊度图的中心面积决定了距离速度联合分辨力的大小。从图2可以看出,单斜率 LFM 的 - 3 dB 模糊度图呈斜带状分布,面积相对较大,复合 LFM 的 - 3 dB 模糊度图呈中心分布,面积相对较小。由图2(a)可见,单斜率 LFM - 3 dB 模糊度图的距离分辨力约为  $0.044t_p$ , 速度分辨力约为  $\frac{0.9}{t_p}$ 。由图2(b)可见,复合 LFM 的距离分辨力约为  $0.022 \times 2t_p = 0.044t_p$ , 速度分辨力约为  $\frac{0.9}{2t_p} = \frac{0.45}{t_p}$ , 由上述数据发现复合 LFM 信号相对单斜率 LFM 的速度分辨力提高两倍,距离分辨力二者一样。将图2(a)和2(b)进行比较可见,复合 LFM 的 - 3 dB 模糊度图面积远远小于单斜率 LFM - 3 dB 模糊度图面积,因此复合 LFM 信号的距离速度联合分辨力相对单斜率 LFM 的距离速度联合分辨力大有提高。

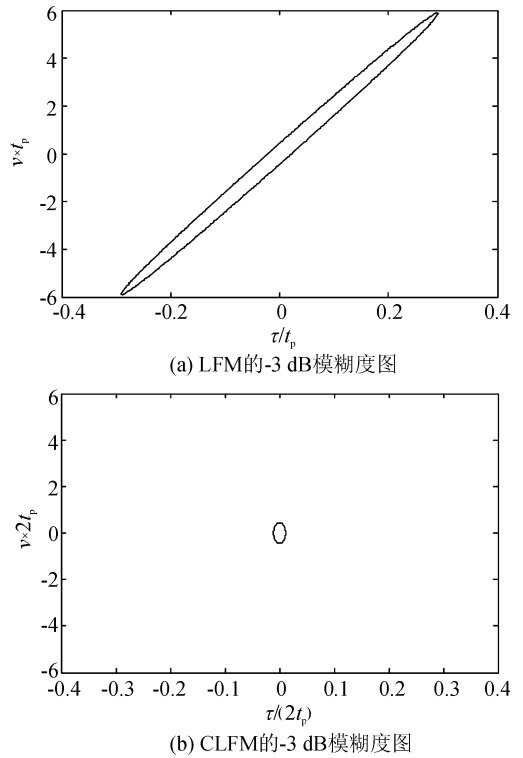


图2 LFM和CLFM的-3 dB模糊度图

Fig.2 The - 3 dB ambiguity graphs of LFM and CLFM

图3为 LFM 和 CLFM 的距离模糊函数图。从图3可见,LFM 和复合 LFM 的距离模糊函数图形的形式相同。

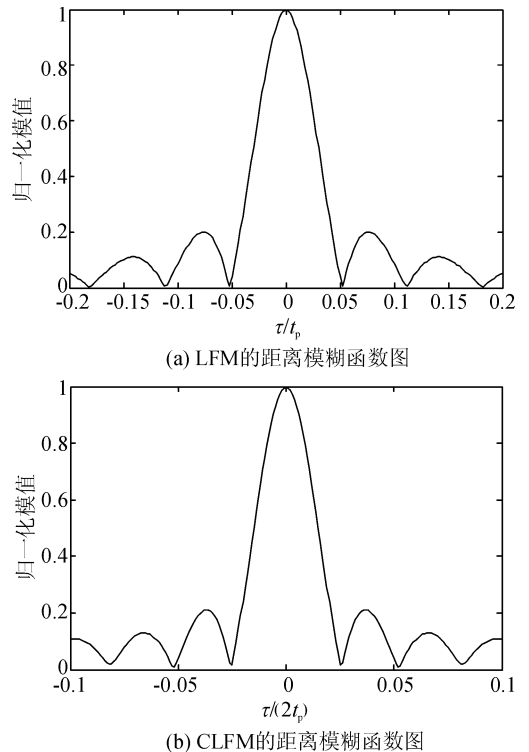
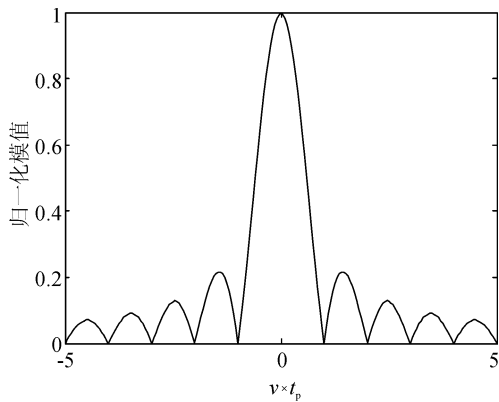


图3 LFM和CLFM的距离模糊函数图

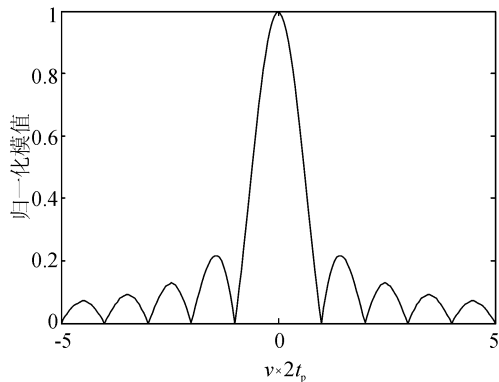
Fig.3 The distance ambiguity graphs of LFM and CLFM

由图 3(a) 可知, 单斜率 LFM 的距离瑞利分辨力约为  $0.05t_p$ , 图 3(b) 可知复合 LFM 的距离瑞利分辨力约为  $0.025 \times 2t_p = 0.05t_p$ 。因此, 复合 LFM 的距离瑞利分辨力和单斜率 LFM 的距离瑞利分辨力相同, 与前面的理论推导中阐述的两信号具有相同的距离模糊函数一致。

从图 4 可以看出, LFM 和复合 LFM 的速度模糊函数图形的形式相同, 都是辛格函数, 只是复合 LFM 的速度模糊函数的周期是单斜率 LFM 周期的一半, 由图 4(a) 可知单斜率 LFM 的速度瑞利分辨力约为  $\frac{1}{t_p}$ , 由图 4(b) 可知复合 LFM 的速度瑞利分辨力约为  $\frac{1}{2t_p}$ , 因此, 复合 LFM 相对单斜率 LFM 速度瑞利分辨力提高两倍, 与理论推导相符。



(a) LFM 的速度模糊函数图



(b) CLFM 的速度模糊函数图

图 4 LFM 和 CLFM 的速度模糊函数图

Fig. 4 The velocity ambiguity graphs of LFM and CLFM

## 4 结 论

1) 单斜率线性调频信号的模糊函数在模糊平面沿直线  $\nu - k\tau = 0$  分布, 模糊函数图呈斜刀刃状, 峰值沿着直线  $\nu - k\tau = 0$  方向下降缓慢,  $-3$  dB 模糊度图呈斜带状, 面积相对较大, 因此距离速度联合分辨力较低;

2) 复合线性调频信号的模糊函数图沿着直线  $\nu - k\tau = 0$  和  $\nu + k\tau = 0$  分布, 主瓣在原点附近叠加, 副瓣基本保持不变, 因此主副瓣比大大提高, 其模糊函数图呈图钉状,  $-3$  dB 模糊度图呈圆形分布, 相对单斜率线性调频信号的  $-3$  dB 模糊度图的斜带状分布更集中, 且面积更小, 因此具有更高的距离速度联合分辨力。这两种信号的距离模糊函数相同, 因此复合线性调频信号的距离分辨力相对单斜率线性调频信号无改善;

3) 速度模糊函数都是辛格函数, 具有相同的形式, 但复合线性调频信号的速度模糊函数的周期是单斜率线性调频信号周期的一半, 因此复合线性调频信号的速度瑞利分辨力相对单斜率线性调频信号提高了两倍, 其中单斜率线性调频信号的速度瑞利分辨力为  $\nu = \pm \frac{1}{t_p}$ , 复合线性调频信号的速度瑞利分辨力为  $\nu = \pm \frac{1}{2t_p}$ 。

综上所述, 复合线性调频信号具有比单斜率线性调频信号更好的速度分辨力和距离速度联合分辨力。

## 参考文献:

- [1] Besson O, Cho N, Swami A. Parameter estimation for random amplitude chirp signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(12): 3208-3219.
- [2] 刘建新, 林华, 陈惠连, 等. 二相编码脉冲信号的距离多普勒信号处理[J]. 信息与电子工程, 2003, 6(1~2): 41-44.  
Liu Jianxin, Lin Hua, Chen Huilian, et al. Range-doppler signal processing of Bi-phase-code pulse signal[J]. Information and Electronic Engineering, 2003, 6(1~2): 41-44.
- [3] Kehrbeck J, Heidrich E, Wiesbeck W. A Novel and Inexpensive Short Range FM-CW Radar Design[C]//Proceedings of 1992 IEEE Radar International Conference. Piscataway: USA, 1992: 284-296.
- [4] 李英祥. 低截获信号非平稳处理技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2002: 17-20.  
Li Yingxiang. Research on Non-Stationary Processing Methods of Low Probability of Intercept Signals[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2002: 17-20.
- [5] 张仕元. 雷达波形设计与 LFM 信号处理[D]. 南京: 东南大学, 2006: 17-24.  
Zhang Shiyuan. Waveform Design and LFM Processing [D]. Nanjing: Southeast University, 2006: 17-24.