文章编号: 1006-4710(2011)04-0496-04

大规模定制环境下的生产单元数量分析——基于成本最优化原则

蒲国利, 刘晨光
(西安理工大学 经济与管理学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 在考虑生产能力水平约束的基础上,以单元生产系统成本最优为目标,提出并构建了生产单元数量问题样本均值近似模型。结合随机仿真方法,提出了近似模型的割平面求解算法及算法进一步优化的方向。

关键词: 单元生产;样本均值近似法;割平面法
中图分类号: TH165 **文献标志码:** A

Analysis of Manufacturing Cell Quantity in MC- Based on Cost Optimization

PU Guoli, LIU Chenguang
(Faculty of Economics and Management, Xi'an University of Technology, Xi' an 710054, China)

Abstract: On basis of considering production ability restriction and with optimizing the total costs of cellular manufacturing system as the objective, the paper proposes and constructs the model for manufacturing cell quantity problem. In considering the complexity of the problem, the sample average value approximation model for the problem is established. In combing with random simulation method, this paper suggests the cutting planes algorithm for the approximation model. In summing up the weak points of large quantity of computation, this paper advances the further optimal direction for the algorithm.

Key words: cellular manufacturing; sample average approximation; cutting planes method

随着市场竞争日益加剧,客户的需求日渐多样化和个性化,大规模定制(Mass Customization, MC)逐渐取代传统的大规模生产而成为主要的生产模式。国内外学者对 MC 的研究可以划分为两个领域,一个是研究 MC 的不同水平,即 MC 的不同形式,这方面的研究主要集中在如何对不同形式的 MC 进行界定;另一个是研究如何实现 MC,即实现 MC 所需要的工程技术、管理方法等,这一类的研究集中在如何识别顾客个性化需求、如何实现产品的敏捷开发、如何改进生产系统和如何优化供应链等几个方面[1]。单元生产是实现 MC 的主要手段,它结合了作业车间(Job Shop)的柔性和大规模生产的高效性,目前已成为欧美和日本制造企业普遍流行的生产方式[2]。单元生产通过建立 Cell 模式,减少了工作人员数量,去掉了自动化设备,通过使用简单设备和工具,降低生产和管理的成本,以最终降低产品的成本,提高工人的工作积极性和责任感以提升产品质量。同时,Cell 的建立可以根据产品种类的变动灵活快速的更改生产模型和生产产品,从而更好地符合客户化生产个性化、低成本、高质量的要求[3]。目前对单元生产的研究集中于该生产方式的机理,如组织形式、生产能力调节、物流控制及团队授权等,而对于一个企业如何配置合理的生产单元数量,在满足顾客需求的同时实现最经济的运作方面的研究相对匮乏[4-6]。本研究提出了在满足顾客需求的生产能力水平下,确定不同时期生产单元数量的算法及割平面求解方法,目的在于使企业在满足顾客需求的同时,实现单元生产系统运作成本最优化。

收稿日期: 2011-08-28
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171161);陕西省高校重点学科建设基金资助项目(107-00X902)。
作者简介: 蒲国利(1977-),男,湖北十堰人,讲师,研究方向为工业工程与管理。E-mail:pgl@xaut.edu.cn。

1 生产单元数量问题模型

1.1 问题描述

在市场经济环境下企业所面临的顾客需求是随机的。为了更好地对市场需求做出快速反应，可将企业的生产计划周期细分为星期、月、季度等不同的作业期。在每个作业期企业必须达到一定的生产能力水平以满足顾客需求，同时也要求企业决策者以最低成本运行生产系统。这对 MC 生产模式意味着企业在达到生产能力水平等约束条件的同时，要确定每个时期生产单元的最佳数目，以使生产系统总的运行成本最小。

1.2 模型构建

企业每个作业期运行的生产单元必须满足一定的生产能力水平约束。因为顾客订单的到达和企业满足顾客需求的时间是未知且随机的，所以每一个作业期企业的生产能力水平是一个随机变量。令 $\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi})$ 表示第 i 作业期订单下达的产品数目，$\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi})$ 为规定时间限制内完成的产品数目，其多少基于生产单元 $\boldsymbol{y}$。则 i 时期接收到需要生产的产品数目 n 的微分为：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi}^d)}{\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi}^d)}=\frac{\lim_{n\to\infty}n^{-1}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi}^d)}{\lim_{n\to\infty}n^{-1}\sum_{d=1}^{n}\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi}^d)} \quad (1)$$

其中，$\boldsymbol{\xi}$ 为随机向量，代表问题中所有的随机数，$\boldsymbol{\xi}_1,\cdots,\boldsymbol{\xi}_n$ 分别表示 $\boldsymbol{\xi}$ 中相互独立的 n 个实际值。

如果 $E[\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi})]<\infty$，则强大数定律可以分别应用于式(1)的分子和分母，那么最后期望的比率为 $E[\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi})]/E[\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi})]$。当 $\boldsymbol{l}^i$ 为第 i 个作业期顾客可接受的最小生产能力水平时，$E[\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi})]/E[\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi})]\geqslant\boldsymbol{l}^i$ 就是第 i 期生产能力水平约束的表达式(除了病态的 $E[\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi})]=0$)。定义 $G^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi}):=\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi})-\boldsymbol{l}^i\boldsymbol{N}^i(\boldsymbol{\xi})$，则可以将生产能力水平约束写为 $E[G^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi})]\geqslant 0$。

定义 $g^i(\boldsymbol{y}):=E[G^i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi})]$ 为第 i 期生产能力分配向量 $\boldsymbol{y}$ 的期望生产能力水平函数。令函数 $g:\boldsymbol{R}^p\to\boldsymbol{R}^p$ 的第 i 个要素是 g^i，则企业每一个作业期满足最小生产能力水平约束下生产单元成本最小问题可以表述为：

$$\begin{aligned}&\min\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\ \mathrm{St.}\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{y},g(\boldsymbol{y})\geqslant 0,\\&\boldsymbol{x}\in X,\ \boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\geqslant 0\text{ 且为整数。}\end{aligned}\quad (2)$$

其中，p 为作业期数目；$\boldsymbol{A}$ 为生产计划矩阵，如果作业期 i 属于计划期 j，则 $\boldsymbol{A}_{ij}=1$，否则 $\boldsymbol{A}_{ij}=0$；$\boldsymbol{c}$ 为成本向量，其中 $\boldsymbol{c}_j$ 为第 j 个进程中每个生产单元运行成本；$\boldsymbol{x}$ 为第 i 个作业期生产单元数量；$\boldsymbol{R}^p$ 为作业期生产单元向量；$\boldsymbol{R}^m$ 为生产计划周期生产单元向量，m 为生产计划周期数目；$\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^p$，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^m$，$\boldsymbol{l}\in\boldsymbol{R}^p$。$X$ 是一个紧集，X 的紧致性易判定。比如企业存在预算约束，运行生产单元相应受限。一般情况下 $\boldsymbol{c}>0$，预算约束就为 $\boldsymbol{x}$ 提供了一个上界。定义：

$$Y:=\left\{\begin{matrix}\boldsymbol{y}\geqslant 0\text{ 且为整数}\\ \exists 0\leqslant\boldsymbol{x}\in X\text{ 且为整数，满足 }\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{y}\end{matrix}\right\}$$

鉴于 X 的紧致性以及 $\boldsymbol{A}$ 中元素的二元性，可得 Y 是一个有限集。

1.3 样本均值近似

考虑到问题的复杂性，为了使问题更容易求解，根据中心极限定理，本研究采用样本均值代替期望值进行问题求解。假定生产能力水平函数 $g(\boldsymbol{y})$ 的值需要通过仿真来实现，运行一个容量为 n 的样本来进行仿真，从 $\boldsymbol{\xi}$ 的分布中独立的产生实际值为 $\{\boldsymbol{\xi}_d\}_{d=1}^n$。为了估计 $g(\boldsymbol{y})$ 的期望值，令 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y})=(1/n)\sum_{d=1}^{n}G(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\xi}^d)$ 为最终预测值，$\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y})$ 为 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y})$ 的第 i 个值。则问题的样本均值近似表达式为：

$$\begin{aligned}&\min\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\ \mathrm{St.}\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{y},\bar{g}_n(\boldsymbol{y})\geqslant 0,\\&\boldsymbol{x}\in X,\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\geqslant 0\text{ 且为整数。}\end{aligned}\quad (3)$$

式(3)中除函数 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y})$ 以外均为线性，假定该函数的每个要素 $\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y})$ 是凹的，这样通过分段线性凹函数对其进行近似并且通过割平面的方法对样本均值近似问题进行求解。

1.4 生产能力水平凹性假设

一般来讲，企业在一个给定时期的生产能力水平会随着生产单元的增加而增加。同样当增加更多的生产单元时企业的边际生产能力水平会下降[7-9]。因此假定 $\boldsymbol{y}$ 中所有的分量 $g^i(\boldsymbol{y})$ 和 $\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y})$ 均为凹形递增的，由此，本研究给定定义为：

定义 1　给定 $\boldsymbol{y}^k\in\boldsymbol{R}^m$，如果 $h:\boldsymbol{R}^m\to\boldsymbol{R}$ 是一个凹函数，并且 $q(\boldsymbol{y}^k)\in\boldsymbol{R}^m$ 满足公式为：

$$h(\boldsymbol{y})\leqslant h(\boldsymbol{y}^k)+q(\boldsymbol{y}^k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}^k),\forall\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^m \quad (4)$$

那么 $q(\boldsymbol{y}^k)$ 在 $\boldsymbol{y}^k$ 处是 h 的次梯度。

一个凹函数在每一个点至少有一个次梯度[9]。凹性和次梯度的概念被用来定义连续变量，但本研究解决的是整数变量。因此，如果没有形如 $(\boldsymbol{x},h(\boldsymbol{x}))\in\boldsymbol{R}^{m+1}(\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{Z}^p)$ 的点存在于凸集 $\{(\boldsymbol{y},h(\boldsymbol{y})):\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{Z}^m\}\subseteq\boldsymbol{R}^{m+1}$ 中，则函数 h 是凹性的。用 $\boldsymbol{Z}^p$ 替代式(1)中的 $\boldsymbol{R}^p$ 来定义函数在整数域中的次梯度。

令 $q^i(\boldsymbol{y}^k)$ 分别是 g^i 和在 $\boldsymbol{y}^k$ 处的次梯度。因为本研究求解的对象是整数变量，所以在众多可能获取

次梯度的方法中,用微分长度为1的有限微分是最合适的。虽然有获取次梯度失败的例子,甚至存在于求解非递减的凹函数过程中。为了避免上述问题,本研究在数值分析中采用有限微分使样本均值近似问题收敛于一个最优解。梯度可以通过无穷小扰动分析(IPA)来获得[10],因为IPA适用于函数可微分的集合中,所以在使用IPA之前必须扩展生产能力水平函数使之成为定位在连续领域内可微的函数。

令 $\boldsymbol{y}^k$ 为一个给定的生产能力分配向量,假定 $\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k)$ 和 $\bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^k)$ 通过仿真获得。如果关于凹度的假设成立,根据定义1,对所有分配向量 $\boldsymbol{y}$ 和所有 i 存在 $\bar{g}_n^i \leqslant \bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k) + \bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^k)$。本研究希望 $\boldsymbol{y}$ 满足 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}) \geqslant 0$,因此对所有的 i 有:

$$\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k) + \bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^k) \geqslant 0 \tag{5}$$

2 割平面求解算法

本研究运用Henderson和Mason (1998)年提出的割平面算法求解模型[11]。在算法开始的时候,选择一个固定的样本容量并且在每一次迭代时使用相同的样本(公共随机数),这样使得样本对模型的影响最小。另外本研究仅针对一个函数 $\bar{g}_n$,而如果每次迭代都获得一个新函数 $\bar{g}_n$,则会导致凹度假设的失效。

公式(3)一般的割平面算法为,松弛非线性生产能力水平约束,将生产单元数量问题转化成为一个线性整数问题。求解线性整数问题,然后用获得的生产单元数量解运行仿真。如果通过样本均值近似的生产能力水平满足生产能力水平约束,则获得公式(3)的最优解。如果不满足生产能力水平约束,给松弛问题增加一个线性约束排除现存的解但不消除样本均值近似的任何可行解。该算法符合Kelley(1960)割平面算法的框架[12]。它与传统算法描述的差异仅在于本研究使用仿真法来产生切割并且计算函数值,不是通过函数的代数形式及使用分析确定的梯度来产生切割。

在每一步迭代中公式(3)的松弛问题为:

$$\begin{gathered}\min \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \text{ St. } \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \geqslant \boldsymbol{y}, \boldsymbol{D}_k\boldsymbol{y} \geqslant \boldsymbol{d}_k, \\ \boldsymbol{x} \in X, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \geqslant 0 \text{ 且为整数。}\end{gathered} \tag{6}$$

用线性约束 $\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{y} \geqslant \boldsymbol{d}_k$ 替代约束 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}) \geqslant 0$,其中,$k$ 表示割平面算法替代的次数。

约束集 $\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{y} \geqslant \boldsymbol{d}_k$ 最初设定为空,但当算法改进时本研究给该集合增加了更多的约束。对(6)进行第 k 次替代时获得的一对解为 $(\boldsymbol{x}^k, \boldsymbol{y}^k)$。给定向量 $\boldsymbol{y}^k$,运行仿真计算 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}^k)$。如果发现生产能力水平不可接受(比如对某些 i 有 $\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k) < 0$),那么对集合 $\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{y} \geqslant \boldsymbol{d}_k$ 增加约束(5),例如给 $\boldsymbol{d}_k$ 增加 $-\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k) + \bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}^k$ 以及给 $\boldsymbol{D}_k$ 增加行向量 $\bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^k)^{\mathrm{T}}$。给所有生产能力水平不可接受的 i 作业增加约束。如果生产能力水平在每一期都是可接受的,停止计算并获得样本近似算法(3)的最优解。

生产单元数量问题的割平面算法可以总结为:

初始化:从分布 $\boldsymbol{\xi}$ 中产生 n 个独立的实际值。令 $k \leftarrow 1$, $\boldsymbol{D}_1$ 和 $\boldsymbol{d}_1$ 为空;

步骤1:求解(6)并令 $(\boldsymbol{x}^k, \boldsymbol{y}^k)$ 为最优解;

步骤1a:如果(6)不可行则停止;

步骤2:运行仿真获得 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}^k)$;

步骤2a:如果 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}^k) \geqslant 0$ 则停止,返回最优解 $(\boldsymbol{x}^k, \boldsymbol{y}^k)$;

步骤3:通过仿真对所有 i 计算 $\bar{q}_n(\boldsymbol{y}^k)$,对于 $\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k) < 0$ 增加切割(5)到 $\boldsymbol{D}_k$ 和 $\boldsymbol{d}_k$;

步骤4:令 $\boldsymbol{d}_{k+1} \leftarrow \boldsymbol{d}_k$ 和 $\boldsymbol{D}_{K+1} \leftarrow \boldsymbol{D}_k$,令 $K \leftarrow K+1$,返回步骤1。

有时候并不是必须在最初阶段存储 n 个独立的实际值。实际上只需要存储一些数字,称之为种子,在每一次迭代开始的时候在用种子进行仿真时重新设定随机数产生器[13]。为了加速算法,可以使 $\boldsymbol{D}_1$ 和 $\boldsymbol{d}_1$ 为非空。Ingolfsson和Cabral (2002)研究了 $\boldsymbol{y}$ 的下界[14]。他们指出如果除了第 i 期外,所有各期都有无限的生产单元,并且如果 $\tilde{\boldsymbol{y}}_i$ 是第 i 期所需要的最小的单元数目,从而使得第 i 期的生产能力水平是可以接受的,那么对所有满足 $g(\boldsymbol{y}) \geqslant 0$ 的 $\boldsymbol{y}$ 有 $\boldsymbol{y}_i \geqslant \tilde{\boldsymbol{y}}_i$,可以选择 $\boldsymbol{D}_1$ 和 $\boldsymbol{d}_1$ 来反映这样的下界。

如果算法在步骤1a终止,那么样本均值近似法不可行。原因一方面可能是因为样本误差,比如虽然原问题是可行的,但样本均值近似并没有任何可行点,另一方面可能是原问题不可行。为了弥补这些问题,应该增加样本容量或者对原问题进行修正,比如降低可接受生产能力水平或者分配更多的生产单元。

在上面求解整数线性规划问题和在终止前的每一次迭代中增加约束。线性整数规划问题比样本近似算法(3)经常会有一个更大的可行域,这样 $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^k \leqslant \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^k \leqslant \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_n^*$,$(\boldsymbol{x}_n^*, \boldsymbol{y}_n^*)$ 是(3)的最优解。其中重要的是 $\lim\limits_{k\to\infty}\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^k = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_n^*$ 必须成立,在Henderson和Mason (1998)割平面算法基础上,本研究给出该命题的定理及证明为:

定理1

1) 算法在有限的迭代次数内终止。

2) 假定 $\boldsymbol{y}$ 中的每一个要素 $\bar{g}_n$ 的 $\boldsymbol{y}$ 是凹的,当且

仅当(3)有一个可行解，算法将会以式(3)的最优解终止。

证明

1）Y 是一个有限集，因此足够说明 Y 中的点最多只能被访问一次。假定当访问点 $\boldsymbol{y}^t$ 后算法没有终止，则这意味着 $\bar{g}_n(t) < 0$，因此给式(6)增加切割为：

$$\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^t) + \bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^t)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^t) \geqslant 0, i \in \{1,...,p\}$$

假定对某些 $k > t$，有 $\boldsymbol{y}^k = \boldsymbol{y}^t$。因为 $\boldsymbol{y}^k$ 是式(6)在第 k 步的解，因此它必须满足每一次迭代所增加的切割条件，比如 $0 \leqslant \bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^k) + \bar{q}_n^i(\boldsymbol{y}^k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}^k) = \bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^t)$，而这与 $\bar{g}_n^i(\boldsymbol{y}^t) < 0$ 矛盾。因此，在每一次迭代中访问 Y 中一个新的点，就能保证算法在一个有限的次数内终止。

2）首先假设(3)中没有可行解，则不存在 $\boldsymbol{y} \in Y$ 满足 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}) \geqslant 0$。因此算法只能访问 Y 中的点，则无法满足步骤 2a 的最优性。算法经过有限次数的迭代终止，因而在终止时其松弛问题必须是不可行的。现在假设(3)是可行的，则问题(6)在步骤1的求解是式(6)的一个松弛问题，这样(6)在每一步迭代都是可行的。因此，算法在步骤 2a 以 $(\boldsymbol{x}^k, \boldsymbol{y}^k)$ 作为解而终止，同时 $\bar{g}_n(\boldsymbol{y}^k) \geqslant 0$ 作为算法终止的条件，则该解是式(3)的最优解。

定理 1 表明如果样本均值近似算法存在最优解，那么该算法必定以一个最优解终止。

3 结　论

本研究在考虑生产水平约束及生产单元运行成本的基础上，构建了确定大规模定制环境中的生产单元数量问题的数学模型。考虑问题的复杂性，本研究构建了该问题的样本均值近似模型，并提出了运用仿真和割平面法相结合求解问题的算法。未来可进一步研究整数规划每一次迭代中如何运用松弛问题的算法，以及整数规划问题的近似算法。在仿真和优化的情况下，可以考虑利用拉格朗日松弛技术来解决这些问题。

参考文献：

[1] Alford D, Sackett P, Nelder G. Mass customizationan automotive perspective [J]. International Journal of Production Economics, 2000, 65:99-110.

[2] 刘晨光，廉洁，李文娟，等. 日本式单元化生产—生产方式在日本的最新发展形态[J]. 管理评论，2010，22(5)：93-103.

Liu Chengguang, Lian Jie, Li Wengjuan, et al. Seru seisan-the latest manufacturing model developed in Japan[J]. Management Review, 2010, 22(5):93-103.

[3] Sakamaki H. Changes on Manufacturing Systems and Technologies [M]. Japan: Japan Machinery Federation, 2005.

[4] Wang J W, Wei X P , Li R. Evolutionary algorithms with preference for manufacturing cells formation[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 21 (1): 111-115.

[5] Balakrishnan J, Cheng C H. Multi-period planning and uncertainty issues in cellular manufacturing: a review and future directions[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 177(1): 281-309.

[6] Yin Y, Yasuda K, Hu L. Formation of manufacturing cells based on material flows [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2005, 17 (1-2): 159-165.

[7] Fantahun M, Chen M Y. A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems[J]. International Journal of Production Economics, 2006, 103 (2): 767-783.

[8] Safae N. A fuzzy programming approach for a cell formation problem with dynamic and uncertain conditions [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159(2):215-236.

[9] Fantahun M, Chen M Y. A linear programming embedded genetic algorithm for an integrated cell formation and lot sizing considering product quality[J]. European Journal of Operational Research,2008, 187:46-69.

[10] Glasserman P. Gradient Estimation Via Perturbation Analysis [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.

[11] Henderson S G, Mason A J. Rostering by Iterating Integer Programming and Simulation [C]// Proceedings of the 1998 Winter Simulation Conference. Piscataway: USA, IEEE, 1998, 677-683.

[12] Kelley J E. The cutting-plane method for solving convex programs[J]. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 1960, 8(4):703-712.

[13] Law A M, Kelton W D. Simulation Modeling and Analysis, 3rd ed[M]. Boston: McGraw-Hill, 2000.

[14] Ingolfsson A, Cabral E, Wu X D. Combining integer programming and the randomization method to schedule employees [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 202(1):153-163.

（责任编辑　李虹燕）