文章编号: 1006-4710(2012)01-0020-08

一种多尺度数据融合模型的工程实践与相关理论问题

柯熙政[1], 刘娟花[1,2]

(1.西安理工大学 自动化与信息工程学院,陕西 西安 710048; 2.西安工程大学 电子信息学院,陕西 西安 710048)

摘要: 为解决不可重复测量物理量的真值估计问题,提出了一种"多尺度数据融合模型",该模型采用多传感器对同一物理量同时进行测量,对各个传感器的测量结果进行小波变换,并在不同小波尺度域对各个传感器的测量值进行多尺度加权平均,通过逆小波变换得到待测物理量的真值估计。笔者对该模型进行了分析和总结,包括对相关领域研究的评述,在此基础上,给出了数据融合定理及一些重要的推导及结论。

关键词: 多尺度数据融合模型; 小波变换

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Engineering Practice of a Multi-Scale Data Fusion Model and Its Related Theories

KE Xizheng[1], LIU Juanhua[1,2]

(1. Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;
2. Faculty of Electronic Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to solve the true value estimation problems of unrepeatable measurement physical quantities, a kind of "multi-scale data fusion model" is put forward by the author. This model adopts multiple sensors to measure simultaneously the same physical quantities, wavelet transform of measure results of each sensor has been performed, then in different wavelet scale domain measurement value of each sensor has been weighted and averaged on multi-scale, finally, the real value estimation of the physical quantity to be measured can be obtained by reverse wavelet transform. This paper is an analysis and summary of the multi-scale data fusion model proposed by the author, including reviews of the related research fields, and on the basis of introducing this model, the theorem concerning data fusion and the important derivation and conclusions are given in this paper.

Key words: multiscale data fusion model; wavelet transform

自然界中,许多物理现象都有尺度和层次这样的本质特征,并且人们对其进行的观测及测量也是在不同尺度(分辨级)上进行的。因此,自然地人们就用多尺度系统理论来描述、分析这些现象。

大规模复杂系统中,往往同时使用多个具有不同分辨特性的传感器,因此需要处理的数据量大,并且这些数据具有多尺度特征,传统的数据融合及估计技术已经很难满足这些多尺度系统的需要。随着多尺度系统理论、估计理论以及信息融合理论的发展,多尺度系统估计理论应运而生。该理论为研究传统意义下的融合估计方法提供了全新的思想,并在地球物理学探测、地下水文学、全球海洋模型和多传感器融合等领域取得了许多有意义的结果。

本文旨在对多尺度融合理论及其应用进行研究,并对提出的一种多尺度数据融合模型进行分析和总结,包括对相关领域研究的评述,在此基础上,

收稿日期: 2011-06-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61004122);陕西省教育厅基金资助项目(2010JK724)。

作者简介: 柯熙政(1962-),男,陕西临潼人,教授,博导,研究方向为无线激光通信、信号处理及导航。
E-mail:xzke@xaut.edu.cn。

给出了数据融合定理及一些重要的推导及结论。

1 多尺度数据融合理论及应用

1.1 信息融合概述

信息融合常被称为多传感器融合,其一般的定义可大致概括为[1]:对按时序获得的多个传感器的观测信息利用计算机技术依据一定准则加以自动分析、优化综合的信息处理过程,以完成所需的决策和估计任务。信息融合就是将来自多个传感器或多源的信息进行综合处理,从而得出更准确、可靠的结论。

在信息融合估计的研究中,信息融合的多尺度估计理论吸收了小波理论和卡尔曼滤波器的优点,能够对信号进行任意尺度上的重构或分解,将传统的基于模型的动态系统分析方法与基于统计特性的信号多尺度变换和分析方法融为一体,提高了融合的效率和性能。

1.2 多尺度估计理论概述

MIT 的 A. S. Willsky 教授等在 1990 年 12 月首次提出多尺度估计理论[2],随后以 Willsky 为首的研究小组开展了广泛的研究,包括随机过程的多尺度建模、系统动态模型多尺度变化等[3-5]。此外,美国 Wright State University 的 Hong 等也做了非常有价值的研究。他们将多尺度思想应用于目标跟踪、目标状态估计、多速率交互式多模型融合等领域内,但在构建动态微分方程约束的多分辨多传感器融合估计算法时,损失掉了部分信息,未能得到最优估计方案[6]。

国内很多学者也在进行多尺度估计方面的研究,并取得了喜人的成果。毛士艺等重点研究了用于目标识别的数据融合技术中的分层融合算法并讨论了其性质[7]。邓自立等在用于状态估计的多传感器信息融合算法方面做了许多工作[8]。潘泉等在用于状态估计、目标跟踪的多传感器信息融合方面做了大量的工作[6-30]。

1.3 多尺度数据融合的应用

多尺度分析技术已得到了迅速的发展,人们已将该技术应用到地球物理、生物医学、振动工程、机械工程、故障检测、图像处理等领域。

国外对信息融合的研究起步较早[9-10],目前已经形成较完整的体系。近几年来国外一些学者在信息融合领域提出了一些新的见解和方案,主要是着重于应用方面[11-13]。国内对多尺度信息融合的研究则起步较晚,人们对多目标跟踪理论的研究是在上世纪 80 年代初才开始的,迄今,在国内,信息融合已成为许多领域的研究者所共同关注的关键理论与技术,众多学者也都在从事信息融合功能、结构模型、图像融合和信息融合性能评估等方面的研究工作,研究成果表现为出现了一批带有一定综合能力的多元信息融合系统和多目标跟踪系统。

文成林等人近年来一直从事多尺度随机建模及应用领域的研究工作,发表了相关多篇文献,并撰写了两本学术著作[1,14-15],主要针对建立多尺度估计理论框架、多尺度模型的滤波及平滑和估计算法、多尺度随机建模及其应用进行研究。但是针对于小波多尺度数据融合,及其理论证明和具体的方案并没有做详细介绍。

以柯熙政为首的研究小组,从上世纪 90 年代末就对小波多尺度分解以及多尺度数据融合技术展开了一系列的研究,该研究内容及成果将在下面予以详细介绍。

2 一种多尺度数据融合概念的演变

2.1 多尺度数据融合模型的若干应用

对可重复测量的物理量能通过多次重复测量逼近该物理量的真值,但对实际中存在的另一类物理量如时间测量、飞行器位置、姿态的测量等,它不能被重复测量。笔者在总结前人工作经验的基础上,提出了一种多尺度数据融合模型,将多个传感器的测量数据用小波变换展开,在多个尺度对不同传感器进行数据融合,能解决不可重复测量物理量的真值估计问题。以下就是这种多尺度数据融合模型的若干应用。

2.1.1 小波变换在时间尺度算法中的应用

时间测量在导航定位、大地测绘等领域有着广泛的应用,是导航定位、大地测绘的基础。自原子时出现以来,人们发展了多种用于原子时计算的方法,在工程实践中发挥了重要的作用。笔者在小波分析理论的基础上,把小波变换引入原子时计算领域[16],文献[17-19]对小波分解原子时计算理论和方法进行了有益的探讨,并把这种方法应用于实际工程中[20-21],同时对该方法得到的时间尺度的频率稳定度进行了分析[22-23]。

由原子钟保持的时间尺度就是原子时,每一台原子钟都可以保持一个时间尺度,但每一个物理装置都有出现故障的可能。为了保持时间尺度的准确、连续并且时间单位尽可能接近国际单位制秒,这就需要由参加守时的各个原子钟的时间计算出标准时间,即原子时算法。笔者提出了一种小波分解原子时算法[19,22-23](即多尺度数据融合模型),具体计

算过程见文献[23]。

2.1.2　导航定位中的多尺度数据融合模型

实验中,笔者在纬度为23. ××××度、经度为113. ××××度处放置了罗兰C和"北斗"三星的接收机,分别对两个接收机做长时间的定位测量,选取了其中一段时间内的1 763个定位点进行分析,对定位点的经纬度相继应用熵值判别和线性均方估计的方法进行数据融合。先对数据进行预处理,由于熵值判别法是根据熵的上界对应解的最大不确定度,利用每个实测数据的离散熵信息量来判断该数据是否含有粗大误差。该方法可同时完成对病态子系统的监控,并剔除掉病态系统的野值,保证组合导航系统的正常工作。

实验结果表明,三星的定位误差在纬度和经度上的范围分别是100 m和10 m,罗兰C的定位误差在纬度和经度上的范围分别是100 m和12 m,而组合定位误差在纬度和经度上的范围分别是50 m和5 m。这和实际情况相符。北斗的三颗同步静止卫星在赤道上的几何分布呈现东西走向,使它纬度和经度方向上的定位精度有很大的差别。罗兰C接收机的定位与它选择台链的主副台地理位置有关,该实验考虑接收机所在的地方,基于接收信号的强弱以及避免包周差的影响,选择的6 780台链引起在纬度和经度上的定位精度差异是合理的。所以组合后的定位精度仍然存在纬度和经度方向上的差异,但就误差来说都是明显降低了,总体提高了定位的精度。同时,通过各系统的原始定位图可以看出组合系统的定位精度优于任意子系统[24]。

2.1.3　多尺度数据融合模型在陀螺仪中的应用

2006年,为了提高陀螺仪的在线测量精度,西安理工大学和西安中星测控公司进行合作,对不同精度的两组陀螺仪数据进行融合,用于实验研究的是每组各取三只精度接近的陀螺仪,其参数见表1和表2,详细的报道参见文献[25]。

1）低精度陀螺仪实验结果

从表1可以看出,低精度的陀螺仪数据经过多尺度数据融合处理后,其零偏稳定性在Kalman滤波的基础上可提高一个数量级左右。

表1　低精度陀螺仪零偏稳定性的变化

Tab. 1　Zero-bias stability changes of low accuracy gyroscope

零偏稳定性	陀螺仪1	陀螺仪2	陀螺仪3
原始输出	0.306 35	0.362 17	0.460 03
Kalman滤波后	0.065 862	0.077 13	0.101 21
数据融合后		0.006 524 5	

2）高精度陀螺仪实验结果

从表2可以看出,经数据融合处理后,高精度陀螺仪的零偏稳定性可提高一个数量级左右。

表2　高精度陀螺仪零偏稳定性的变化

Tab. 2　Zero-bias stability changes of high accuracy gyroscope

零偏稳定性	陀螺仪1	陀螺仪2	陀螺仪3
原始输出	0.059 587	0.067 933	0.094 825
Kalman滤波后	0.052 016	0.050 581	0.072 264
数据融合后		0.003 817	

2.2　国内相关研究

有关多尺度多传感器数据融合方法的研究,许多文献都有相关的报道。文献[25]就此方法进行了一些综述,不仅介绍了常用的利用小波变换对多传感器测量数据进行融合方法的步骤及结果[26-28]等,同时还介绍了与文献[26]类似的方法,即文献[29]给出的将Kalman滤波和小波变换相结合的适合于动态数据的一种多尺度多传感器数据融合方法,但作者没有给出实际的结果。此外,文献[25]还提到了一种采用多个输出数据速率不同的传感器数据融合的方法[30-31]、使不同输出数据率的传感器具有相同的数据输出率的方法[32]、一种图象多尺度融合的方法[33],并指出文献[34]讨论了不同数据融合结果的方差变化,文献[35]把小波包变换引入数据融合。

2.3　多尺度数据融合算法

采用的多尺度多传感器数据融合方案的基本步骤(详见文献[35])如下。

首先,选择合适的小波基函数对每一个传感器的观测数据分别进行小波分解,得到各个传感器在不同尺度上小波系数和最粗尺度上的尺度系数;然后,采用相同或不同的融合规则对得到的这些系数进行融合处理;最后,对融合处理后的小波系数进行小波逆变换,在最细尺度上得到的重构数据即为融合后的结果。

常用的融合规则有很多种,基于各个传感器的小波熵在每个层上进行局部最优的融合估计,最后得到基于全局信号的融合估计值,这是笔者所采用的融合规则。多尺度多传感器融合方法如图1所示。

2.4　多尺度数据融合方法需要解决的核心理论问题

多尺度数据融合方法已经在若干工程中获得了应用,但仍有一些核心的理论问题有待解决。如系统解释多尺度数据融合的数学原理以及分析小波基函数的正交性、多小波基变换、小波分解层数、小波

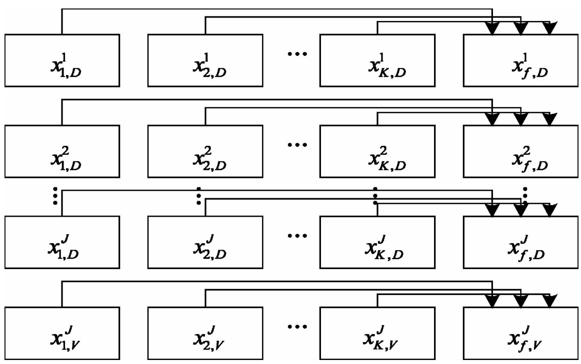

图 1　分层数据融合

Fig. 1　Hierarchical data fusion

变换的端部效应等因素对多尺度数据融合结果的影响。

1）多尺度数据融合的数学原理

经初步研究，笔者已经证明了“多尺度数据融合模型”的精度优于经典的数据融合的精度，但该方法的理论极限尚有待进一步探究。

2）小波基函数的正交性对数据融合结果的影响

不同小波基对信号的描述不同，在应用时只能根据具体要求选择合适的小波基。而小波基函数的选取直接影响数据的融合质量。文献[36]中指出小波基具有 5 个重要的指标：正交性、紧支性、消失矩、正则性、对称性，在实际应用中可依据这些指标并采用实验来确定最佳小波基。笔者通过实验得出，在 MEMS 陀螺仪数据融合中要想取得相对最优的数据融合结果，可选择支撑长度和消失矩较大、对称性较好的小波基[36]。

根据文献[37]的介绍，小波包适用于细小边缘或纹理较多的图像，多小波弥补了单小波的不足，使用多小波对信号滤波时，可避免将一些信号特征模糊化。此外，该文献中还指出若能按信号特征，自适应选择小波基，即通过从给定的小波基中选择最优的使之最有效地表示信号的小波基，则对信号描述的效果将会得到较大改善。

关于小波基函数的选择对融合的影响（如多小波变换、小波包等），笔者拟对此进行探索，以得到最优的融合效果。

3）小波分解层数和加权值对数据融合结果的影响

影响小波域数据融合算法性能的关键之一就是最优分解层数的选择。一般根据主观经验事先选择一个固定的分解层数，但这样确定的分解层数难以使算法在不同情形下，都获得最优的降噪效果[38]。固定层数在工程实践中难以操作，硬件测试工作量大。笔者提出了一种自适应选择分解层数的方法。

含噪信号经过小波变换以后，有用信号和噪声在各层小波空间里分别具有不同的特性：信号的主要特征由分布在较大尺度上的少数幅值较大的系数来表征，而噪声则表现在各层小波空间里，对应着个数较多、幅值较小的小波系数。也就是说，白噪声经过正交小波变换后仍然是白噪声；有用信号经过小波变换后的小波系数将表现出非白噪声特性，即主要由少数大尺度小波空间上数值较大的小波系数来表征[39-40]。因此可以依据各层小波空间系数是否具有白噪声特性的判断来确定合理的分解层次。大量的实验表明，当小波高频系数表现出非白噪声特性时，对应的分解层数即为要选择的分解层数。

在多尺度数据融合中，各层的数据采用加权平均，笔者提出了采用小波方差和小波熵进行加权，取得了良好的效果。由于小波的多分辨率特性，这样加权考虑了不同传感器在不同尺度上的稳定性，既考虑到了各个传感器的长期稳定性、中期稳定性，也顾及了各个传感器的短期稳定性。在某一个尺度范围，比较稳定的传感器占的权值大，起的作用就显著，权值小的传感器的作用就很微小。如何自动地匹配不同的传感器也是一个应该面对的问题。

3　多尺度数据融合模型理论体系

下面给出多尺度数据融合模型的基本定理，就是在多尺度进行数据融合后的测量结果优于单一在时域对测量数据进行融合的结果。

3.1　多尺度数据融合定理

对多尺度数据融合的数学原理进行深入的分析和推导。首先由小波变换中的一些性质得出关于小波分解系数之间的相关性的定理及推论；然后，通过小波变换后相邻项之间的相关性作定性和定量分析，得到几个定理并给出结论：经小波变换后，同一尺度上的平滑信号之间、细节信号之间互不相关，自相关性均减半，平滑信号与细节信号之间互不相关；最后，基于实际中总能得到不同尺度上的多传感器数据，这类数据可以视为被测量信息及干扰信息迭加的结果，并基于传感器系统的相关假设和定义，给出了多尺度数据融合定理的推导过程及证明[41]。下面介绍其中一些较为重要的推导及结论。

首先，推导并给出了时域加权融合的最小均方误差为：

$$\sigma^2_{\min} = 1 \Big/ \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_i^2} \tag{1}$$

此时所对应的加权因子为：

$$W_i^* = 1/(\sigma_i^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_i^2}),\ i = 1,2,\cdots,m$$

由式(1) 很容易得到如下的推论和性质：时域融合后的方差小于各传感器的方差。时域融合后的估计是各传感器测量值的线性函数。

进而基于随机信号重构公式的假设式(2) 和经过 J 层分解后重构回去的融合结果 $\hat{X}$ 的定义式(3)，并根据小波分解系数之间的相关性结论，(h_n、g_n 是独立且不相关的)，经推导可得多尺度数据融合重构序列的方差 σ_{wt}^2 式(5)。

$$X_J = \sum_k h_n(J,k)\varphi_{J,k} + \sum_j \sum_k g_n(j,k)\psi_{j,k} = X_V + X_D \tag{2}$$

$$\hat{X}_J = \sum_{i=1}^{m} W_{h_i} \sum_k h_{i,n}(J,k)\varphi_{J,k} + \sum_{i=1}^{m} W_{g_i} \sum_j \sum_k g_{i,n}(j,k)\psi_{j,k} = \sum_{i=1}^{m} W_{h_i} X_{V,i} + \sum_{i=1}^{m} W_{g_i} X_{D,i} \tag{3}$$

式(3) 中，各传感器相应近似信号和细节信号的加权因子分别为 W_{h_i} 和 W_{g_i}，权值 W_{h_i} 和 W_{g_i} 的归一化条件为：

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} W_{h_i} = 1, & 0 \leqslant W_{h_i} \leqslant 1 \\ \sum_{i=1}^{m} W_{g_i} = 1, & 0 \leqslant W_{g_i} \leqslant 1 \end{cases} \tag{4}$$

$$\sigma_{wt}^2 = \sigma_h^2 + \sigma_g^2 = E[(X_V - \sum_{i=1}^{m} W_{h_i} \sum_k h_{i,n}(J,k)\varphi_{J,k})^2] + E[(X_D - \sum_{i=1}^{m} W_{g_i} \sum_j \sum_k g_{i,n}(j,k)\psi_{j,k})^2] = \sum_{i=1}^{m} W_{h_i}^2 \sigma_{hi}^2 + \sum_{i=1}^{m} W_{g_i}^2 \sigma_{gi}^2 \tag{5}$$

式中：

$$\sigma_{hi}^2 = E(X_V - \hat{X}_{V,i})^2 = \frac{1}{2}\varphi_{J,k}^2\left(1 - \sum_{i=1}^{m} W_{h_i}^2\right)$$

$$\sigma_{gi}^2 = E(X_D - \hat{X}_{D,i})^2 = \sum_j \frac{j}{2}\psi_{j,k}^2\left(1 - \sum_{i=1}^{m} W_{g_i}^2\right)$$

根据相关函数和均方差之间的关系可知，相关函数值等于均方差与均值之和。在这里均值取为相应变量的无偏估计。同样关于各加权因子的多元二次函数，结合加权因子的约束条件(4) 式求取多元函数的极值。式(5) 具有以下两条性质。

性质1 根据拉格朗日乘数法，求取多元函数的极值，即求拉格朗日函数的无条件极值，极值的必要条件可表示为若干个方程组，求解方程组即可得函数的驻点，也就是可解出总均方误差最小时所对应的加权因子，该值为[42]：

$$\begin{cases} W_{h_i}^* = 1/\left(\sigma_{hi}^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{hi}^2}\right), & i = 1,2,\cdots,m \\ W_{g_i}^* = 1/\left(\sigma_{gi}^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{gi}^2}\right), & i = 1,2,\cdots,m \end{cases} \tag{6}$$

性质2 当各加权因子按式(6) 取值时，所对应的最小均方误差为：

$$\sigma_{wt\,\min}^2 = \sigma_{h\,\min}^2 + \sigma_{g\,\min}^2 = 1/\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{hi}^2} + 1/\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{gi}^2} \leqslant 1/\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{hi}^2 + \sigma_{gi}^2} = 1/\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_i^2} = \sigma_{\min}^2 \tag{7}$$

同时，还有：

$$\sigma_{wt\,\min}^2 = \sigma_{h\,\min}^2 + \sigma_{g\,\min}^2 = 1/\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{hi}^2} + 1/\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_{gi}^2} < \frac{1}{2m} + \frac{J(J+1)}{4m}$$

式(7) 表明，小波域数据融合方案的加权结果均方差要小于时域上最优加权的均方差，证明过程详见文献[41]。结果发现将时间序列分解到各个尺度后计算方差，可有效解决因非平稳性而带来不确定性及相关性大所造成的计算量大、误差大等问题。经过多尺度融合后，数据的均方差将随尺度的分解而有效地减小。因此有多尺度数据融合定理：小波域多尺度数据融合后的测量方差不大于时域上最优加权的均方差，即 $\sigma_{wt\,\min}^2 \leqslant \sigma_{\min}^2$。

3.2 多尺度数据融合模型推论

以白噪声为例，在原子钟的噪声模型(文献[17]中的公式(9))中，把传感器的测量噪声分为5类，其中 $h_0 f^0$ 就是常说的白噪声。假定白噪声 $n(t)$ 是一个实数范围的、均值为0且方差为 σ^2 的宽平稳白噪声，σ^2 是白噪声过程的方差。该白噪声过程的小波变换可以表示为：

$$|W_{2^J} n(x)|^2 = 2^J \iint_R n(i)n(j)\psi(2^J(i-x))\psi(2^J(j-x))\mathrm{d}i\mathrm{d}j$$

在不同小波变换尺度下白噪声的方差可以表示为：

$$E|W_{2^J} n(x)|^2 = 2^J \iint_R \sigma^2 \delta(i-j)\psi(2^J(i-x))\psi(2^J(j-x))\mathrm{d}i\mathrm{d}j = 2^J\sigma^2 \int |\psi(2^J(i-x))|^2 \mathrm{d}i = \sigma^2 \|\psi\|^2$$

考虑到式(7)，有：

$$\sigma_{wt\min}^{2}=1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2\|\psi\|^2}\leqslant 1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2}\qquad(8)$$

引理1　平稳随机过程的平均功率（方差）与小波变换的尺度 J 无关。

考虑到所研究的白噪声是一个平稳随机过程，由式(8)可以得到：

$$\sigma_{wt\min}^{2}=1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2\|\psi\|^2}$$

讨论：

1）当小波基为规范正交小波基时，有：$\|\psi\|^2=1$，此时有：

$$\sigma_{wt\min}^{2}=1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2\|\psi\|^2}=1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2}$$

2）一般情形下 $\|\psi\|^2<1$，故有：

$$\sigma_{wt\min}^{2}=1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2\|\psi\|^2}<1/\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\sigma_i^2}$$

由式(8)可以得出如下结论。

推论1　对于白噪声而言，多尺度数据融合后的最小方差 $\sigma_{wt\min}^{2}$ 在不同的小波基函数下趋向于一个极限，而这个极限与小波基函数有关。

3.3　多尺度数据融合模型有待解决的问题

笔者提出的多尺度数据融合模型可以解决不可重复测量的物理量的真值估计问题，其应用效果已在工程实践中被证实。但仍有以下问题尚需解决：

1）选用什么条件的小波基是最好的？

2）小波分解到几层就可以保障达到数据融合的效果？

3）小波变换的端部效应对数据融合结果的影响？

4）多尺度数据融合时加权系数怎么选取？

5）不通用精度的传感器进行数据融合时怎么处理？

6）多尺度数据融合已经在若干工程中获得了应用，这是一个偶然现象还是必然规律？

以上问题都需要在数学上进行严格证明。

4　结　语

多尺度数据融合的研究已成为数据融合领域的热点话题，本文就是对笔者提出的一种多尺度数据融合模型的分析总结。在介绍该模型的基础上，给出了数据融合定理及其中一些重要的推导及结论，即小波域多尺度数据融合后的测量方差不大于时域上最优加权的均方差。同时，还得出了小波域多尺度数据融合后的测量方差小于 $\frac{1}{2m}+\frac{J(J+1)}{4m}$，该值与传感器的个数及小波分解层数有关。最后，笔者将该多尺度数据融合模型应用于平稳随机过程（如白噪声）。

对于白噪声而言，多尺度数据融合后的最小方差 $\sigma_{wt\min}^{2}$ 在不同的小波基函数下趋向于一个极限，而这个极限与小波基函数有关。此外，对于该模型应用于非平稳过程（如1/f噪声）的推论，有待于下一步研究。

参考文献：

[1] 文成林，周东华. 多尺度估计理论及其应用[M]. 北京：清华大学出版社，2002.

[2] Benveniste A, Nikoukhah R, Willsky A S. Multiscale system theory: proc 29‴ IEEE Conference on Decision and Control, Dec 1990[C]. Honolulu, Hawaii, 1990.

[3] Chou K, Willsky A S, Benveniste A. Multiscale recursive estimation[J]. Data Fusion and Regularization, IEEE Traps. on Automatic Control, 1994, 39(3): 464-478.

[4] Chou K, Golden S A, Willsky A S. Multiresolution stochastic models[J]. Data Fusion and Wavelet Transform, Signal Processing, 1993, 34(3): 257-282.

[5] Chou K,, Willsky A S, Nikoukhah R. Multiscale systems, Kalman filters and Riccati equations[J]. IEEE Traps. on Automatic Control, 1994, 39(3): 479-492.

[6] 潘泉，张磊，崔培玲，等. 动态多尺度系统估计理论与应用[M]. 北京：科学出版社，2007.

[7] 杨志，毛士艺，陈炜. 基于人工视觉对比度掩模的鲁棒图像融合系统[J]. 电路与系统学报，2007，12(5)：1-6.
Yang Zhi, Mao Shiyi, Chen Wei. Human visual contrast masking based robust image fusion system[J]. Journal of Circuits and Systems, 2007, 12(5): 1-6.

[8] 邓自立. 信息融合滤波理论及其应用[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2007：6-9.

[9] 何友，王国宏，彭应宁. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京：电子工业出版社，2000.

[10] Spain D S. Application of artificial intelligence to tactical situation assessment[M]. IEEE, Washington, DC, USA, 1983.

[11] Mahler Ronald P S. Statistical multisource-multi-target information fusion[M]. Artech House, 2007.

[12] Liggins M E, Hall D L, Llinas J. Handbook of multi-sensor data fusion: theory and practice[M]. 2nd Edition. FL, USA: CRC Press Inc, 2008.

[13] Mitchell H B. Multi-sensor data fusion: an overview with emphasis on recent developments[J]. Fusion 2008, Cologne, Germany, 2008.

[14] 文成林. 多尺度动态建模理论及其应用[M]. 北京：科学出版社，2008.

[15] 文成林，周东华，潘泉，等. 多尺度动态模型单传感器动

态系统分布式信息融合[J]. 自动化学报,2001,27(2):158-165.
Wen Chenglin,Zhou Donghua, Pan Quan, et al. Distrbuted information fusion algorithm for single sensor dynamic models[J]. ACTA Automation Sinic, 2001, 27 (2): 158-165.

[16] 柯熙政,吴振森,杨廷高,等.时间尺度的多分辨率综合[J].电子学报,1999,(7):135-137.
Ke Xizheng, Wu Zhensen, Yang Tinggao, et al. Multiresolution synthesis of time scale[J]. ACTA Electronica Sinica,1999,(7):135-137.

[17] 李孝辉,柯熙政,焦李成.原子时的小波分解算法[J].陕西天文台台刊,2000,23(1):26-33.
Li Xiaohui, Ke Xizheng, Jiao Licheng. An atomic time scale algorithm using wavelet decomposition[J]. CSAO Publications,2000,23(1):26-33.

[18] 李孝辉,柯熙政. 原子钟信号的神经网络模型[J].陕西天文台台刊,2000,23(2):110-115.
Li Xiaohui,Ke Xizheng. A neural network model of the atomic clock signal[J]. CSAO Publications,2000,23(2): 110-115.

[19] 李孝辉.原子时的小波算法[D]. 西安:中国科学院陕西天文台,2000.
LI Xiaohui. Wavelet algorithm of atomic time[D]. Xi'an: Shaanxi Astronomical Observatory Chinese Academy of Sciences,2000.

[20] 李建勋."×××"时间系统的设计与实验研究[D].西安:西安理工大学,2005.
Li Jianxun. Design and experimental study on "×××" time system [D]. Xi'an : Xi'an University of Technology, 2005.

[21] 薛菊华. 基于小波变换的原子钟数据的系统分析[D].西安:西安理工大学,2005.
Xue Juhua. System analysis of atomic clock data based on wavelet transform[D], Xi'an : Xi'an University of Technology,2005.

[22] 柯熙政,李孝辉,刘志英,等.一种时间尺度算法的稳定度分析[J].天文学报,2001,42(4):420-427.
Ke Xizheng, Li Xiaohui,Liu Zhiying,et al. Stability analysis of a time scale algorithm[J]. ACTA Astronomica Sinica,2001, 42 (4):420-427.

[23] 柯熙政,李孝辉,刘志英,等.关于小波分解原子时算法的频率稳定度[J].计量学报,2002,23(3):205-210.
Ke Xizheng, Li Xiaohui,Liu Zhiying, et al. The frequency stability of the wavelet decomposition algorithm[J]. ACTA Metrologica Sinica,2002, 23(3):205-210.

[24] 任亚飞,柯熙政. 基于小波熵的组合定位系统数据融合[J].弹箭与制导学报,2007, 27(1):50-53.
Ren Yafei, Ke Xizheng. Integrated navigation system data fusion based on wavelet entropy[J]. Journal of Projectiles, Rockects, Missiles and Guidance, 2007, 27(1): 50-53.

[25] 柯熙政,任亚飞. 多尺度多传感器融合算法在微机电陀螺数据处理中的应用[J]. 兵工学报,2009,30(7): 994-998.
Ke Xizheng, Ren Yafei. The application of multi-scale sensor fusion algorithm to MEMS gyroscope data processing[J]. ACTA Armamentari,2009,30(7):994-998.

[26] 冯秀芳,侯玉华,文成林.单模型多传感器多尺度交互式数据综合估计算法[J].河南大学学报:自然科学版,2000,30(2):22-26.
Feng Xiufang,Hou Yuhua,Wen Chenglin. Multiscale interactive data synthetic approach for single model and multiple sensor[J]. Journal of Henan University(Natural Science Edition),2000,30(2):22-26.

[27] 李红连,黄丁发,熊永良. 基于离散平稳小波变换的EKF数据融合算法[J].重庆建筑大学学报,2006,28(3):43-55.
Li Honglian, Huang Dingfa, Xiong Yongliang. The extended kalman filter data fusion algorithm based on discrete stationary wavelet transformation [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University,2006,28(3):43-55.

[28] 刘素一,张海霞,罗维平. 基于小波变换和Kalman滤波的多传感器数据融合[J]. 微计算机信息,2006,22(16):179-181.
Liu Suyi,Zhang Haixia,Luo Weiping. Multi-sensor data fusion based on wavelet transform and Kalman filter[J]. Microcomputer Information,2006,22(16):179-181.

[29] 赵巍,潘泉,戴冠中,等.多尺度数据融合算法概述[J].系统工程与电子技术,2001,23(6):66-69.
Zhao Wei,Pan Quan,Dai Guanzhong,et al. Introduction of multiscale data fusion algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics,2001,23(6):66-69.

[30] 陈隽永,周先敏,徐继麟. 多分辨数据融合技术[J].系统工程与电子技术,1999,21(1):25-32.
Chen Junyong, Zhou Xianmin,Xu Jilin. Multiscale data fusion algorithm using wavelet transform[J]. Systems Engineering and Electronics, 1999,21(1):25-32.

[31] 洪浪. 用小波变换的多分辨力滤波[J]. 情报指挥系统与仿真技术,1995,(2):31-40.
Hong Lang. Multi resolution filter using wavelet transform [J].Intelligence Command Control and Simulation Technigues,1995,(2):31-40.

[32] 刘素一,张海霞. 基于Atrous小波变换的多传感器数据融合方法[J].软件导刊,2006,(21):89-90.
Liu Suyi,Zhang Haixia. Multi-sensor data fusion based on Atrous wavelet transform [J]. Software Guide, 2006, (21):89-90.

[33] 沈永红,匡建超,蒋友欣. 基于小波包变换的图像多尺度数据融合[J]. 计算机工程与应用, 2006,(33):68-70.
Shen Yonghong, Kuang Jianchao, Jiang Youxin. Multi-scale data fusion of image using wavelet packet transform [J]. Computer Engineering and Applications, 2006,(33):68-70.
[34] 李超,胡谋法,刘朝军,等. 基于小波的多传感器空间目标数据融合算法[J]. 信号处理,2006,22(2):203-206.
Li Chao,Hu Moufa,Liu Chaojun,et al. A Wavelet-based multi-sensor space target data fusion algorithm[J]. Signal Processing,2006,22(2):203-206.
[35] 胡战虎,李言俊. 基于小波理论的多分辨率多传感器数据融合[J]. 数据采集与处理,2001,16(1):90-93.
Hu Zhanhu,Li Yanjun. Multi-resolution data fusing based on wavelet theory [J]. Journal of Data Acquisition &Processing,2001,16(1):90-93.
[36] 任亚飞,柯熙政. 微机电陀螺数据融合中小波基的选择[J]. 信息与控制,2010,39(5):646-656.
Ren Yafei,Ke Xizheng. Wavelet base selection for data fusion of micro electro mechanical system[J]. Information and Control,2010,39(5):646-656.
[37] 吉训生.硅微陀螺漂移信号处理方法研究[D].南京:东南大学, 2008.
Ji Xunsheng. Research on processing method of silicon micro-machined gyroscope drift signal [D]. Nanjing: Southeast University, 2008.
[38] 何立新.多模态医学图像融合中小波分解层数的选择[J]. 电脑知识与技术:学术交流,2007,(16):1131-1133.
He lixin. Selection of wavelet decomposition level of multi-modal medical image fusion[J]. Computer Knowledge and Technology:Academic Exchange,2007,(16):1131-1133.
[39] 蔡铁,朱杰.小波阈值降噪算法中最优分解层数的自适应选择[J]. 控制与决策,2006, 21(2): 218-222.
Cai Tie, Zhu Jie. Adaptive selection of optimal decomposition level in threshold de-noising algorithm based on wavelet[J]. Control and Decision, 2006, 21(2): 218-222.
[40] 丰彦,高国荣.小波阈值消噪算法中分解层数的自适应确定[J].武汉大学学报:理学版,2005, 51(S2):11-15.
Feng Yan, Gao Guorong. Self-adaptive determination of decomposition order in threshold de-noising method based on wavelet transform[J]. Journal of Wuhan University (Natural Science Edition),2005, 51(S2):11-15.
[41] 刘娟花,柯熙政.小波分解原子时算法必要性的证明[C]//2011 全国时间频率学术会议论文集.北京,2011:301-306.
Liu Juanhua, Ke Xizheng. Necessary proof of an atomic time scale algorithm using wavelet decomposition[C]// 2011 China Time and Frequency Symposium Proceedings. Beijing, 2011:301-306.
[42] 朱玉清,于育民. 多元函数条件极值的解法研讨[J]. 河南教育学院学报:自然科学版,2008,17(3):28-29.
Zhu Yuqing,Yu Yumin. Sovling method research on conditional extremum of the multiple function[J]. Journal of Henan Institute of Education(Natural Science Edition), 2008,17(3):28-29.
[43] 任亚飞,柯熙政. 基于小波熵对微机电陀螺仪中噪声的研究[J]. 西安理工大学学报,2010,26(2):156-160.
Ren Yafei,Ke Xizheng. Research on noise of MEMS gyroscopes based on wavelet entropy[J]. Journal of Xi’an University of Technology, 2010,26(2):156-160.

(责任编辑　王卫勋)