文章编号：1006-4710(2012)02-0235-05

一类脉冲 L-V 系统的周期解和全局渐近性质

刘凯丽，窦家维

（陕西师范大学 数学与信息科学学院，陕西 西安 710062）

摘要：研究了一类具有脉冲的周期 L-V 系统，利用脉冲微分方程的比较原理、Floquet 理论及分析技巧，分析了系统周期解的存在性及系统解的全局渐近性质. 并将所得到的一般结果应用于一类捕食-被捕食系统，获得了该系统正周期解的存在唯一及全局吸引的条件，进一步讨论了系统中种群灭绝的有关性质，给出一个实例进行数值模拟，阐明了所获得的理论结果。

关键词：周期 L-V 系统；脉冲；渐近性质；周期解

中图分类号：O175.14　　**文献标志码**：A

The Periodic Solutions and Globally Asymptotic Properties of L-V System with Impulsive Effects

LIU Kaili, DOU Jiawei

(College of Mathematics and Information Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

Abstract: In this paper, a class of periodic L-V impulsive system is studied. The comparison principle of impulsive differential equation, Floquet theory and some analysis techniques are used to analyse the existence of the system periodic solution and global asymptotic properties of the system. Furthermore, the general results obtained are applied to a predator-prey system, so as to obtain the existence and uniqueness of positive periodic solution to the system. Some relevant nature of extinction of population species is further discussed. Also, this paper presents a practical example to carry out the numerical simulation and to illustrate the obtained theoretical results.

Key words: periodic L-V system; impulsive effect; asymptotic properties; periodic solution

本文主要讨论下面具有脉冲的 L-V 系统：

$$\begin{cases} u'_i(t) = u_i(t)[a_i(t) - \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(t)u_j(t)],\ (t \neq t_k) \\ u_i(t_k^+) = \delta_{ik}u_i(t_k) \end{cases} \tag{1}$$

模型(1)中，$u_i(t)(i = 1,\cdots,n)$ 表示第 i 个种群在 t 时刻的密度。对 $i,j = 1,\cdots,n$，假设 $a_i(t)$ 和 $b_{ij}(t)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的连续 T-周期函数；$t_k, k \in N_+ = \{1,2,\cdots\}$ 是脉冲时刻，满足 $0 < t_1 < t_2 < \cdots$，$\lim_{k\to+\infty} t_k = +\infty$；并假设 $\delta_{ik} > 0$，且存在正整数 q，使得 $t_{k+q} = t_k + T$，$\delta_{i(k+q)} = \delta_{ik}$；$u_i(t_k^+) = \lim_{h\to 0^+} u_i(t_k + h)$，脉冲条件可描述为在脉冲时刻对种群进行比例收获或放养。

无脉冲的 L-V 系统解的渐近性质很多学者进行了研究[1-4]，但相应的脉冲系统，大多文献关注系统周期解的存在性和系统的持续生存性，对于系统周期解的唯一性和解的全局渐近性质讨论较少[5-6]。本文针对一般的周期 L-V 脉冲系统，研究了系统的解全局吸引的条件、周期解的存在性和渐近性质，并把结论应用于一类捕食-被捕食系统，获得了该系统正周期解的存在唯一性和全局吸引性，而且讨论了该系统种群灭绝的性质。

由式(1)可以看到，对于 $t_0 \geq 0$，如果 $u(t) = (u_1(t),\cdots,u_n(t))$ 是(1)的具有正初值 $u_i(t_0) > 0 (i = 1,\cdots,n)$ 的解，则 $u(t) > 0$。根据模型(1)的生物意义，本文所讨论的解均为非负解(即 $u_i(t) \geq 0$)，并且所说的周期解均为 T-周期解。

收稿日期：2012-01-06

基金项目：国家自然科学基金资助项目(10971124,61070189)。

作者简介：刘凯丽(1987-)，女，河南许昌人，硕士生，研究方向为生物数学。E-mail：liukaili871122@126.com。
窦家维(1963-)，女，陕西西安人，副教授，博士，研究方向为脉冲微分方程理论及其应用。E-mail：jiawei@snnu.edu.cn。

1 系统解的渐近性质

为了讨论解的渐近性质，对系统(1)假设下面条件成立：

(A) 存在正常数 $c_1,\cdots,c_n,m$，使得当 $t\geqslant t_0>0$ 时，$c_ib_{ii}(t)\geqslant m+\sum_{j\in J_i}c_j|b_{ji}(t)|$，其中 $i=1,\cdots,n$，$J_i=\{1,\cdots,i-1,i+1,\cdots,n\}$。

显然条件(A)要求对于 $i=1,\cdots,n$，$b_{ii}(t)>0$，即每个种群都是密度制约的。

定理 1 假设(A)成立，$u(t)=(u_1(t),\cdots,u_n(t))$，$v(t)=(v_1(t),\cdots,v_n(t))$ 是(1)的两个在 $[t_0,+\infty)$ 上有定义的正解，记 $r(t)=\sum_{i=1}^{n}c_i|\ln u_i(t)-\ln v_i(t)|$，则有：

1) 当 $t\in[t_0,+\infty)$ 时

$$r'(t)\leqslant -m\|u(t)-v(t)\| \tag{2}$$

2) 若 $v(t)$ 在 $[t_0,+\infty)$ 上有界，则 $u(t)$ 也在 $[t_0,+\infty)$ 上有界，且 $\lim_{t\to+\infty}\|u(t)-v(t)\|=0$，其中 $\|u-v\|=|u_1-v_1|+\cdots+|u_n-v_n|$

证明 1) $r(t)$ 在 $[t_0,+\infty)\backslash\{t_k\}_0^\infty$ 上几乎处处可微，并且满足：

$$r'(t)=\sum_{i=1}^{n}\left[c_i\left(\frac{u'_i(t)}{u_i(t)}-\frac{v'_i(t)}{v_i(t)}\right)\mathrm{sgn}(u_i(t)-v_i(t))\right]$$
$$\leqslant\sum_{i=1}^{n}[-c_ib_{ii}(t)|u_i(t)-v_i(t)|+\sum_{j\in J_i}c_j|b_{ji}(t)||u_i(t)-v_i(t)|]$$
$$\leqslant -m\sum_{i=1}^{n}|u_i(t)-v_i(t)|=-m\|u(t)-v(t)\|$$

上式的最后一步推导用到了条件(A)。因此，当 $t\in[t_0,+\infty)$ 时，(2)式几乎处处成立。

2) 由(2)知 $r(t)$ 在 $[t_0,+\infty)$ 上单调递减，因此，$r(t)\leqslant r(t_0)$，于是，如果取 $p_i=\exp\{-r(t_0)/c_i\}$，$q_i=\exp\{r(t_0)/c_i\}$，则有 $p_iv_i(t)\leqslant u_i(t)\leqslant q_iv_i(t)$。显然，如果 $v(t)$ 在 $[t_0,+\infty)$ 上有界，则 $u(t)$ 也在 $[t_0,+\infty)$ 上有界。进一步，由(2)式，当 $t>t_0$ 时，$\int_{t_0}^{t}\|u(s)-v(s)\|\mathrm{d}s\leqslant[r(t_0)-r(t)]/m\leqslant r(t_0)/m$。因此可得，

$$\int_{t_0}^{+\infty}\|u(t)-v(t)\|\mathrm{d}t<+\infty \tag{3}$$

如果记 $f(t)=\|u(t)-v(t)\|$，下面只需证明 $\lim\limits_{t\to\infty}f(t)=0$。由于 $u(t),v(t)$ 在 $[t_0,+\infty)$ 上有界，由(1)知 $u'(t),v'(t)$ 也在 $[t_0,+\infty)$ 上有界，因此存在常数 $M>0$，使得对任意给定的 $\varepsilon>0$，如果取 $\delta=\varepsilon/M$，则对任意的 $k\in N_+$，若 $t',t''\in(t_k,t_{k+1}]$ 且 $|t'-t''|<\delta$，则

$$|f(t')-f(t'')|\leqslant M|t'-t''|<\varepsilon \tag{4}$$

若 $\lim\limits_{t\to\infty}f(t)\neq 0$，则存在 $\varepsilon_0>0$，对任意给定的 $A>0$，存在 $t'>A+1$，使 $f(t')\geqslant\varepsilon_0$，并且存在 $k_0\in N_+$，使得 $t'\in(t_{k_0},t_{k_0+1}]$。记 $\sigma=\min\{t_{k+1}-t_k\}$，$\delta_0=\min\{1,\varepsilon_0/(2M),\sigma/3\}$，显然 $[t'-\delta_0,t']$ 或 $[t',t'+\delta_0]$ 至少一个完全含于 $(t_{k_0},t_{k_0+1}]$ 内。由(4)可以得到对于 $\varepsilon=\varepsilon_0/2$，当 $t''\in[t'-\delta_0,t']$（或 $t''\in[t',t'+\delta_0]$）时，$|f(t')-f(t'')|<\varepsilon_0/2$。从而可得当 $t\in[t'-\delta_0,t']$（或 $t\in[t',t'+\delta_0]$）时，

$$f(t)\geqslant|f(t')|-|f(t')-f(t)|>\varepsilon_0/2$$

因此，

$\int_{t'-\delta_0}^{t'}f(t)\mathrm{d}t>\delta_0\varepsilon_0/2$（或 $\int_{t'}^{t'+\delta_0}f(t)\mathrm{d}t>\delta_0\varepsilon_0/2$），这与(3)式矛盾，故 $\lim\limits_{t\to\infty}f(t)=\lim\limits_{t\to\infty}\|u(t)-v(t)\|=0$。定理证毕。

注解 1 由定理 1 可知，如果条件(A)成立，则系统(1)最多存在一个正周期解。

2 周期解的存在性及全局吸引性质

定理 2 假设(A)成立，并设(1)存在一个有界正解 $v(t)=(v_1(t),\cdots v_n(t))$。则(1)存在一个非负周期解，记为 $u^0(t)=(u_1^0(t),\cdots,u_n^0(t))$，且对(1)的任意正解 $u(t)=(u_1(t),\cdots,u_n(t))$，有 $\lim\limits_{t\to\infty}u(t)=u^0(t)$。

证明 记 $I_n=\{1,\cdots,n\}$，对于 I_n 的子集 I，记 $S(I)$ 为(1)的所有满足 $u_i(t)>0(i\in I)$，$u_j(t)=0(j\in I_n\backslash I)$ 的周期解 $u(t)$ 构成的集合。显然，$S(\phi)$（ϕ 为空集）仅包含(1)的平凡解 $u\equiv 0$。假设 $I\neq\phi$，不失一般性，设 $I=\{1,2,\cdots,r\}$，这里 $1\leqslant r\leqslant n$。如果 $u(t)=(u_1(t),\cdots,u_n(t))\in S(I)$，则 $(u_1(t),\cdots,u_r(t))$ 是下面 r 维系统的一个正周期解：

$$\begin{cases}u'_i(t)=u_i(t)[a_i(t)-\sum_{j=1}^{r}b_{ij}(t)u_j(t)],(t\neq t_k)\\ u_i(t_k^+)=\delta_{ik}u_i(t_k),(i=1,\cdots,r)\end{cases}$$

由注解 1，$S(I)$ 最多包含一个解，若 S 为(1)的所有非负周期解构成的集合，则 S 最多包含 2^n 个解。对于任意给定的 $p\in R_+^n$，记 $u(t,p)$ 为(1)的满足初值条件 $u(0,p)=p$ 的解。定义映射 H：$H(p)=u(T,p)$，并记 $\mathrm{Fix}(H)$ 为映射 H 的所有不动点的集合，则 $\mathrm{Fix}(H)$ 非空且是一个有限集。取定一个 $p>0$，则由定理 1 知，$u(t+T,p)-u(t,p)\to 0(t\to+\infty)$，因此可得 $H^k(p)-H^{k+1}(p)\to 0(k\to+\infty)$。由于 $\{H^k(p)\}$ 是一个有界序列，可以证明：$\{H^k(p)\}$ 的每个子列都有一个收敛于某一点 $q\geqslant 0$

的子列,并且 $H(q) = q$。

记 $\mathrm{Fix}(H) = \{p_1, \cdots, p_s\}$,取闭球 $B_1, \cdots, B_s$,使得 $p_j \in B_j (j = 1, \cdots, s)$ 且 $B_i \cap B_j = \varphi(i \neq j)$。记 $N_j = \{k \mid k \in N_+, H^k(p) \in B_j\}$,$N = N_+ \setminus \cup_{j=1}^{s} N_j$,由上面论断,$N$ 是有限集,故存在 j,使 N_j 是无限集,记 $N_j = \{n_1 < n_2 < \cdots\}$,则 $\{H^m(p): m \in N_j\}$ 收敛于 p_j。选择 R_+^n 的一个开子集 U,使得 $B_j \subset U$,$U \cap B_i = \phi(i \neq j)$ 且 $H^k(p) \notin U$。因此存在 $m_0 \in N_j$,使得如果 $m \geq m_0, m \in N_j$,则 $H^m(p), H^{m+1}(p) \in B_j$。因此 N_j 包含所有整数 $m > m_0$,且 $H^m(p) \to p_j(m \to +\infty)$,所以 $u(t,p) - u(t,p_j) \to 0 (t \to +\infty)$。由定理 1 知,对(1) 的任意正解 $u(t)$,$u(t,p) - u(t) \to 0\ (t \to +\infty)$。因为 $u^0(t) \equiv u(t,p_j)$ 是(1)的非负周期解,定理证毕。

3 捕食-被捕食系统正周期解的存在唯一性

应用上一节的结果,讨论下面捕食-被捕食系统:

$$\begin{cases} u' = u[-a(t) - b(t)u + c(t)v], (t \neq t_k) \\ v' = v[d(t) - e(t)u - f(t)v], (t \neq t_k) \\ u(t_k^+) = \delta_{1k} u(t_k), v(t_k^+) = \delta_{2k} v(t_k) \end{cases} \tag{5}$$

系统(5)描述了一个捕食-被捕食系统,$u(t)$,$v(t)$ 分别表示捕食者和食饵在 t 时刻的密度。对于(5),假设 $a(t), \cdots, f(t)$ 是正的连续 T-周期函数,并存在正整数 q,使对 $i = 1,2, k \in N_+$,t_k, δ_{ik} 满足与模型(1)中相同的条件。记 $\delta_i = \prod_{k=1}^{q} \delta_{ik}, (i = 1, 2)$,对于连续函数 $\varphi(t)$,简记 $\max\varphi = \max\limits_{t \in [0,T]} \varphi(t)$。

引理 1[7] 如果下面条件成立:

$$\delta_2 \exp\{\int_0^T d(t)\mathrm{d}t\} > 1 \tag{6}$$

则一维系统

$$\begin{cases} w'(t) = w(t)[d(t) - f(t)w(t)], (t \neq t_k) \\ w(t_k^+) = \delta_{2k} w(t_k) \end{cases} \tag{7}$$

存在唯一的正周期解 $w^*(t)$,并且对(7)的任一正解 $w(t)$,有 $\lim\limits_{t \to \infty} w(t) = w^*(t)$。

定理 3 假设(6)以及下面条件成立:

$$\max(b/e) > \max(c/f) \tag{8}$$

$$\delta_1 \exp\{\int_0^T [-a(t) + c(t)w^*(t)]\mathrm{d}t\} > 1 \tag{9}$$

则(5)存在唯一正周期解,记为 $(u^*(t), v^*(t))$,且对 (5)的任意正解 $(u(t), v(t))$,有

$$\lim_{t \to \infty} (u(t), v(t)) = (u^*(t), v^*(t)) \tag{10}$$

其中 $w^*(t)$ 由引理 1 所给。

证明 1)首先证明不等式(8)蕴含条件(A)成立。定义一个 2×2 矩阵 $\boldsymbol{M} = (m_{ij})$,其元素分别为 $m_{11} = m_{22} = 0, m_{12} = \max(e/b), m_{21} = \max(c/f)$。由(8),$\boldsymbol{M}$ 的两个特征值均小于 1。取常数 $\delta > 0$ 充分小,使 $\boldsymbol{M}_\delta = \boldsymbol{M} + \delta \boldsymbol{I}$ ($\boldsymbol{I}$ 是单位矩阵)的两个特征值满足 $\lambda_2 < \lambda_1 < 1$。若记 $\boldsymbol{\alpha} = \mathrm{col}(\alpha_1, \alpha_2)$ 为 $\boldsymbol{M}_\delta$ 的特征值 λ_1 所对应的特征向量,直接计算可知 $\alpha_1 = \sqrt{\max(e/b)/\max(c/f)}\alpha_2$,因此可以选择 $\boldsymbol{\alpha} > 0$,由于 $0 < \lambda_1 < 1$,于是,$\boldsymbol{M\alpha} < (1 - \delta)\boldsymbol{\alpha}$。如果取 $m = \delta\min\{\min(\alpha_1 b), \min(\alpha_2 f)\}$,则可以得到 $\alpha_1 b > m + \alpha_2 e, \alpha_2 f > m + \alpha_1 c$。即条件(A)成立。

2)证明(5)的正解有界。设 $(u(t), v(t))$ 是(5)具有正初值 $(u(0), v(0)) = (u_0, v_0)$ 的解。由引理 1,系统(7)具有初值 $w(0) = v_0$ 的解有界,由脉冲微分方程比较原理[8]知 $v(t)$ 有上界。同理,可以证明 $u(t)$ 有界。

3)最后证明在定理的条件下,(5)存在唯一正周期解,且(10)式成立。显然系统(5)满足定理 2 的条件,记 $(u^0(t), v^0(t))$ 是由定理 2 所确定的(5)的非负周期解。注意到(5)的非负周期解有三种可能:平凡解 $(0,0)$,半平凡周期解 $(0, w^*(t))$(其中 $w^*(t)$ 为引理 1 所给)以及正周期解 $(u^*(t), v^*(t))$,下面分别对其进行讨论。

a)$(u^0(t), v^0(t)) \neq (0,0)$。由(6)存在正数 σ_1 充分小,使 $l_1 = \delta_2 \exp\{\int_0^T [d(t) - (e(t) + f(t))\sigma_1]\mathrm{d}t\} > 1$。若要证明 a)成立,只需证明下面断言即可。

断言:设 $(u(t), v(t))$ 为(5)的任一正解,对任意给定的 $A > 0$,存在 $t_1 \geq A$,使 $u(t_1) \geq \sigma_1$ 或 $v(t_1) \geq \sigma_1$ 成立。

若断言不成立,则存在正整数 N_1,当 $t > N_1 T$ 时,

$$u(t) < \sigma_1, \ v(t) < \sigma_1 \tag{11}$$

进一步,由(5)式可以知道,当 $t > N_1 T$ 时,$v' \geq v[d(t) - (e(t) + f(t))\sigma_1], (t \neq t_k)$,因而,对任意正整数 m,$v[(N_1 + m)T] \geq l_1^m v(N_1 T)$。因为 $l_1 > 1$,当 m 充分大时,有 $l_1^m v(N_1 T) > \sigma_1$,与(11)矛盾,故断言成立。因此 $(u^0(t), v^0(t)) \neq (0,0)$。

b)$(u^0(t), v^0(t)) \neq (0, w^*(t))$。证明方法与 a)类似。

c)正周期解存在唯一且是全局吸引的。由上面结论 a),b)和定理 2 知(5)一定存在唯一正周期解 $(u^*(t), v^*(t))$,且(10)式成立。定理证毕。

4 捕食-被捕食系统中种群的灭绝

这一部分主要讨论捕食-被捕食系统(5)种群灭绝的有关问题，有下面结论。

定理4 假设条件(6)，(8)成立，进一步假设

$$\delta_1\exp\left\{\int_0^T[-a(t)+c(t)w^*(t)]\mathrm{d}t\right\}<1 \quad (12)$$

$$\delta_2\exp\left\{\int_0^T[d(t)-2f(t)w^*(t)]\mathrm{d}t\right\}<1 \quad (13)$$

如果 $(u(t),v(t))$ 是(5)的任一正解，则有 $\lim\limits_{t\to\infty}(u(t),v(t))=(0,w^*(t))$。其中 $w^*(t)$ 为引理1所给。

证明 由于(8)蕴含着条件(H)成立，由定理1，只需要证明(5)的解 $(0,w^*(t))$ 局部渐近稳定即可。

系统(5)在 $(0,w^*(t))$ 处的线性化系统为：

$$\begin{cases}U'=[-a(t)+c(t)w^*(t)]U,(t\neq t_k)\\ V'=-e(t)w^*(t)U+[d(t)-2f(t)w^*(t)]V,(t\neq t_k)\\ U(t_k^+)=\delta_{1k}U(t_k),V(t_k^+)=\delta_{2k}V(t_k)\end{cases} \quad (14)$$

通过直接计算可以得到(14)的基解矩阵的两个特征值分别为：$\mu_1=\delta_1\exp\left\{\int_0^T[-a(t)+c(t)w^*(t)]\mathrm{d}t\right\}$，$\mu_2=\delta_2\exp\left\{\int_0^T[d(t)-2f(t)w^*(t)]\mathrm{d}t\right\}$。由(12)，(13)知 $\mu_1<1,\mu_2<1$，由脉冲微分方程的Floquet理论[8]，(14)的周期解 $(0,w^*(t))$ 是渐近稳定的。定理证毕。

定理5 假设下面条件

$$\delta_2\exp\left\{\int_0^T d(s)\mathrm{d}s\right\}<1 \quad (15)$$

$$\delta_1\exp\left\{-\int_0^T a(s)\mathrm{d}s\right\}<1 \quad (16)$$

成立，如果 $(u(t),v(t))$ 为(5)的任一正解，则有 $\lim\limits_{t\to\infty}(u(t),v(t))=(0,0)$。

证明 由(5)知，对于(5)的正解 $(u(t),v(t))$，有 $v'\leqslant v[d(t)-f(t)v]$，$(t\neq t_k)$，若记系统(7)具有初值 $w(0)=v(0)$ 的解为 $w(t)$，则 $v(t)\leqslant w(t)$。由(15)知 $\lim\limits_{t\to\infty}w(t)=0$，故 $\lim\limits_{t\to\infty}v(t)=0$。由(16)，可取 $\sigma>0$ 充分小，使得 $\delta_1\exp\left\{\int_0^T[-a(t)+\sigma c(t)]\mathrm{d}t\right\}<1$。由于存在正数 A，使得当 $t>A$ 时，$v(t)<\sigma$，于是 $u'\leqslant u[\sigma c(t)-a(t)-b(t)u](t\neq t_k)$，故 $\lim\limits_{t\to\infty}u(t)=0$。定理证毕。

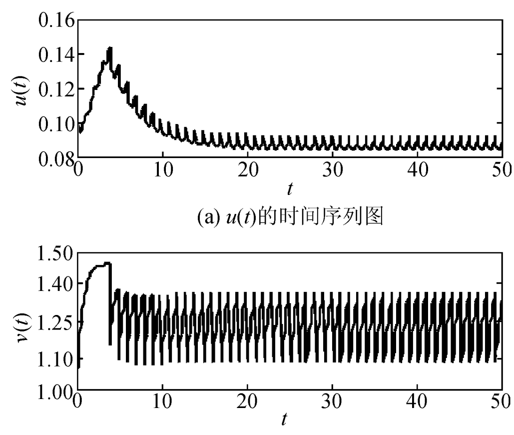
下面，给出一个实例和一些数值模拟以验证本文所获得的主要结果。

假设由害虫 $v(t)$ 和其天敌 $u(t)$ 构成的捕食-被捕食系统为下面周期脉冲系统($T=1,q=1,t_k=k$)：

$$\begin{cases}u'=u[-(0.15+0.1\sin(2\pi t))-1.5u+0.35v],(t\neq t_k)\\ v'=v[1.5-(0.02\cos(2\pi t)+0.25)u-v],(t\neq t_k)\\ u(t_k^+)=\delta_1u(t_k),v(t_k^+)=\delta_2v(t_k)\end{cases} \quad (17)$$

脉冲条件可看作是为控制害虫每隔一定时间 $T=1$ 喷洒一次农药的作用(农药杀死害虫的同时对其天敌也有影响)，由于所喷洒农药的品种或浓度不同可影响 $0<\delta_1<1$，$0<\delta_2<1$ 的取值。下面对 δ_1，δ_2 的一些不同取值得到相应的结果。首先注意到，对模型(17)，条件(8)成立。

1) 若 $\delta_1=0.9,\delta_2=0.8$，由引理1所确定的正周期解 $w^*(t)$，当 $0<t\leqslant1$ 时为：$w^*(t)=0.8653/(0.5769+0.2\mathrm{e}^{-1.5t})$，可以验证，(6)，(9)成立，由定理3知模型(17)在这种情况下，天敌和害虫可以共存，如图1所示。



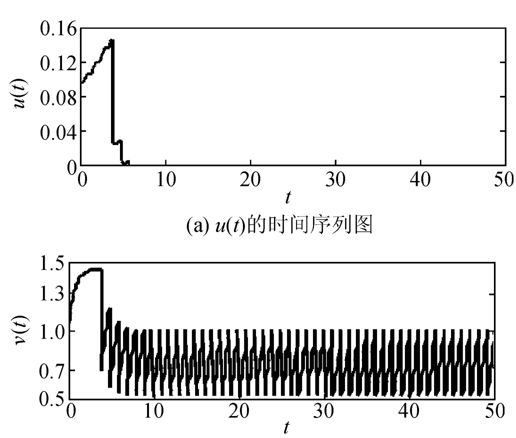
(a) $u(t)$的时间序列图

(b) $v(t)$ 的时间序列图

图1 当 $\delta_1=0.9,\delta_2=0.8$ 时，$u(t)$ 和 $v(t)$ 的时间序列图

Fig. 1 The time series of $u(t)$ and $v(t)$ with $\delta_1=0.9,\delta_2=0.8$

2) 若 $\delta_1=0.2,\delta_2=0.5$，则(6)，(12)，(13)成立。由定理4知模型(17)在这种情况下天敌灭绝，害虫却依然能持久生存，如图2所示。



(a) $u(t)$的时间序列图

(b) $v(t)$ 的时间序列图

图2 当 $\delta_1=0.2,\delta_2=0.5$ 时，$u(t)$ 和 $v(t)$ 的时间序列图

Fig. 2 The time series of $u(t)$ and $v(t)$ with $\delta_1=0.2,\delta_2=0.5$

3）若 $\delta_1=0.9,\delta_2=0.2$，则(15)和(16)成立。由定理5知模型(17)在这种情况下天敌和害虫均灭绝，如图3所示。

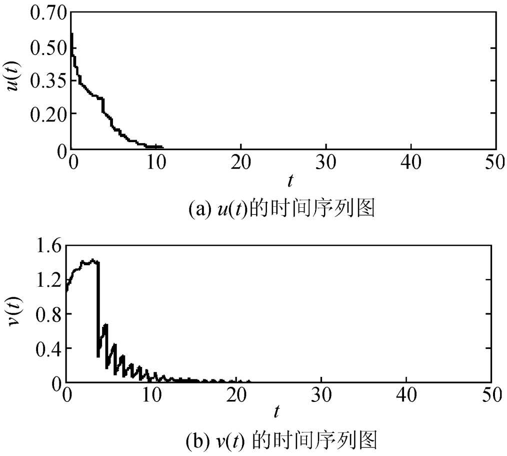


图3　当 $\delta_1=0.9,\delta_2=0.2$ 时，$u(t)$ 和 $v(t)$ 的时间序列图
Fig. 3　The time series of $u(t)$ and $v(t)$ with $\delta_1=0.9,\delta_2=0.2$

5　结　论

本文讨论了一类具有脉冲的 L-V 周期系统，当条件(A)成立时，系统的解具有全局吸引性质，进一步，如果系统存在一个有界解，则系统一定存在全局吸引的周期解;如果系统有正周期解，则一定是唯一的，且是全局吸引的;把对于一般系统(1)所获得的结果应用于一类捕食-被捕食系统，得到了捕食-被捕食系统正周期解存在唯一及全局吸引的条件，而且给出了该系统种群灭绝的条件;研究解决了具有比例脉冲的 L-V 周期系统的全局吸引性，对脉冲微分方程的理论研究和实际应用都具有一定的意义。

参考文献:

[1] Tineo A. Asymptotic behavior of an invading species[J]. Nonlinear Analysis, 2008, 9: 1-8.

[2] Muroya Y. Persistence and global stability in discrete models of Lotka-Volterra type[J]. Journal of Mathematic Analysis Application, 2007, 330: 24-33.

[3] Liu H , Luo J, Zhao X. On criterla for global stability of n-dimensional Lotka-Volterra systems[J]. Annals of Differential Equations, 2003, 19(03): 343-351.

[4] Wang Y. Global asymptotic stability of Lotka-Volterra competition reaction-diffusion system with time delays[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 53(1-2): 337-346.

[5] Liu X, Chen L. Complex dynamics of holling type II Lotka-Volterra predator-prey system with impulsive perturbations on the predator[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2003, 16: 311-320.

[6] Liu X, Ballinger G. Existence and continuability of solutions for differential equations with delays and state-dependent impulses[J]. Nonlinear Analysis, 2002, 51: 33-647.

[7] 窦家维. 脉冲微分方程系统的动力学行为研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2003.
Dou Jiawei. Dynamics behavior of impulsive differential systems [D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2003.

[8] Bainov D D, Simeonov P S. Impulsive differential equation: periodic solutions and applications[M]. London: Longman Scientific & Technical, 1995.

（责任编辑　杨小丽）