

文章编号: 1006-4710(2013)04-0495-05

# 基于泊松跳跃的并购时机研究

张立<sup>1,2</sup>, 扈文秀<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学 经济与管理学院, 陕西 西安 710054;

2. 西安工业大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710021)

**摘要:** 在同时考虑协同效应与泊松跳跃的情形下, 运用实物期权思想与最优停时方法探讨了并购时机问题。在主并方与被并方价值均不确定但存在一定相关性的条件下, 通过构建被并方不抵触并购情形下的单方并购模型, 求解出了在考虑泊松跳跃与不考虑泊松跳跃情形下的最佳并购时机及其对应的并购区域; 研究发现泊松跳跃的存在使主并方获得更多等待期权的价值, 但也使并购阈值右移, 并购区域变宽, 选择最佳并购时机需要更多的信息支持。

**关键词:** 并购时机; 协同效应; 最优停时; 泊松跳跃

**中图分类号:** F830      **文献标志码:** A

## Research on Timing of M&A Based on Poisson Jump

ZHANG Li<sup>1,2</sup>, HU Wenxiu<sup>1</sup>

(1. Faculty of Economics and Management, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China;

2. School of Architecture and Civil Engineering, Xi'an Technology University, Xi'an 710021, China)

**Abstract:** Taking both synergistic effect and Poisson jump into account, the paper studies the timing of M&A using the method of real option and optimal stopping. Through the establishment of the M&A model with two players, in which both of the players' value are uncertain but related, and the acquainted player accepts the M&A without condition, the paper solves the optimal timing of M&A and corresponding region to make decision under the condition where Poisson jump exists and the condition where Poisson jump does not exist. The result shows that the company 1 will obtain more value of waiting option but narrower M&A region with Poisson jump comparing with that without Poisson jump.

**Key words:** timing of M&A; synergistic effect; optimal stopping; Poisson jump

国内外学者对并购时机都有相应的研究, 最近几年众多学者应用实物期权方法及期权博弈方法对并购时机问题展开了深入研究, 已取得一定成果。

在国外, 如 Lambrecht (2004)<sup>[1]</sup> 使用实物期权的方法, 借助 Cobb-Douglas 生产函数, 研究以规模经济为目标的并购时机, 指出并购最佳时机仅仅发生在经济扩张期, 但该结论仅适用于横向并购; Alvarez 和 Stenbacka (2006)<sup>[2]</sup> 运用复合实物期权方法, 研究了存在后续剥离收益及剥离期权时单个并购企业的并购时机问题; Thijssen (2008)<sup>[3]</sup> 研究认为并购是为了在分散风险的同时获得正的协同效应, 并将并购时机确定为一个区域, 但其暗含的假设是主并方外

生, 与实际差别较大。Hoberg 和 Phillips (2010)<sup>[4]</sup> 研究认为产品具有相似性和分散性的主并方能够通过收购竞争对手提高公司的绩效, 也表明公司开发的产品具有协同效应; Maksimovic、Phillips 和 Prabhala (2011)<sup>[5]</sup> 研究认为并购会提高目标公司的生产力水平; Yuri (2012)<sup>[6]</sup> 研究认为先出价的买方将财富从卖方转移到第一位出价者而不影响第二位出价者的收益和社会财富。

在国内, 金治明 (2003)<sup>[7]</sup> 推导出了无限期美式期权的定价公式以及其最优实施期; 黄薇、曹国华 (2003)<sup>[8]</sup> 建立了最优停时模型, 并在最优停时理论下得到了验证; 曹黄金 (2006)<sup>[9]</sup> 研究了一维扩散过

收稿日期: 2013-09-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70973096); 陕西省高校重点学科专项资金资助项目(107-00X902)。

作者简介: 张立, 男, 博士生, 讲师, 研究方向为投融资决策与项目管理。E-mail: 393874570@qq.com。

扈文秀, 男, 教授, 博导, 研究方向为金融工程与风险管理。E-mail: hwxsxj@msn.com。

程的最优停时问题,论证了维纳过程和几何布朗运动属于 Feller 过程,同时给出了一般扩散过程的处理方法;扈文秀、边璐等(2009)<sup>[10-12]</sup>应用最优停时方法,得到主并企业的最佳兼并时机及对应等待期权价值,并分析了不完全信息下主并企业支付的期望满意对价比例对兼并时机的影响;陈珠明(2008)<sup>[13]</sup>研究了随机市场中并购的条件和时机问题,以及被并企业所要保证金的四个影响因素;张利兵、吴冲锋等(2009)<sup>[14]</sup>确定了可获得的竞争优势对不确定性和竞争性环境下企业投资决策的影响。段世霞、扈文秀等(2008)<sup>[15-17]</sup>得出了不同竞争状况下的最优兼并临界值和对价比例。

在国内外诸多学者对并购时机的研究成果中,大多假设标的价格变动符合几何布朗运动或马尔科夫过程,较少考虑泊松跳跃,基于此,文章拟在假定标的价格变动服从带有泊松跳跃的伊藤过程条件下,运用实物期权与最优停时方法求解最佳并购时机及其对应的并购区域,以探讨泊松跳跃对最佳并购时机与并购区域的影响。

## 1 研究假设与说明

运用并购时机模型求解在考虑泊松跳跃与不考虑泊松跳跃两种情形下的并购时机及其对应的并购区域,该模型的研究假设如下:

1) 假设市场上存在两家独立经营且股票全流通的全股权融资上市企业,其中企业 1 兼并企业 2 后形成企业 3,记作  $k \in \{1, 2, 3\}$ ,其股份数分别为  $Q_1, Q_2, Q_3$ ,在时刻  $t$ ,企业  $k$  的股价为  $X_k$ ,则该企业在时刻  $t$  的市场价值  $V_k = Q_k X_k$ 。设企业 1 属主并方,企业 2 属被并方,且企业 2 被企业 1 兼并后不复存在,企业 1 继续存在,为便于区分,合并后的企业 1 被称为企业 3,为便于分析,假设并购成本为零,主并方只有企业 1,被并方只有企业 2,且企业 2 对企业 1 的主动并购行为没有抵触态度。

2) 企业  $k$  在时刻  $t \in \{t \geq 0\}$  的每股价值  $x_{kt}$  服从伊藤过程,在不含泊松跳跃的条件下,漂移参数和扩散参数都依赖于控制变量  $k \in \{1, 2, 3\}$  与状态变量  $x$ ,则:

$$dx_{kt} = a(x, t) dt + b(x, t) dw_k \quad (1)$$

其中,  $dw_k$  服从标准维纳过程,  $dw_1 dw_2 = \rho_{12} dt$ ,  $\rho$  为企业 1 与企业 2 特殊风险之间的相关系数,  $a(x, 1, t)$  为企业 1 股价变动的漂移参数,  $b(x, 1, t)$  为企业 1 股价变动的扩散参数,  $a(x, 2, t)$  为企业 2 股价变动的漂移参数,  $b(x, 2, t)$  为企业 2 股价变动的扩散参数。

3) 企业  $k$  在时刻  $t (t \in \{t \geq 0\})$  的每股价值  $x_{kt}$  服从伊藤过程,则:

$$dx_{kt} = f(x, t) dt + g(x, t) dq_k \quad (2)$$

其中,  $u, dq$  为随机变量,且  $p\{dq = u\} = \lambda dt$ ,  $f(x, t), g(x, t)$  均为已知函数。

4) 根据中国金融市场实际,假定金融市场弱式有效,金融市场主要参与者的风险态度为风险中性,贴现率使用无风险利率  $r$ ,令  $\delta_k$  为企业  $k \in \{1, 2, 3\}$  的股息率或持有并购期权的机会成本,则:

$$\delta_k = \begin{cases} r - \frac{a(x, t)}{X_{kt}} & (\text{不存在泊松跳跃}) \\ r - \frac{f(x, t)}{X_{kt}} & (\text{存在泊松跳跃}) \end{cases} \quad (3)$$

5) 协同效应的产生与并购行为在时间上同步,则根据道格拉斯生产函数所反映的投入与产出的关系,并购后新生成的企业 3 在  $t$  时刻的市场价值为:

$$V_3 = e^\alpha X_1^\theta X_2^{1-\theta} \varepsilon \quad (4)$$

其中,  $e^\alpha$  为协同效应,则协同效应与并购收益随  $\alpha$  增大而增大,  $\theta$  为在企业 3 的市场价值中企业 1 价值所占比重,  $(1 - \theta)$  为企业 3 的市场价值中企业 2 价值所占比重,  $\varepsilon$  为随机扰动项,且  $\ln \varepsilon \sim N(0, 1)$ 。

并购活动就股价的漂移率和波动率而言,类似一种分散风险的投资行为。企业 1 与企业 2 的股价波动正向相关度越大,并购活动对风险分散的作用越弱,股价波动负向相关度越大,并购活动对分散风险的作用越强。

## 2 模型构建与求解

鉴于利润流不确定,也不直接影响并购时机的决策,结合特殊企业确定必要收益率较为困难,文章拟使用企业预期未来市场价值的现值之和替代企业未来市场价值的现值,以克服这两点对动态规划与最优停时理论应用的限制。

### 2.1 并购时机模型构建与求解

当企业 1 在时刻  $\tau$  并购企业 2 形成企业 3 时,企业 2 股东因失去企业要求企业 1 对企业 2 支付一个对价,且要求接受被并后企业 2 未来市场价值的现值之和不小于不接受被并持有企业 2 时企业 2 未来市场价值的现值之和,假设企业 1 对企业 2 股东支付基于企业 3 价值的对价比例为  $CR_\tau \in (0, 1)$ ,而企业 1 发起并购,要实现股东利益最大化,给予企业 2 股东的对价比例不会使企业 1 对企业 2 的支付超过企业 2 不被并购时预期市场价值现值之和。

所以,在假定不存在泊松跳跃的情形下,当并购确定发生时,企业 1 会确保对企业 2 股东的对价支

付等于企业不被并购继续持有其股份时企业 2 预期市场价值的现值之和。

并购给企业 1 带来的协同效应与其对被并企业 2 支付的对价比例负相关,这是因为企业 2 在被并购之前对企业 1 对其支付比例有一个保留水平,在给定企业 2 并购产生的协同效应预期时,这个保留水平是相对稳定的,并购后实际产生的协同效应往往大于企业 1 对该协同效应的预期,使得企业 1 对企业 2 支付的对价比例与其得到的协同效应相比变小了。

为确保并购对企业 1 产生协同效应,并购后的企业 3 在时刻  $\tau$  预期市场价值的现值之和应该大于在未发生并购情形下企业 1 和企业 2 在时刻  $\tau$  的预期市场价值的现值之和的累加。

设  $T$  为满足  $X_t = (X_{1t}, X_{2t})$  的停时集合,企业 1 预期市场价值的现值之和加总的最大化函数为  $F^*(x_1, x_2)$ ,在并购后企业 1 预期市场价值之和为  $V(x_{1\tau}, x_{2\tau})$ ,则企业 1 在最佳兼并时机  $\tau^* \in T$  处满足:

$$F^*(x_1, x_2) = \sup_{\tau \in T} E \left[ \int_0^{\tau} e^{-rt} X_{1t} Q_1 dt + e^{-r\tau} V(x_{1\tau}, x_{2\tau}) \right] = E \left[ \int_0^{\tau^*} e^{-rt} X_{1t} Q_1 dt + e^{-r\tau^*} V(x_{1\tau^*}, x_{2\tau^*}) \right] \quad (5)$$

其中,  $E \left[ \int_0^{\tau^*} e^{-rt} X_{1t} Q_1 dt \right]$  为企业 1 在独立经营情形下的预期市场价值的现值之和。

为确保企业 1 并购企业 2 后给企业 1 带来的协同效应为正,企业 1 持有的实物期权的价值为正,要求  $A_1 > 0, A_2 > 0$ ,此时企业 1 并购企业 2 的最优停时解的一般形式为:

$$F^*(x_1, x_2) = \begin{cases} A_1 x_1^{\beta_1} x_2^{1-\beta_1} + \frac{X_{1t} Q_1 x_1}{X_{1t} r - a(x, 1, t)} & x_n \in (0, x_{na}) \\ \frac{e^{\alpha} Q_3 X_{3t} x_1^{\theta} x_2^{1-\theta}}{X_{3t} r - a(x, 3, t)} - \frac{X_{2t} Q_2 x_2}{X_{2t} r - a(x, 2, t)} & x_n \in [x_{na}, x_{nb}] \\ A_2 x_1^{\beta_2} x_2^{1-\beta_2} + \frac{X_{1t} Q_1 x_1}{X_{1t} r - a(x, 1, t)} & x_n \in (x_{nb}, \infty) \end{cases} \quad (6)$$

则企业 1 并购企业 2 的最佳并购时机为:

$$\tau^* = \inf \{ t \geq 0 \mid x_{nt} \in [x_{na}, x_{nb}] \}$$

说明企业 1 并购企业 2 的最佳时机仅与企业 1 与企业 2 的相对股价有关,与绝对股价水平无关。

## 2.2 并购时机调整

对于一般的泊松跳跃,运用最优停时方法求解,问题会变得相当复杂,基于此,不妨假设泊松跳跃每次都调到点  $x_0$ ,在时刻  $t$  利润流为  $\pi(x, t)$ ,终止价值为  $\Omega(x, t)$ ,在  $x_0$  处于停止区域时,  $\Omega(x_0, t) = 0$ , 则:

$$\begin{cases} F(x, t) = \frac{1}{r + \lambda} [\pi(x, t) + \lambda F(x_0, t)] & (x_0 \text{ 属继续区域}) \\ F(x, t) = \frac{\pi(x, t)}{r + \lambda} & (x_0 \text{ 属停止区域}) \end{cases} \quad (7)$$

设在考虑泊松跳跃情形下的并购区域为  $x_n \in [x_{\lambda na}, x_{\lambda nb}]$ ,相应的企业 1 并购企业 2 的预期市场价值现值之和的最大化函数为:

$$F^*(x_1, x_2) = \begin{cases} A_1 x_1^{\beta_1} x_2^{1-\beta_1} + \frac{X_{1t} Q_1 x_1}{X_{1t} (r + \lambda) - a(x, 1, t)} & x_n \in (0, x_{\lambda na}) \\ \frac{e^{\alpha} Q_3 X_{3t} x_1^{\theta} x_2^{1-\theta}}{X_{3t} (r + \lambda) - a(x, 3, t)} - \frac{X_{2t} Q_2 x_2}{X_{2t} (r + \lambda) - a(x, 2, t)} & x_n \in [x_{\lambda na}, x_{\lambda nb}] \\ A_2 x_1^{\beta_2} x_2^{1-\beta_2} + \frac{X_{1t} Q_1 x_1}{X_{1t} (r + \lambda) - a(x, 1, t)} & x_n \in (x_{\lambda nb}, \infty) \end{cases} \quad (8)$$

对应的最佳并购时机为:

$$\tau^* = \inf \{ t \geq 0 \mid x_{nt} \in [x_{\lambda na}, x_{\lambda nb}] \}$$

借助以上假设和  $F^*(x_1, x_2)$  在不同并购区域上的取值,可对加进泊松跳跃时企业 1 并购企业 2 的最佳并购时机以及并购区域的变化如图 1 所示。

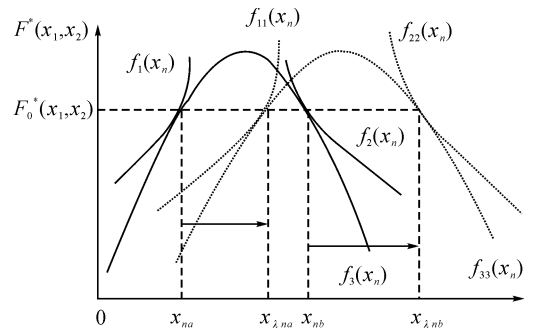


图 1 基于泊松跳跃的并购区域调整示意图

fig. 1 M&A regional adjustment diagram based on Poisson jump

由图 1 可知,与不考虑泊松跳跃的情形相比,存在泊松跳跃的情形下,维持企业 1 并购企业 2 的协同效应不变,则并购区域由  $[x_{na}, x_{nb}]$  变为  $[x_{\lambda na}, x_{\lambda nb}]$ ,并购区域的上限和下限均右移,因此,在其他条件不变的情况下,当企业 1 对企业 2 的相对股价

下降到并购阈值以下时,最佳并购时机将推迟到来,当企业1对企业2的相对股价升高至并购阈值上限以上时,最佳并购时机将提前到来。同时由于并购变宽,选择最佳并购时机需要更多信息。

### 3 数值分析

在不考虑泊松跳跃的情形下,假设市场上存在两家全股权融资上市企业,企业1和企业2,企业1拟并购企业2,企业2对企业1的并购活动没有抵触情绪。

根据企业1与企业2股价的历史统计数据,可设企业1的每股价值增长率  $a(x,1,t)/X_{1t} = 0.03$ ,每股价值波动率  $b(x,1,t)/X_{1t} = 0.2$ ,企业2每股价值增长率  $a(x,2,t)/X_{2t} = 0.01$ ,每股价值波动率  $b(x,2,t)/X_{2t} = 0.25$ ,企业1与企业2每股价值变动的相关系数  $\rho = 0.4$ 。

根据市场信息可以设企业1的股份  $Q_1 = 1$  (亿),企业2的股份  $Q_2 = 1$  (亿),则并购完后企业3的股份  $Q_3 = 1$  (亿),无风险利率(同期银行存款利率)  $r = 0.1$ 。

根据对参与并购活动企业的评估可以设测度协同效应的参数  $\alpha = 0.5$ ,并购后原企业1的权重  $\theta = 0.6$ 。

将以上参数代入方程组,根据  $X_{na} < X_{nb}$  的条件可知:

$$X_{na} = 0.32$$

$$X_{nb} = 6.65$$

$$A_1 = 32.18 \text{ (亿)}$$

$$A_2 = 263.88 \text{ (亿)}$$

企业1并购企业2的最佳并购时机为:

$$\tau^* = \inf\{t \geq 0 \mid x_{nt} \in [0.32, 6.65]\}$$

在考虑泊松跳跃情形下,为突出泊松跳跃对企业并购时机的影响,泊松跳跃参数  $\lambda$  不宜设置为零,为便于计算和分析,不妨设  $\lambda = r$ ,其他参数设置不变,同时确保与不考虑泊松跳跃的情形相比,考虑泊松跳跃情形下企业1并购企业2的预期市场价值现值之的最大值不变,则根据以上参数设置和方程组可知:

$$x_{\lambda na} = (2.17x_{na}^{0.6} - 0.33)^{\frac{5}{3}} = 0.64$$

$$x_{\lambda nb} = (2.17x_{nb}^{0.6} - 0.33)^{\frac{5}{3}} = 22.25$$

相应的,企业1并购企业2的最佳并购时机为:

$$\tau^* = \inf\{t \geq 0 \mid x_{nt} \in [0.64, 22.25]\}$$

由结果可知,并购阈值上下限均右移,且并购区域变宽,与上文理论推导的结论一致。

## 4 结论

综上所述,文章研究了在主并企业价值与被并企业价值均不确定但具有一定相关性的情形下最佳并购时机的问题,研究发现企业并购不仅追求协同效应,同时也是为了分散“投资”,降低经营风险。

无论考虑泊松跳跃与否,企业并购都存在最佳并购时机及其对应的并购区域,其中最佳并购时机仅与两企业的相对股价有关,与任何并购参与方股价的绝对水平无关。

与不考虑泊松跳跃的情形相比,在考虑泊松跳跃情形下并购阈值下界和并购阈值上界均右移,但不是原有并购阈值上下界的简单平行移动,且并购区域变宽,选择最佳并购时机需要的信息更多。

当主并企业与被并企业的相对股价低于并购区域下界或高于并购区域上界时,主并企业的最佳策略是持有等待期权。

### 参考文献:

- [1] Lambrecht M. The timing and terms of mergers-motivated by economies of scale[J]. Journal of Financial Economics, 2004, 72 (1):41-62.
- [2] Alvarez, L, Stenbacka R. Takeover timing, implementation uncertainty, and embedded divestment options[J]. Review of Finance, 2006, 10: 417-441.
- [3] Thijssen J J J. Optimal and strategic timing of mergers and acquisitions motivated by synergies and risk diversification[J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2008, 32:1701-1720.
- [4] Hoberg G, Phillips G. Product market synergies and competition in mergers and acquisitions: a text-based analysis[J]. Review of Financial Studies, 2010, 23, 3773-3811.
- [5] Maksimovic V, Phillips G, Prabhala N R. Post-merger restructuring and the boundaries of the firms[J]. Journal of Financial Economics, 2011, 102, 317-343.
- [6] Yuri K. Preemptive bidding in takeover auctions with affiliated values[J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2012, 52:395-401.
- [7] 金治明. 无限期美式期权定价与马氏链的最优停止[J]. 经济数学, 2003, 20(2):7-12.  
Jin Zhiming. Optimal stopping of indefinite american option pricing and Markov chain[J]. Economic Mathematics, 2003, 20(2):7-12.
- [8] 黄薇,曹国华. 不确定下项目投资时点的优化模型研究[J]. 系统工程学报, 2003, 18(6):521-525.  
Huang Wei, Cao Guohua. Optimal model of Uncertain project investment timing[J]. Journal of Systems Engi-

- neering,2003,18(6):521-525.
- [9] 曹黄金. 一维扩散过程的最优停止问题的研究[J]. 数学理论与应用,2006,26(2):21-23.  
Cao Huangjin. Study on the optimal stopping problem of one-dimensional diffusion process [J]. Mathematical Theory and Application,2006,26(2):21-23.
- [10] 边璐,扈文秀,张立. 主并方合作并购目标企业的时机问题研究初步[J]. 系统工程,2009,27(5):82-87.  
Bian Lu, Hu Wenxiu, Zhang Li. A preliminary study on the main and side cooperative timing acquisition target enterprise [J]. Systems Engineering, 2009, 27 ( 5 ): 82-87.
- [11] 景泽京,扈文秀. 信息不对称下的壳公司并购对价模型[J]. 系统工程,2013,31(7):15-20.  
Jing zejing, Hu Wenxiu. Under the asymmetric information of shell companies merger on price model[J]. Systems engineering,2013,31(7):15-20.
- [12] 陈豪,扈文秀,章伟果. 协同价值双重不确定性下的兼并时机及信息搜寻决策[J]. 中央财经大学学报,2012,(7):90-96.  
Chen hao, Hu Wenxiu, zhang Weiguo. Collaborative merger timing and information search decisions double value under uncertainty[J]. Journal of Central University of Finance and Economics,2012,(7):90-96.
- [13] 陈朱明,杨华李. 对原并购企业有损害的企业并购时机与条件[J]. 数理统计与管理,2008,27(4):643-654.  
Chen Zhuming, Yang Huali. Enterprise M&A time and conditions have damage to original enterprise M&A[J]. Application of statistics and management, 2008,27(4):643-654.
- [14] 张利兵,吴冲锋. 资本结构、股权融资和企业投资行为[J]. 中国管理科学,2008,16(3):157-163.  
Zhang Libing, Wu Chongfeng. Capital structure, equity financing and investment behavior [J]. China Management Science, 2008,16(3):157-163.
- [15] 段世霞,扈文秀. 竞争条件下的企业兼并时机和对价比例[J]. 西安理工大学学报,2008,24(3):370-375.  
Duan Shixia, Hu Wenxiu. Enterprise merger timing under the condition of competition and the price ratio[J]. Journal of Xi'an University of Technology,2008,24(3):370-375.
- [16] 章伟果,扈文秀,陈豪. 基于目标企业管理层响应策略的并购决策[J]. 系统工程,2011,29(10):35-40.  
zhang Weiguo, Hu Wenxiu, Chen hao. The target enterprise management strategy based on response acquisition decision [J]. Systems engineering, 2011, 29 ( 10 ): 35-40.
- [17] 陈豪,扈文秀,章伟果. 不完全信息下基于分手费协议的竞购策略[J]. 系统工程,2011,29(11):40-45.  
Chen hao, Hu Wenxiu, zhang Weiguo. Breakup fee agreement bidding strategy based on incomplete information [J]. Systems engineering, 2011, 29(11):40-45.

(责任编辑 杨小丽)