

文章编号: 1006-4710(2014)01-0013-09

# 高斯混合概率假设密度 SLAM 算法

辛菁<sup>1</sup>, 贾渭娟<sup>2</sup>, 苟蛟龙<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048;

2. 重庆大学 城市科技学院 电气信息学院, 重庆 永川 402167)

**摘要:** 研究了同步定位与地图创建(SLAM)中的数据关联问题。针对环境特征数未知时,数据关联的误关联率增加,导致 SLAM 的定位精度偏低的问题,提出了高斯混合概率假设密度 SLAM 算法。首先采用 UFastSLAM 解决 SLAM 中的粒子退化和耗尽问题,其次针对地图特征数未知的情况,将 UFastSLAM 算法中的数据关联问题转换成有限集统计理论跟踪算法的高斯混合问题,利用高斯混合概率假设密度(Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density, GMPHD)算法解决 UFastSLAM 中数据关联问题。仿真实验结果表明本文提出的 GMPHD-UFastSLAM 算法在地图特征个数未知的情况下,数据关联准确率和定位精度都得到了提高。

**关键词:** 同步定位与地图创建; 数据关联; UFastSLAM 算法; 高斯概率假设密度

**中图分类号:** TP242.8      **文献标志码:** A

## Gaussian mixture probability hypothesis density SLAM algorithm

XIN Jing<sup>1</sup>, JIA Weijuan<sup>2</sup>, GOU Jiaolong<sup>1</sup>

(1. Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. Electrification Information College, City College of Science and Technology, Chongqing University, Yongchuan 402167, China)

**Abstract:** This paper focus on the data association problem in the Simultaneous Localization and Mapping (SLAM). Incorrect rate of data association would be increased under the environment with unknown number of the features, whereby leading to a decrease in the positioning accuracy of SLAM. To solve this problem, a SLAM algorithm based on Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density is proposed. Firstly, UFastSLAM algorithm is used to deal with the problem of the particle degradation and exhaustion. Secondly, for the unknown number of the map features, the data association problem in the UFastSLAM is converted into the gaussian problem of finite set statistics theory tracking algorithm, then GMPHD algorithm is adopted to solve the data association problem in the UFastSLAM algorithm. Simulation results show that the proposed GMPHD-UFastSLAM algorithm can improve the correct rate of data association and position accuracy of the robot under the environment with unknown number of the map features.

**Key words:** simultaneous localization and mapping; data association; UFastSALM algorithm; Gaussian mixture probability hypothesis density

移动机器人同步定位与地图创建(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)问题定义为机器人在未知环境中从一个未知的位置开始移动,在移动过程中根据其自身所带传感器感知所处环境附近路标相对自身的位置信息增量式构建环境地图,然后利用这个地图确定自己的绝对位姿<sup>[1]</sup>。在

SLAM 过程中,数据关联技术的使用不仅可以提高机器人系统的性能,而且使机器人在长时间、大范围内保持系统的收敛性。数据关联最初应用在目标跟踪领域,即是用于确定传感器的测量信息和目标源之间的对应关系,其中经典的数据关联算法包括最近邻数据关联算法(NNDA)<sup>[2]</sup>、概率数据关联算法

收稿日期: 2013-09-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203345);陕西省教育厅专项科学研究计划资助项目(2010JK737)。

作者简介: 辛菁,女,博士,副教授,研究方向为工业机器人视觉伺服、移动机器人自主导航。E-mail: xinj@xaut.edu.cn。

(PDA)<sup>[3]</sup>、联合概率数据关联(JPDA)<sup>[4-5]</sup>和多假设法<sup>[6]</sup>(MHT)等。

SLAM中数据关联是指利用当前传感器探测到的 $m$ 个观测值对地图中已经存在的 $n$ 个地图特征进行更新时,必须明确指出哪个观测值对应于哪个特征。如果机器人对观测值和特征的关联发生错误,则会导致错误的更新,并且此后的预测也会发生错误,从而增大定位和地图构建的误差,严重时甚至会导致定位与构图误差发散,并进一步增加了此后数据关联的困难。因此,数据关联是SLAM的一个难点问题。近几年,随着SLAM问题研究的深入,提出了许多SLAM数据关联算法<sup>[7]</sup>。如独立兼容最近邻算法(ICNN, individual compatibility nearest neighbour)、连续兼容最近邻算法(SCNN, sequential compatibility nearest neighbour)、联合兼容分枝限界(JCBB, joint compatibility branch and bound)和联合最大可能性算法(JML, joint maximum likelihood)。2007年王永清<sup>[8]</sup>提出对JCBB进行线性搜索优化,并将优化后的JCBB对特征线段的观测进行门限过滤,完成观测和预测间的最终匹配,有效提高了移动机器人应用的可行性。2008年季秀才<sup>[9]</sup>提出了一种关联树模型,并对关联树进行有限深度回溯搜索实现数据关联算法,但该方法仅适用于基于最小二乘的完全SLAM。2009年曾文静<sup>[10]</sup>提出了一种基于蚁群优化算法的最大可能性算法,该算法利用蚁群算法解决组合优化问题的优越性来搜索最优的可能性关联集合。上述SLAM中数据关联算法均假设环境地图中的特征个数是已知的情况,然而现实中移动机器人运行过程中其周围的环境地图中的特征个数往往是未知的。2010年John Mullane<sup>[11]</sup>等人提出Rao-Blackwellised PHD SLAM算法,该算法采用PHD(概率假设密度)来解决FastSLAM中数据关联问题,不仅增强了数据关联的准确率,而且也提高了机器人的定位精度,但是由于PHD算法本身数值积分存在着“维数灾”计算问题使得该方法计算量较大。

为了进一步提高SLAM算法的定位精度,本文将改进PHD算法—GM-PHD(高斯混合概率假设密度)算法应用于SLAM过程中解决其数据关联问题。同时针对FastSLAM2.0中粒子退化和耗尽的问题,采用将无迹卡尔曼滤波(UKF)算法应用到FastSLAM2.0中经过改进而得到的UFastSLAM算法。

## 1 UFastSLAM 算法简介

### 1.1 基于粒子滤波的FastSLAM 算法

Montemerlo等人将Rao-Blackwellized粒子滤

波<sup>[12]</sup>应用到SLAM中于2003年提出了FastSLAM2.0算法<sup>[13]</sup>。其基本思想是将SLAM问题分解为机器人的定位问题和机器人所在环境地图的创建问题,其中,机器人定位用一个粒子滤波器实现;由于地图中的特征是相互独立的,所以用 $N$ 个EKF实现环境地图的构建。与其本人2002年提出的FastSLAM算法不同之处在于FastSLAM2.0算法同时考虑了控制信息和观测信息,进一步提高了机器人的定位精度。FastSLAM2.0是一种粒子滤波和EKF的混合算法,其优点表现为:

①较低的计算时间复杂度。当采用树状的数据结构时FastSLAM2.0的计算时间复杂度为 $O(M \log N)$ 明显优于EKFSLAM的 $O(N^2)$ ,其中 $M$ 为粒子数, $N$ 是地图中的特征数。

②当后验概率为非高斯模型时,多模型分布情况下的EKFSLAM方法通常会生成数据关联错误,而FastSLAM2.0能很好地处理这种状况,同时具有更强的鲁棒性。

### 1.2 UFastSLAM 算法

虽然FastSLAM2.0有上述优点,但是该算法存在以下问题:

1)由于机器人位姿估计是采用粒子滤波算法,因此存在着粒子退化问题。

2)在引入重采样方法后,会出现粒子耗尽问题。

3)在长时间运行过程中,FastSLAM存在由于环境地图协方差累积所带来的计算复杂度增加的问题。

基于上述缺点,文献[14]中提出一种改进的FastSLAM算法—UFastSLAM算法,与FastSLAM算法相比,UFastSLAM有如下两处改进:

①在机器人位姿估计方面。UFastSLAM算法是将UKF和粒子滤波算法相结合来处理机器人的位姿估计的。在该算法中,先用UKF算法来递推估计后验位姿的建议分布,然后再用粒子滤波来估计机器人的位姿。由于建议分布是被假设成服从高斯分布的,所以问题就转化成对机器人状态向量的均值和方差的估计,即 $N(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_k^i)$ ,其中 $\mathbf{x}_k^i$ 表示粒子 $i$ 的位姿,可以通过用相应的公式计算出权值 $\omega_k^i$ ,并对之进行归一化处理,从而得到 $k$ 时刻粒子 $i$ 的权值。

②在环境特征估计方面。地图特征的估计是采用UKF方法的,较之EKF具有更高的估计精度。而且,在FastSLAM算法的框架下,地图中的每个特征都是服从二维高斯分布的,计算量较小,因此采用UKF并不会造成更新的缓慢。

## 2 GMPHD-UFastSLAM 算法基本原理

标准的 UFastSLAM 算法假设传感器观测值和地图特征间的数据关联是已知的来回避数据关联问题,然而在实际环境中,特征存在着很大的不确定性并且地图的特征数也是未知的,基于此本文在 UFastSLAM 算法基础上提出了高斯混合概率假设密度 SLAM 算法,即 GMPHD-UFastSLAM 算法。该算法的基本思想是将 UFastSLAM 算法中的数据关联问题转换成有限集统计理论跟踪算法的高斯混合问题,即高斯混合概率假设密度(Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density, GMPHD),然后采用 GMPHD 解决 UFastSLAM 算法中的观测值和地图特征间的数据关联。这样不仅可以提高数据关联的准确性而且也提高了机器人位姿估计的精度。

### 2.1 SLAM 中数据关联问题描述

SLAM 中数据关联是指建立安装在移动机器人上传感器观测到的信息和其移动机器人运行过程中周围环境地图特征之间的对应关系,以确定它们是否有公共源。在  $k$  时刻,假设机器人上的传感器获得  $m$  个环境特征  $E_i (i=1, \dots, m)$ , 其对应的观测值为  $z_{k,i}$ 。此时所构建的地图中的特征  $F$  有  $n$  个  $F_j (j=1, \dots, n)$ 。则 SLAM 中数据关联可以描述为:

$$\mathbf{R} = \{j_1, j_2, \dots, j_i, \dots, j_m\} \quad (1)$$

其中  $j_i$  表示地图中第  $j$  个特征  $F_j$  和第  $i$  个观测值  $E_i$  的关联性,当两者完全不相关时  $j_i=0$ 。

在 SLAM 过程中,数据关联发生在 SLAM 的预测阶段之后,是对实际观测值  $z_{k,i}$  和地图中已经存在的特征的观测值得估计值  $\hat{z}_{k,i}$  进行关联的过程。其中,观测值的估计值可通过公式(2)所示的 SLAM 观测模型获得:

$$\hat{z}_{k,i} = \mathbf{h}_{k,j}(\mathbf{x}_{k-1}) + \omega_{k,i} \quad (2)$$

其中,  $\hat{z}_{k,i}$  表示  $k$  时刻第  $i$  个特征的观测值的估计值;  $\mathbf{h}_{k,j}$  是测量函数;  $\omega_{k,i}$  是观测噪声。

$k$  时刻传感器第  $i$  个实际观测值与其估计值之间残差  $\mathbf{v}_k$  和对应的估计协方差  $\mathbf{S}_k$  为:

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{z}_{k,i} - \hat{z}_{k,i} \quad (3)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_{k,j} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k,j}^T + \mathbf{R}_{k,i} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{P}_k$  是机器人位姿协方差;  $\mathbf{R}_k$  是观测噪声的协方差。  $E_i$  和  $F_j$  的关联性可根据它们的马氏距离  $D_k^2$  是否小于某个阈值来确定,即:

$$D_k^2 = \mathbf{v}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{v}_k < \epsilon \quad (5)$$

如果马氏距离  $D_k^2$  满足上式(5),则该观测值被接受,即数据关联成功。

### 2.2 GMPHD-UFastSLAM 算法基本原理

实际环境中地图特征个数往往是未知的, GMPHD 算法在目标数未知时可以很好的跟踪目标,并且具有较高的跟踪精度。GMPHD 算法是根据 Mahler 提出的随机有限集理论<sup>[15]</sup>,在概率假设密度(PHD, Probability Hypothesis Density)<sup>[16]</sup>的基础上经过改进而得到的一种多目标跟踪算法<sup>[17-18]</sup>。其基本思想是:当目标初始的先验概率密度满足高斯分布的形式时,通过将状态噪声、观测噪声、目标的繁衍、新目标的产生、目标的存活概率和检测概率表示成高斯混合的形式,之后每个时刻的后验概率密度均表示成高斯混合的形式, GMPHD 就是利用混合高斯成分来预测和更新随机集的 PHD,并估计出目标状态。基于此,本文采用 GMPHD 算法来解决 UFastSLAM 中的数据关联问题,提出了 GMPHD-UFastSLAM 算法。整个算法主要由机器人位姿估计和地图特征估计两部分组成。

#### (1) 机器人位姿估计

采用粒子滤波和 UKF 相结合的方法来实现,首先定义

$$\mathbf{x}_{k-1}^{a[i]} = [\mathbf{x}_{k-1}^i \quad 0 \quad 0]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k-1}^{a[i]} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1}^i & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{k-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Q}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{x}_{k-1}^{a[i]}$  是包含机器人的位姿、控制量和观测量的增广矩阵;  $\mathbf{P}_{k-1}^{a[i]}$  是  $\mathbf{x}_{k-1}^{a[i]}$  对应的协方差增广矩阵;  $\mathbf{Q}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻系统控制噪声协方差;  $\mathbf{R}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻系统的观测噪声。

计算 sigma 点集,即:

$$\mathbf{X}_{k-1}^{a[i][0]} = \mathbf{x}_{k-1}^{a[i]} \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_{k-1}^{a[i][j]} = \mathbf{x}_{k-1}^{a[i]} + (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}_{k-1}^{a[i]}})_j, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_{k-1}^{a[i][j]} = \mathbf{x}_{k-1}^{a[i]} - (\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}_{k-1}^{a[i]}})_{j-n}, i = n+1, \dots, 2n \quad (10)$$

根据非线性方程(11) 计算(预测) $k$  时刻机器人状态向量均值  $\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i$  和协方差  $\bar{\mathbf{P}}_{k|k-1}^i$ , 即:

$$\mathbf{X}_{k|k-1}^{a[i][j]} = \mathbf{f}(\mathbf{u}_k, \mathbf{X}_{k-1}^{a[i][j]}) \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i = \sum_{j=0}^{2n} \omega_m^{[j]} \mathbf{X}_{k|k-1}^{a[i][j]} \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{k|k-1}^i = \sum_{j=0}^{2n} \omega_c^{[j]} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{a[i][j]} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i)(\mathbf{x}_{k|k-1}^{a[i][j]} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i)^T \quad (13)$$

更为精确机器人位姿还需进一步考虑观测信息,即可根据式(12)的预测通过非线性观测方程来计算  $k$  时刻的观测量的均值、协方差、交互协方差矩

阵和卡尔曼增益,即:

$$\bar{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^{[i,j]} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{X}}_{k|k-1}^{[i,j]}) \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^i = \sum_{j=0}^{2n} \omega_m^{[j]} \bar{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^{[i,j]} \quad (15)$$

$$\mathbf{S}_k^i = \sum_{j=0}^{2n} \omega_c^{[j]} (\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{[i,j]} - \bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^i) (\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{[i,j]} - \bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^i)^T + \mathbf{R}_k^i \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{k,xx}^i = \sum_{j=0}^{2n} \omega_c^{[j]} (\mathbf{x}_{k|k-1}^{[i,j]} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i) (\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^{[i,j]} - \bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^i)^T \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_k^i = \bar{\mathbf{P}}_{k,xx}^i [\mathbf{S}_k^i]^{-1} \quad (18)$$

进一步更新得出粒子  $i$  在  $k$  时刻机器人位姿估计值  $\mathbf{x}_k^i$  及其估计的协方差  $\mathbf{P}_k^i$ , 即:

$$\mathbf{x}_k^i = \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^i + \mathbf{K}_k^i (\mathbf{z}_k^i - \bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}^i) \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_k^i = \bar{\mathbf{P}}_{k|k-1}^i - \mathbf{K}_k^i \mathbf{S}_k^i [\mathbf{K}_k^i]^T \quad (20)$$

则,  $k$  时刻粒子  $i$  的建议分布可表示为  $N(\mathbf{x}_k^i, \mathbf{P}_k^i)$ , 采样后得到粒子  $i$  的位姿  $x_k^i$ , 进而计算出其权值, 接着对所有粒子的权值进行归一化处理, 得到  $k$  时刻粒子  $i$  的权值  $\omega_k^i$ .

## (2) 地图特征估计

首先用随机有限集来表示地图特征和其对应的观测值, 即用  $\mathbf{M}_k = \{m_k^1, \dots, m_k^{N_k}\}$  表示  $k$  时刻地图特征中的  $N_k$  个特征;  $\mathbf{z}_k = \{z_k^1, \dots, z_k^{\zeta_k}\}$  表示这  $N_k$  个特征的  $\zeta_k$  个观测值。然后采用 UKF 算法来对地图特征进行估计, 其中传感器观测信息和地图特征采用 GMPHD 算法实现数据关联。具体步骤如下:

### Step 1 初始化

在  $k-1$  时刻, 多目标后验密度的一阶统计矩即 GMPHD 强度函数为:

$$\mathbf{D}_{k-1}(\mathbf{m} | \mathbf{X}_{k-1}^{(i)}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \omega_{k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)}) \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{X}_{k-1}^{(i)}$  表示  $k-1$  时刻机器人的位姿;  $N(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)})$  表示地图特征权值为  $\omega_{k-1}^{(i,j)}$ 、均值为  $\boldsymbol{\mu}_{k-1}^{(i,j)}$  和方差为  $\mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)}$  的第  $J_{k-1}^{(i)}$  个高斯分量的高斯分布。

### Step 2 GMPHD 强度预测

$$\mathbf{D}_{k|k-1}(\mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \omega_{k|k-1}^{(i,j)} N(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{(i,j)} \mathbf{F}_{k-1}^T$ ;

$\boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{(i,j)} = \mathbf{F}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_{k-1}^{(i,j)}$ ,  $\mathbf{F}_{k-1}$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{Q}_{k-1}$  为系统噪声协方差;

$J_{k|k-1}^{(i)} = J_{k-1}^{(i)} + J_{b,k}^{(i)}$ ,  $J_{b,k}^{(i)}$  为新特征的高斯成分个数。

即地图中新产生的特征表示为:

$$\mathbf{b}(\mathbf{m} | \mathbf{Z}_{k-1}, \mathbf{X}_k^{(i)}) = \sum_{j=1}^{J_{b,k}^{(i)}} \omega_{b,k}^{(i,j)} N(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{b,k}^{(i,j)}, \mathbf{P}_{b,k}^{(i,j)})$$

Step 3 GMPHD 强度更新

GMPHD 更新表达式如下:

$$\mathbf{D}_k(\mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) = \mathbf{D}_{k|k-1}(\mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) [1 - \mathbf{P}_D(\mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) + \sum_{z \in \mathcal{Z}_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \mathbf{D}_{G,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}, \mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)})] \quad (23)$$

其中:

$$\mathbf{D}_{G,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}, \mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) = \omega_k^{(i,j)}(\mathbf{z} | \mathbf{X}_k^{(i)}) N(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}_{k|k}^{(i,j)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_{k|k}^{(i,j)}) \quad (24)$$

$$\omega_k^{(i,j)}(\mathbf{z} | \mathbf{X}_k^{(i)}) = \frac{\mathbf{P}_D(\mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) \omega_{k|k-1}^{(i,j)} q^{(i)}(\mathbf{z}, \mathbf{X}_k^{(i)})}{c(\mathbf{z}) + \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} \mathbf{P}_D(\mathbf{m} | \mathbf{X}_k^{(i)}) \omega_{k|k-1}^{(i,l)} q^{(i,l)}(\mathbf{z}, \mathbf{X}_k^{(i)})} \quad (25)$$

$$q^{(i,j)}(\mathbf{z}, \mathbf{X}_k) = N(\mathbf{z}; \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{(i,j)}, \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}_k^T) \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k|k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{(i,j)} + \mathbf{K}_k^{(i,j)} (\mathbf{z} - \mathbf{H}_k \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^{(i,j)} \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \quad (28)$$

$$\mathbf{K}_k^{(i,j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (29)$$

### Step 4 剪枝和合并

对低权值的高斯分量需要进行剪枝操作, 即将小于剪枝阈值  $\tau$  的权值滤除掉。通过剪枝后新的强度函数为  $\mathbf{D}_k = \{\omega_k^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_k N_p + 1}$ 。然后进行合并, 即根据式(30) 当一些高斯成分之间的距离小于阈值  $U$  时将这一些高斯成分进行合并。

$$(\boldsymbol{\mu}_k^{(i)} - \boldsymbol{\mu}_k^{(j)})^T (\mathbf{P}_k^{(i)})^{-1} (\boldsymbol{\mu}_k^{(i)} - \boldsymbol{\mu}_k^{(j)}) \leq U \quad (30)$$

Step 5 提取权值大于  $\tau_1$  的特征估计值  $\hat{\mathbf{m}}_{k+1}$ , 即:

$$\hat{\mathbf{m}}_{k+1} = \{\boldsymbol{\mu}_{k+1}^{(i)} : \omega_{k+1}^{(i)} > \tau_1\} \quad (31)$$

数据关联过程结束。

将经过 GMPHD 计算后的特征估计值代入 UKF 过程中进行更新计算, 得到地图特征的更新值。

重采样方法和 UFastSLAM 算法相同。

综上, 整个 GMPHD-UFastSLAM 算法实现步骤如下:

第一步 初始化。包括初始 SLAM 状态和协方差矩阵以及 GMPHD 算法相关参数。

第二步 预测阶段。根据机器人的运动模型预测机器人的位姿、速度和转向角等。

第三步 数据关联。将机器人传感器观测到的特征信息与此时的特征预测值进行数据关联, 这里采用 GMPHD 算法来实现, 因为此时的特征个数

是未知的。

第四步 更新地图。采用 UKF 算法更新每个粒子的地图。

第五步 重采样得到新的粒子集。

GMPHD-UFastSLAM 算法实现伪代码如下:

```

1 初始化参数
2 for  $i=1$  to  $M$ 
3 从粒子集  $\mathbf{X}_{t-1}$  中抽取机器人位姿  $\mathbf{x}_t^{[i]}$ 
4 预测机器人位姿的均值和方差式
5 观测信息数据关联
6 for  $t=1$  to  $N$ 
7 将特征的观测值式根据式(21)~(30)顺序
递推出式(31)
8 endfor
9 for 新观测到的特征
10 更新机器人的均值和方差
11 更新 sigma 点集
12 计算粒子权重
13 endfor
14 if 特征  $j$  为新特征
15 初始化该特征
16 else
17 更新该特征
18 endif
19 for 不再观测到的特征
20 将上一时刻信息赋予当前时刻
21 endfor
22 将更新的  $\mathbf{x}_k^i, \mathbf{Z}_k^i, \boldsymbol{\mu}_{z_k}^{[i]}$ ,  $\sum_{z_k}^{[i]}$  加入粒子集
23 endfor
24 for  $i=1$  to  $M$ 
25 归一化权重并计算  $\omega_{w_{eff}}$ 
26 if  $\omega_{w_{eff}} < \omega_\lambda$ 
27 进入重采样
28 else
29 保持原粒子权重
30 endif
31 endfor
32 获得  $k$  时刻粒子集  $\mathbf{X}_k$ 

```

需要进一步说明的是原始的 PHD 是一个集合估计的概念,而且其不产生航迹。而多目标跟踪中,当目标数很大时,目标状态的联合分布的计算量会非常大。如果目标独立运动,可用各目标分别滤波来代替,但这要求考虑数据关联问题。所以为了解决计算量问题的方法,在处理多目标跟踪问题时,采用 PHD 滤波来得到目标的状态和数目。因

此可将 UFastSLAM 算法中的数据关联问题转换成有限集统计理论跟踪算法的高斯混合问题,即高斯混合概率假设密度(Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density, GMPHD),然后采用 PHD 算法的改进算法 GMPHD 解决 UFastSLAM 算法中的地图特征和其对应的观测值的数据关联。

### 3 仿真实验

为了验证本文所提出的高斯混合概率假设密度 SLAM 算法的有效性和可靠性,在 MATLAB 环境下进行了如下三个仿真实验:

① 基于 GMPHD 的 UFastSLAM 算法定位性能比较实验;

② 不同噪声环境下 GMPHD-UFastSLAM 定位性能比较实验;

③ 不同地图环境下 GMPHD-UFastSLAM 算法定位性能比较实验。

实验中所用的移动机器人运动模型为:

$$\mathbf{X}(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k) + v\Delta T \cos(\theta(k) + \gamma(k+1)\Delta T) \\ y(k) + v\Delta T \sin(\theta(k) + \gamma(k+1)\Delta T) \\ \varphi(k) + \gamma(k+1)\Delta T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_\theta \end{bmatrix} \quad (32)$$

其中,  $\mathbf{X} = [x, y, \theta]^T$  表示机器人的状态;  $v$  和  $\gamma$  分别表示移动机器人的前向速度和角速度,即控制量为  $\mathbf{u}_k = (v, \gamma)^T$ ;  $w_x, w_y$  和  $w_\theta$  分别为系统噪声,本实验采用均值为零的高斯白噪声,用来描述机器人车轮打滑等未知条件的影响。

移动机器人观测模型表示为:

$$\mathbf{z}_i(k+1) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k+1), \mathbf{x}_i) + \mathbf{v}(k+1) \quad (33)$$

其中,  $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)^T$  表示环境特征  $i$  的坐标;  $\mathbf{z}_i(k+1)$  表示  $k+1$  时刻传感器提取环境特征  $i$  的观测量;  $\mathbf{v}(k+1)$  表示观测噪声,实验中采用均值为零的高斯噪声来模拟。测量函数  $\mathbf{h}(\mathbf{x}(k+1), \mathbf{x}_i)$  是机器人位姿信息和观测特征坐标的函数。若令  $\rho_i(k)$  和  $\varphi_i(k)$  分别表示环境特征  $i$  与传感器的距离和夹角,则观测方程可进一步表示如下:

$$\mathbf{z}_i(k+1) = \begin{bmatrix} \rho_i(k+1) \\ \varphi_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_i(k+1) - x(k+1))^2 + (y_i(k+1) - y(k+1))^2} \\ \arctan\left(\frac{y_i(k+1) - y(k+1)}{x_i(k+1) - x(k+1)}\right) - \theta(k+1) \end{bmatrix} + \mathbf{v}(k+1) \quad (34)$$

实验一:基于 GMPHD 的 UFastSLAM 算法定

位性能比较

为验证本文提出的 GMPHD-UFastSLAM 算法在数据关联准确性和定位精度方面的性能,进行了基于 GMPHD 的 UFastSLAM 算法定位性能比较实验。

仿真中相关参数设置如下:

协方差矩阵初始值  $\mathbf{P}(0) = \text{diag}(0, 0, 0)$ ; 机器人的前向速度为  $v=3 \text{ m/s}$ ; 最大转向角为  $\max G = \pi/2$ ; 机器人所环绕的圈数为 1, 粒子数为 10; 传感器观测的最大距离为 30 m; 控制噪声为  $(\sigma_v = 0.3 \text{ m/s}, \sigma_r = 3^\circ)$ ; 观测噪声为  $(\sigma_\rho = 0.1 \text{ m}, \sigma_\theta = 1^\circ)$ ; 实验采用 MATLAB 仿真环境实现, 移动机器人在规定的运动范围内从原点(0,0)开始运动。

定位结果如图 1~3 所示, 其中图 1 和图 2 中, “\*”表示实际的地图特征, “+”表示估计出的地图特征; 实线表示实际的机器人运动轨迹(状态), 虚线表示估计出的机器人运动轨迹(状态)。

从图 1 和图 2 可以看出, 本文所提出的算法(如图 1 所示)所估计出的地图特征与实际的地图特征的距离比 UFastSLAM(如图 2 所示)中的距离小, 即本文所提出的算法中的数据关联准确性相比较于 UFastSLAM 有所改善。上述两种算法的定位误差曲线如图 3 所示。从该图可以看出本文提出的 GMPHD-UFastSLAM 算法定位精度亦优于 UFastSLAM 算法。

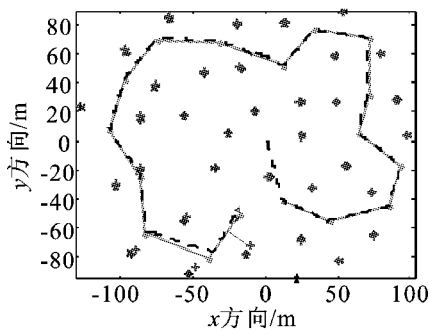


图 1 GMPHD-UFastSLAM 定位结果  
Fig. 1 Localization results of GMPHD-UFastSLAM

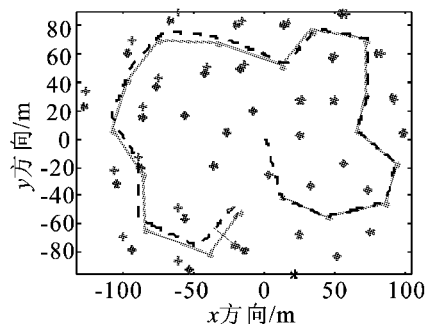


图 2 UFastSLAM 定位结果  
Fig. 2 Localization results of UFastSLAM

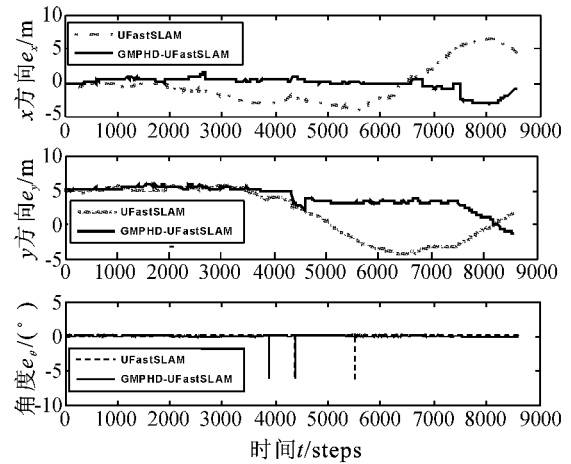


图 3 GMPHD-UFastSLAM 和 UFastSLAM 算法定位误差曲线  
Fig. 3 Localization error curves of GMPHD-UFastSLAM vs UFastSLAM Algorithm

为了进一步验证不同粒子数对 MPHD-UFastSLAM 算法定位性能的影响, 本文在粒子数  $N=10$  和  $20$  时分别进行了 10 次定位实验, 机器人位姿 RMSE 和时间的平均值如表 1 所示。从表 1 可以看出, 当粒子数增加时, 这两种算法的定位精度都有所提高; 但 GMPHD-UFastSLAM 算法定位的均方根误差均小于 UFastSLAM 算法。

表 1 不同粒子数情况下的 10 次定位结果  
Tab. 1 Ten times localization results with the different number of particles

粒子数 $N=10$				
算 法	时间 $t/s$	方向 $x/m$	方向 $y/m$	方向 $\theta/(^\circ)$
UFastSLAM	69.93	3.930 6	5.038 6	0.580 5
GMPHD-UFastSLAM	102.42	2.965 0	3.798 7	0.280 6
粒子数 $N=20$				
算 法	时间 $t/s$	方向 $x/m$	方向 $y/m$	方向 $\theta/(^\circ)$
UFastSLAM	125.33	3.657 1	3.772 6	0.505 8
GMPHD-UFastSLAM	158.32	2.754 2	2.594 9	0.213 64

综上所述, 与 UFastSLAM 算法相比较, 本文提出的 GMPHD-UFastSLAM 算法不但可以应用于地图中特征个数未知的情况, 而且还解决了粒子退化和耗尽问题, 并且具有较高的数据关联的准确性和机器人定位精度。

实验二: 不同噪声环境下 GMPHD-UFastSLAM 算法定位性能比较

为了验证 GMPHD-UFastSLAM 算法在噪声环境下的定位性能, 本文进行了不同强度噪声下的机器人定位性能实验。实验中控制噪声和观测噪声取值如下(其他参数与实验一相同):

①噪声情况一: 相同控制噪声不同观测噪声

控制噪声为( $\sigma_v=0.3 \text{ m/s}, \sigma_r=3^\circ$ ),与实验一相同;观测噪声为( $\sigma_p=0.1 \text{ m}, \sigma_\phi=3^\circ$ )与实验一( $\sigma_p=0.1 \text{ m}, \sigma_\phi=1^\circ$ )不同。GMPHD-UFastSLAM 算法定位结果如图 4~5 所示。

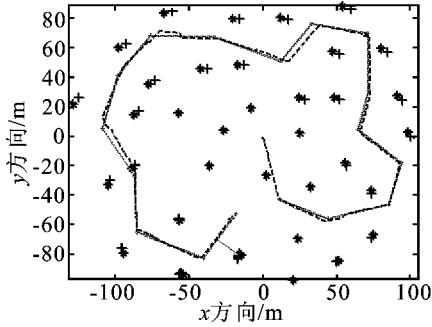


图 4 GMPHD-UFastSLAM 定位结果(噪声情况一)

Fig. 4 Localization results of GMPHD-UFastSLAM(Noise Case 1)

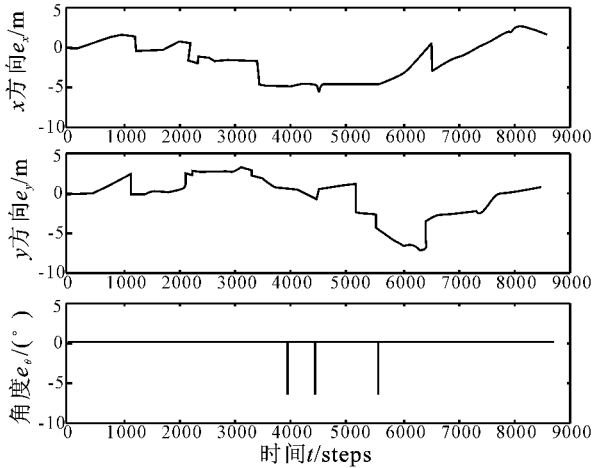


图 5 GMPHD-UFastSLAM 定位误差曲线(噪声情况一)

Fig. 5 Localization error curves of GMPHD-UFastSLAM(Noise Case 1)

相同控制噪声,不同观测噪声时 GMPHD-UFastSLAM 算法在 10 次定位实验中的机器人定位 RMSE 和时间的平均值如表 2 所示。从图 1~5 及表 1~2 可以看出,当机器人控制噪声一定,观测噪声增大时,两种算法的定位性能均有所下降,但与 UFastSLAM 相比,GMPHD-UFastSLAM 仍具有较好的定位性能。

表 2 不同观测噪声时 GMPHD-UFastSLAM 算法定位误差(RMSE)

Tab. 2 Localization errors of GMPHD-UFastSLAM algorithm with different observation noise(RMSE)

控制噪声( $\sigma_v=0.3 \text{ m/s}, \sigma_r=3^\circ$ )				
观测噪声	时间 $t/s$	方向 $x/m$	方向 $y/m$	方向 $\theta/^\circ$
( $\sigma_p=0.1 \text{ m}, \sigma_\phi=1^\circ$ )	102.42	2.965 0	3.798 7	0.280 6
( $\sigma_p=0.1 \text{ m}, \sigma_\phi=3^\circ$ )	102.46	3.463 9	4.046 5	0.348 7

② 噪声情况二:不同控制噪声和不同观测噪声  
控制噪声为( $\sigma_v=0.4 \text{ m/s}, \sigma_r=5^\circ$ );观测噪声为( $\sigma_p=0.2 \text{ m}, \sigma_\phi=3^\circ$ )。GMPHD-UFastSLAM 算法和 UFastSLAM 算法的定位结果分别如图 6~7 所示,定位误差曲线如图 8 所示。

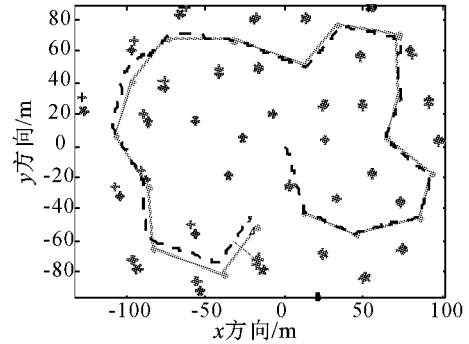


图 6 GMPHD-UFastSLAM 定位结果(噪声情况二)

Fig. 6 Localization results of GMPHD-UFastSLAM (Noise Case 2)

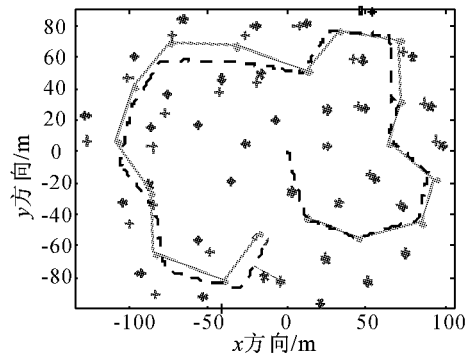


图 7 UFastSLAM 定位定位结果(噪声情况二)

Fig. 7 UFastSLAM Localization results(Noise Case 2)

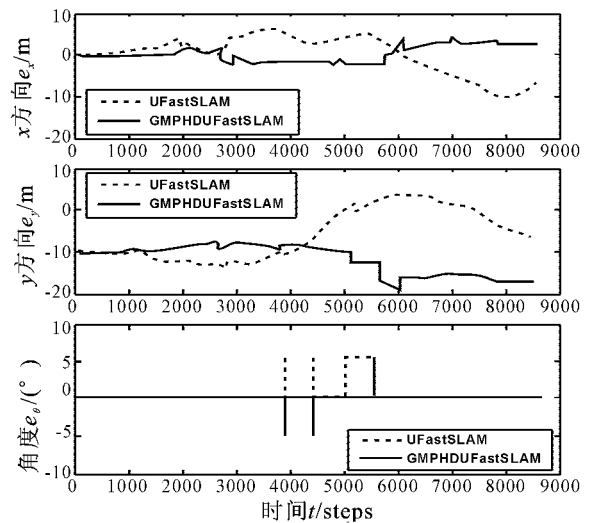


图 8 两种算法定位误差曲线图(噪声情况二)

Fig. 8 Localization errors curves of the two kinds of algorithms (Noise Case 2)

不同控制噪声和观测噪声条件下,两种算法在 10 次定位实验中的机器人定位误差 RMSE 和时间的平均值如表 3 所示。

表 3 不同控制噪声和不同观测噪声时两种算法定位误差(RMSE)

Tab. 3 Localization errors of the two kinds of algorithms with different observation noise and different control noise(RMSE)

控制噪声( $\sigma_v=0.3\text{ m/s}, \sigma_r=3^\circ$ ); 观察噪声( $\sigma_p=0.1\text{ m}, \sigma_\phi=1^\circ$ )				
算 法	时 间 t/s	方 向 x/m	方 向 y/m	方 向 $\theta/(\circ)$
UFastSLAM	69.94	3.7509	5.2412	0.6172
GMPHD-UFastSLAM	101.21	2.8342	3.6874	0.2907
控制噪声( $\sigma_v=0.4\text{ m/s}, \sigma_r=5^\circ$ ); 观察噪声( $\sigma_p=0.2\text{ m}, \sigma_\phi=3^\circ$ )				
算 法	时 间 t/s	方 向 x/m	方 向 y/m	方 向 $\theta/(\circ)$
UFastSLAM	70.31	4.8142	5.3921	0.6491
GMPHD-UFastSLAM	101.16	4.6139	4.5127	0.3826

从图 6~8 及表 3 可以看出,当机器人控制噪声和观测噪声增大时,两种算法的定位性能均有所下降,但与 UFastSLAM 相比, GMPHD-UFastSLAM 仍具有较好的定位性能。

实验三:不同地图环境下 GMPHD-UFastSLAM 算法定位性能比较

为了验证 GMPHD-UFastSLAM 算法能在不同地图环境下的定位性能,本文针对稀疏地图特征和密集地图特征两种情况进行了机器人定位实验。

①密集地图特征。参数设置和定位结果见实验一。

②稀疏地图特征。传感器观测的最大距离为 25 m;控制噪声为( $\sigma_v=0.2\text{ m/s}, \sigma_r=2^\circ$ );观测噪声为( $\sigma_p=0.1\text{ m}, \sigma_\phi=1^\circ$ ),定位结果图如图 9~11 所示。

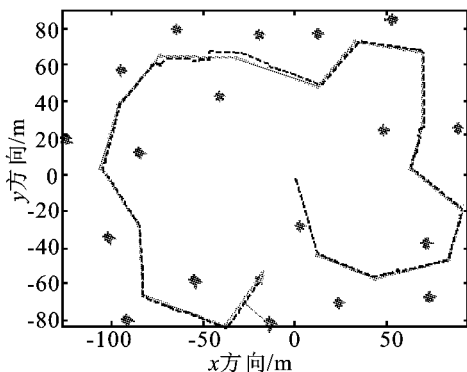


图 9 稀疏地图特征情况下的 GMPHD-UFastSLAM 定位结果  
Fig. 9 GMPHD-UFastSLAM Localization results with sparse map features

从密集地图特征情况下的定位结果(如图 1~3 所示)和稀疏地图特征情况下的定位结果(如图 9~11 所示)对比可以看出,在不同地图环境下, GMPHD-UFastSLAM 均能对机器人进行有效的定

位和地图特征估计。

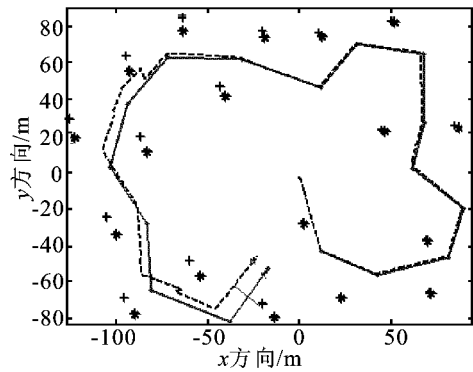


图 10 稀疏地图特征情况下的 UFastSLAM 定位结果  
Fig. 10 UFastSLAM Localization results with sparse map features

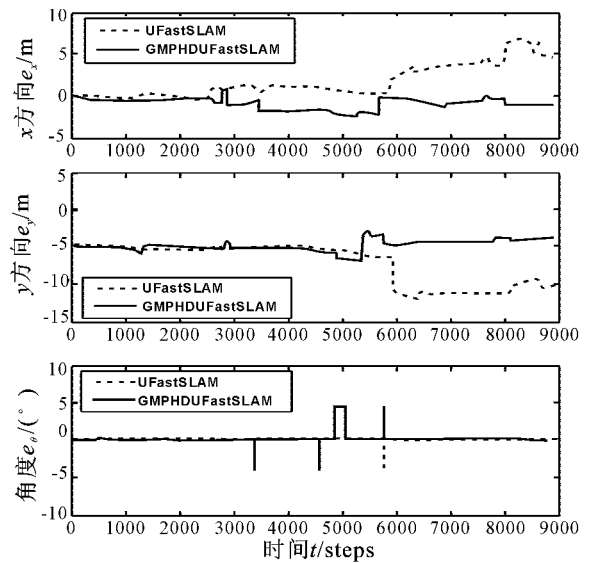


图 11 稀疏地图特征情况下两种算法的定位误差曲线图

Fig. 11 Localization errors curves of the two kinds of algorithms with sparse map features

### 4 结 语

针对地图特征个数未知的情况,本文将 SLAM 算法中的数据关联问题转换成有机集统计理论跟踪算法的高斯混合问题,提出利用 GMPHD 算法来解决 UFastSLAM 中的观测值和地图特征间的数据关联,即 GMPHD-UFastSLAM 算法。仿真结果表明 GMPHD-UFastSLAM 算法不但解决了粒子退化和耗尽问题,也提高了数据关联的正确性和移动机器人的定位精度。

### 参考文献:

[1] Dissanayake M G, Newman P, Clark S, et al. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 2001, 17(2): 229-241.



- [2] Singer R A, See R G. A new filter for optimal tracking in dense multitarget environments[C]// Proceedings of the Ninth Aileron Conference on Circuit and System Theory, 1971:201-211.
- [3] Y-Bar-Shalom. Extension of the probabilistic data association filter to multitarget environment[C]// Proceedings Fifth Symposium on Nonlinear Estimation. 1974:16-21.
- [4] Y-Bar-Shalom, Fortmann T E, Scheffe M. Joint probabilistic data association for multiple targets in clutter[C]// Proceedings 1980 Conference Information Sciences and Systems, Princeton University, March 1980.
- [5] 冯洋. 多目标跟踪的数据关联算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2008, 11-12.  
Feng Yang. The research on data association in multitarget tracking [D]. Xi'an; Xidian University, 2008, 11-12.
- [6] Reid D B. An algorithm for tracking multiple targets [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1979, 24 (10):843-854.
- [7] 曾文静, 张铁栋, 姜大鹏. SLAM 数据关联方法的比较分析[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(4):860-864.  
Zeng Wengjing, Zhang Tiedong, Jiang Dapeng. Analysis of data association methods of SLAM[J]. System Engineering and Electronics, 2010, 32(4):860-864.
- [8] 王永清. 同时定位与地图创建中的数据关联技术研究[D]. 青岛:中国海洋大学, 2007.  
Wang Yongqing. Research on data association for simultaneous localization and mapping[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2007.
- [9] 季秀才. 机器人同步定位与建图中数据关联问题研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2008:11-15.  
Ji Xiucui. Data association problem for simultaneous localization and mapping of mobile robots[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008:11-15.
- [10] 曾文静. 基于水下机器人 EKF-SLAM 的数据关联算法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2009.  
Zen Wenjing. Research on data association for the EKF-SLAM of the AUV[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009.
- [11] Mullan J, Vo B N, Martin D. Rao-Blackwellised PHD SLAM[C]// Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation, Anchorage, Alaska, 2010:5410-5416.
- [12] Arturo G, Oscar R, Monica B, et al. Dealing with data association in visual SLAM[EB/OL]. [http://www.intechopen.com/books/computer\\_vision/dealing\\_with\\_data\\_association\\_in\\_visual\\_slam](http://www.intechopen.com/books/computer_vision/dealing_with_data_association_in_visual_slam), [2008-11-1].
- [13] Montemerlo M, Thrun S, Koller D, et al. FastSLAM2.0: an improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that provably converges [C]// Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence, California, CA, USA, 2003: 1151-1156.
- [14] 兰文华. 移动机器人同步定位与地图构建(SLAM)研究[D]. 西安:西安理工大学, 2011.  
Lan Wenhua. Study on mobile robot simultaneous localization and map building[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2011.
- [15] Goodman I R, Mahler R P, Nguyen H T. Mathematics of data fusion[M]. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- [16] Mahler R. Multi-target bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. IEEE Transactions on AES, 2003, 39(4):1152-1178.
- [17] 郝燕玲, 孟凡彬, 周卫东, 等. 多目标跟踪的高斯混合概率假设密度滤波算法[J]. 弹箭与制导学报, 2010, 30 (3):35-40.  
Hao Yanling, Meng Fanbin, Zhou Weidong, et al. Gaussian mixture probability hypothesis density filter algorithm in multi-target tracking[J]. Journal of Projectiles, Missiles and Guidance, 2010, 30(3):35-40.
- [18] 吴盘龙, 任开创, 蔡亚东. 多目标跟踪的混合高斯 PHD 滤波[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(4):230-232.  
Wu Panlong, Ren Kaichuang, Cai Yadong. Gaussian mixture probability hypothesis density filter for multiple target tracking[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(4):230-232.

(责任编辑 杨小丽)