

文章编号: 1006-4710(2014)03-0272-06

# 基于近似整周期采样的钢琴调音仪设计

杨宇祥, 吴波波, 倪文文, 唐旋

(西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 提出一种基于近似整周期采样的数字测频方法, 该方法先通过 FIR 滤波和过零比较算法测得信号的粗略频率, 然后采用跟踪采样、跟踪滤波及拉格朗日插值算法实现单周期固定 256 点的近似整周期采样, 最后通过 256 点 FFT 算法得到高精度频率值。设计了一种基于 STM32-F407 微控制器的便携式钢琴调音仪, 并对 8 个不同频率的标准正弦信号进行了测频实验。实验结果表明, 在低频 A<sub>2</sub> 处测得频率相对误差为 0.098%; 在高频 c<sup>5</sup> 处测得频率相对误差为 0.021%。最后对钢琴琴键进行了测频实验, 验证了调音仪的稳定性和实用性。

**关键词:** 钢琴调音仪; 频率测量; 拉格朗日插值; 近似整周期采样; 快速傅立叶变换(FFT)

**中图分类号:** TM935

**文献标志码:** A

## Design of a piano tuner based on quasi-integer-period sampling

YANG Yuxiang, WU Bobo, NI Wenwen, TANG Xuan

(Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** This paper proposes a digital frequency measurement method based on quasi-integer-period sampling, which firstly obtains a rough estimation of the input signal through FIR filtering and zero-crossing comparison algorithm, then realizes a fixed 256-points quasi-integer-period sampling in a single period after applying tracing sampling and tracing filtering, and finally acquires the high precision frequency values through 256-points FFT algorithm. A portable piano tuner based on a microcontroller STM32-F407 is designed, and frequency measurement experiments are performed on eight standard sine signals. Experimental results show a relative error of 0.098% at low-frequency audio A<sub>2</sub>, and a relative error of 0.021% at high-frequency audio c<sub>5</sub>. An additional experiment on a piano is also conducted, which verifies the stability and practicality of the newly designed piano tuner.

**Key words:** piano tuner; frequency measurement; Lagrange interpolation algorithm; quasi-integer-period sampling; fast Fourier transform (FFT)

钢琴作为乐器之王, 在人们精神生活中扮演着越来越重要的角色。但是钢琴每使用 4~6 个月就会出现琴音不准的问题, 需要定期调音<sup>[1]</sup>。钢琴调音就是调节琴弦的松紧程度, 使琴音达到正常的音准<sup>[2]</sup>。传统的调音依靠调音师凭借耳朵的听力和调试经验来完成, 每次调音至少需要几个小时才能完成。这种调音方法受调音师的专业水平和音乐修养的影响较大, 调音准确度没有确定的指标。实际上, 琴音是由某个基频与高次谐波构成的、振荡时间很短的周期信号<sup>[1]</sup>, 而琴音的音准是根据它的基频来决定的, 因此只要测出其琴音的基频值, 就可以精确地

知道该琴音与音准标准频率的差异<sup>[3]</sup>。钢琴调音仪的出现就是为了解决钢琴琴音基频的精准测量问题, 直观显示被测琴键声波频率与标准频率之间的差异, 以精确指导钢琴的调音。

目前钢琴调音仪的测频方法主要有多周期同步测频法<sup>[4]</sup>和基于快速傅立叶变换(FFT)的数字测频法<sup>[5-6]</sup>, 但这两种方法都存在一定的缺陷。多周期同步测频法是在测周的基础上, 在信号的多个时间周期内测量信号的频率。但是由于计数脉冲和门控信号很难同步, 所以一般会产生±1 Hz 的误差, 因此基于多周期同步测频法的钢琴调音仪一般精度不

收稿日期: 2014-04-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273271)。

作者简介: 杨宇祥, 男, 博士, 副教授, 研究方向为测控技术与智能仪器。E-mail: yyxflying@gmail.com。

高,达不到理想的调音效果<sup>[7]</sup>。基于 FFT 的数字测频法应用更为广泛,但对于钢琴琴音频率检测来说,由于钢琴琴弦的振荡时间短(一般在 5 s 以内),提高采样率并不能提高频率分辨率,而且一般无法实现严格的整周期采样,FFT 算法存在频谱泄漏和栅栏效应,严重影响了频率测量的精度<sup>[8-9]</sup>。

本文针对以上两种调音仪测频方法存在的问题,提出一种基于近似整周期采样的数字测频算法,该算法整合了过零比较法<sup>[10]</sup>和拉格朗日插值法<sup>[11-13]</sup>,实现采样数据的近似整周期采样以消除 FFT 频谱泄露和栅栏效应带来的测量误差<sup>[14-15]</sup>,最终实现琴音信号的高精度测频。设计了一种基于 STM32-F407 的便携式数字钢琴调音仪,可直观显示被测频率与标准频率之间的差异,以精确指导调音师对钢琴的调音工作。

### 1 基于近似整周期采样的数字测频原理

钢琴琴音信号的主信号是某一频率的正弦波,可以用下式表示:

$$u(t) = U_m \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (1)$$

其中,  $U_m$  表示信号幅值,  $f$  表示信号的频率,  $\varphi$  表示信号的初相。

近似整周期采样数字测频法原理如图 1 所示。图 1 中,音频信号经模数转换器(ADC)采样后变成数字信号,经过 FIR 滤波后滤除杂波信号,经过过零比较后得到粗略频率  $f'$ ;随后根据  $f'$  调整采样率和 FIR 滤波器参数进行跟踪采样和跟踪滤波,得到单周期内约 256 点的采样值;再利用拉格朗日插值算法对采样值进行插值处理,调整为近似整周期采样的单周期固定 256 点数字信号;最后通过 256 点 FFT 算法得到高精度频率值  $f$ 。

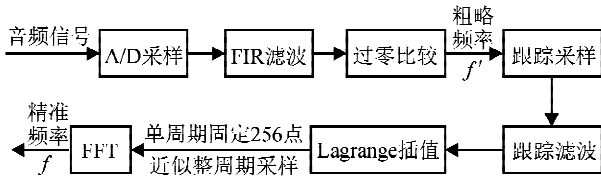


图 1 近似整周期采样测频原理

Fig. 1 Principle of frequency measurement based on approximate integer-period sampling method

#### 1.1 FIR 数字滤波器

钢琴琴音是具有确定频率的正弦波信号,ADC 进行信号采集时会有低频及高频杂波介入,从而影响频率测量的精度和稳定性。为此,本文设计 FIR 数字滤波器,滤除 ADC 采集后  $f'$  离散钢琴琴音数据波形的杂波信号,得到其有效的主频波形信号,以

保证后续过零比较测频算法的频率测量精度。FIR 滤波器即有限长单位冲激响应滤波器,为数字信号处理系统中最基本的单元,具有严格的相位线性和稳定性,且适合硬件实现。

FIR 数字滤波器的设计,必须确定 FIR 数字滤波器的滤波类型、滤波窗函数、滤波阶数、滤波器的抽头系数,这样才能得到一个确定的 FIR 数字滤波器。本文设计的 FIR 滤波器主要是为了滤除每个琴键主频附近的低频及高频杂波干扰,因此滤波器类型选为带通滤波器;选择常用的、滤波效率高的 Hamming 窗作为滤波窗函数;通过 Matlab 仿真对滤波效果的比较分析,并综合考虑 CPU 的运算能力等各方面因素,滤波器阶数选为 32 阶。

#### 1.2 过零比较粗略测频

在进行跟踪采样及跟踪滤波前,需要确定当前所测信号的粗略频率值,本文采用过零比较测频法完成该工作。原理上只要测得两次过零点之间的点数,用采样率除以所得点数就是波形的频率。过零比较测频法原理简单,运算量小,受谐波影响很小,响应时间快。但是频率精度受量化误差和过零点扰动影响,频率存在一定的误差。

过零比较测频法原理如图 2 所示。设在采样频率  $f_s$  下得到的采样序列为:

$$y = u(kT_s)$$

其中  $Sample[k_1]$ 、 $Sample[k_2]$ 、 $Sample[k_3]$ 、 $Sample[k_4]$  为波形的过零点,过零点波形示意如图 2 所示。将  $Sample[k_1]$  和  $Sample[k_4]$  之间的所有采样的数据点数做计数,得到一个波形周期中的数据点数  $N$ ,则波形的粗略频率  $f' = f_s / N$ 。

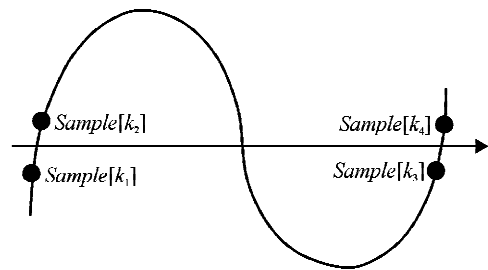


图 2 过零比较测频原理

Fig. 2 Principle of frequency measurement based on zero-crossing comparison

#### 1.3 跟踪采样与跟踪滤波

由过零比较法得到信号的粗略频率后  $f'$ ,用  $f'$  来设定跟踪采样的采样率和跟踪 FIR 滤波参数。使用定时器触发 ADC 的方式设定跟踪采样的采样率为  $f_1 = f' \times 256$ ,因此可以得到信号单周期内约 256 点的采样值。跟踪滤波器的滤波参数按照 88 个钢

钢琴键的标准频率设定滤波参数,并存储到系统自带存储器中。每次滤波时按照  $f'$  值选择相应的滤波参数并完成滤波。

### 1.4 拉格朗日插值

由过零比较法得到的粗略频率  $f'$  仅是信号频率的粗略估计,因此实际上在跟踪采样率  $f_1$  下很难得到整周期采样,即一个周期 256 个点采样。众所周知,非整周期采样是造成后续 FFT 算法产生频谱泄露的主要原因<sup>[8-9]</sup>。本文利用拉格朗日插值算法将采样值进行插值处理,调整为近似整周期采样的单周期固定 256 点数字信号,从而最大程度减小 FFT 算法中频谱泄露带来的影响。

设在跟踪采样率  $f_1$  下得到的真实采样序列为  $u(k) = u(kT_1)$ ,  $T_1$  为相应的采样周期。又设信号的真实频率(待测频率)为  $f$ ,如果考虑到运行 256 点 FFT 算法时不发生频率泄露,则理想的采样率应为  $f_s = 256f$ 。设  $T_s$  为相应的采样周期,则相应的理想采样序列为:

$$y(k) = u(kT_s) = u(kT_1 f_1 / f_s) = u(k'T_1) \quad (2)$$

其中  $k' = kf_1 / f_s$ 。

由于  $k'$  一般不是整数,即理想采样序列  $y(k)$  位于真实采样序列  $u(k)$  各点的中间,因此可以在  $u(k)$  相邻的两点之间进行线性插值,得到  $y(k)$  的估计值。设:

$$a = \lfloor kf_1 / f_s \rfloor \quad (3)$$

式中,  $k$  表示采样点的序号,  $f_1$  为跟踪采样率,  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整。

设  $b$  是小于  $a$  的最大整数,将  $y(k)$  在  $u(b)$  和  $u(b+1)$  间进行线性插值,其线性插值公式如下<sup>[10]</sup>:

$$y(k) = u(k'T_1) = u(b) \frac{a - (b + 1)}{b - (b + 1)} + u(b + 1) \frac{a - b}{(b + 1) - b} = u(b) (b - a + 1) + u(b + 1) (a - b) \quad (4)$$

式(4)即插值后得到的新采样序列,经过 FFT 算法后即可得到信号频率  $f$  的高精度估计值。

### 1.5 插值误差分析

近似整周期采样的数字测频方法包括 FIR 滤波、过零比较、跟踪采样、跟踪滤波、拉格朗日插值、快速傅里叶变换等算法,其中拉格朗日插值是一种近似代替算法,存在一定误差,会造成精度的损失。

拉格朗日插值的精度由其插值余项(截断误差)  $R_1$  决定,  $y(k)$  的拉格朗日插值余项为<sup>[10]</sup>:

$$|R_1| = \left| \frac{u''(\xi)}{2!} (a - b)(a - b - 1) \right| T_s^2 \leq \frac{|u''(\xi)|}{8} T_s^2 \quad (5)$$

其中,  $\xi \in [bT_s, (b+1)T_s]$ 。

又根据式(1)可得:

$$|u''(\xi)| = U_m (2\pi f)^2 |\sin(2\pi f\xi + \varphi)| \leq U_m (2\pi f)^2 \quad (6)$$

因此,每个采样点的插值误差为:

$$|R_1| \leq \frac{U_m (2\pi f)^2}{8} T_s^2 = \frac{U_m (2\pi f)^2}{8 f_s^2} \quad (7)$$

对于琴音电压信号有:  $U_m$  为信号的最大幅值(3.3 V),  $f$  为被测信号的频率值,  $f_s$  为采样率。因为采样点数  $N = f_s / f$ , 代入上式有:

$$|R_1| \leq \frac{U_m (2\pi f)^2}{8 f_s^2} = \frac{U_m 4\pi^2}{8} \left(\frac{f}{f_s}\right)^2 = \frac{3.3 \times 4 \times \pi^2}{8} \left(\frac{1}{N}\right)^2 = 1.65 \frac{\pi^2}{N^2} \quad (8)$$

本系统中选取样本点数  $N$  为 256, 则拉格朗日插值余项(截断误差)为 0.000 25, 即理论上整个系统算法测量琴音信号频率精度误差为 0.000 25 Hz, 远远小于实际频率测量精度设计要求的 0.001 Hz, 理论上本文设计算法的精度满足实际测量频率精度设计要求。

## 2 钢琴调音仪的设计与实现

### 2.1 硬件系统设计

钢琴调音仪系统结构如图 3 所示, 主要包括: 话筒、二阶低通滤波电路、差分运算升压电路、Cotex-M4 内核主控制器 STM32-F407、TFT 触控显示模块、SD 卡存储模块、USB-OTG 模块、串口通信模块等。

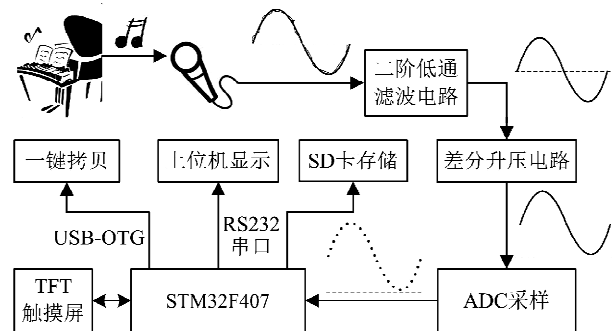


图 3 硬件系统结构图

Fig. 3 Structure diagram of the hardware system

系统的工作流程为, 钢琴琴音由话筒转换为微弱的有谐波干扰的电压信号, 经过二阶低通滤波电路滤波, 再经差分升压电路将负电压信号抬升到正电压范围, 送入 ADC 进行数字化, 然后在主控制器 STM32-F407 进行 FIR 滤波、过零比较、跟踪采样、跟踪滤波、拉格朗日插值、FFT 等一系列的数字信号处理, 最终得到音频信号的频率值  $f$ , 并完成显示、通信、存储等功能。

### 2.2 ADC 采样设计

钢琴琴音信号都是有一定幅值的正弦波信号,频率  $f$  的范围为 27.5 Hz 到 4.186 kHz。为了实现单周期内 256 点的采样值,应相应地选择 ADC 的采样率为  $f_s = f \times 256$ ,即最高采样率为 1.2 MHz/s,最低采样率为 7.1 kHz/s。STM32-F407 自带的 ADC 采样率最高为 2.4 MHz/s,可以满足采样率的要求。

STM32 自带 ADC 的最高位数为 12 位,即最大采样数据为 4 095。对于双极性的琴音信号,本文设计了前端模拟调理模块中的差分运算升压电路,将钢琴琴音模拟波形整体抬升到 ADC 采集最大电压的一半,即把波形的零点抬升到了 2 048 处。

钢琴琴音信号采集时,同时伴有很多低幅值的杂波信号。为了避免 ADC 采集到杂波信号从而得到错误频率值,在 ADC 采集的时候设定了一个模拟信号触发阈值,只有当模拟输入的数值达到设定的阈值范围时才触发 ADC 进行数据采集,确保采集的波形信号是钢琴琴音有效波形信号,以此来保证测频数据的可靠性。

### 2.3 软件系统设计

软件系统流程图如图 4 所示。

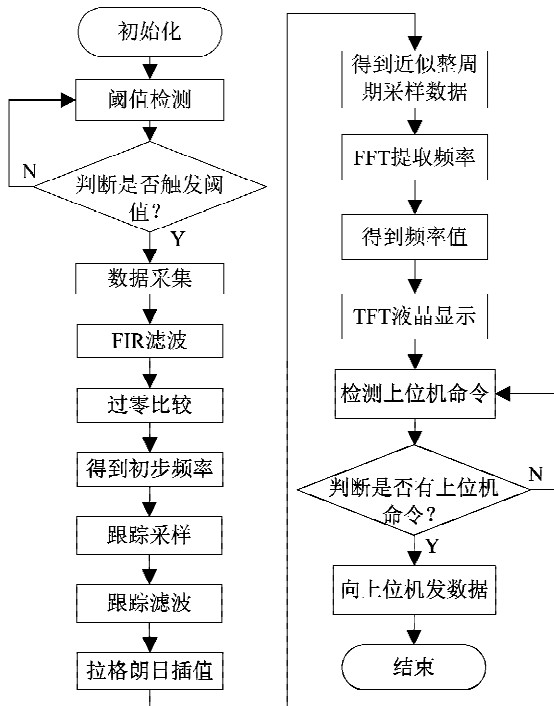


图 4 系统软件运行流程图  
Fig. 4 Flow chart of the system software

系统首先初始化,并进行阈值检测以判断琴音信号是否为有效波形。如果是有效波形,则采集有效波形数据,依次经过 FIR 滤波、过零比较得到初步粗略频率值  $f'$ ,然后根据  $f'$  进行跟踪采样和跟踪

滤波,得到单周期内约 256 点的采样值;再利用拉格朗日插值算法将采样值进行插值处理,调整为近似整周期采样的单周期固定 256 点数字信号,最后经过 256 点 FFT 运算,得到精确的频率值  $f$ ,并在 TFT 液晶屏显示。同时检测上位机命令,如果有上位机命令则向上位机发送波形数据,一次运行流程结束,整个软件流程在一个大循环中重复执行。

## 3 测频实验

### 3.1 标准信号测频实验

为了验证设计的钢琴调音仪的测频精度,本文设计了针对标准频率信号的测频实验。波形发生器依次产生 8 个不同频率的标准正弦信号,其频率值分别对应  $A_2$ 、g、 $a^1$ 、 $a^2$ 、 $g^3$ 、 $f^4$ 、 $a^4$ 、 $c^5$  等 8 个不同音律。产生的标准正弦信号直接替换图 3 中话筒的输出信号,经调音仪处理后得到频率测量值,并与输入的标准频率进行比较,以检验系统的测量精度。标准信号测频实验照片如图 5 所示,实验结果如表 1 所示。

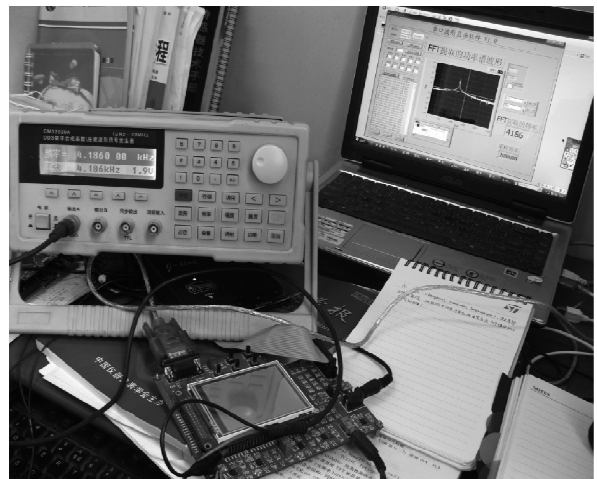


图 5 标准信号测频实验照片  
Fig. 5 Photo of standard sine frequency measurement experiment

表 1 标准信号测频实验结果  
Tab. 1 Results of standard sine signal frequency measurement experiments

标准频率/Hz	对应音律	测量频率/Hz	绝对误差/Hz	相对误差/%
27.50	$A_2$	27.527	0.027	0.098
196.00	g	196.157	0.157	0.080
440.00	$a^1$	440.200	0.200	0.045
880.00	$a^2$	880.270	0.270	0.031
1 568.00	$g^3$	1 568.617	0.617	0.039
2 793.00	$f^4$	2 793.720	0.720	0.026
3 520.00	$a^4$	3 520.770	0.770	0.022
4 186.00	$c^5$	4 186.863	0.863	0.021

由表1可见,对于不同频段的8个标准正弦信号,调音仪在低音频  $A_2$  处测得频率相对误差为 0.098%,在高音频  $c^5$  处测得频率相对误差为 0.021%,是随着频率增大,调音仪的测量相对误差减小。

目前市场上高端调音仪在低音频  $A_2$  处测频相对误差为 0.058%;在高音频  $c^5$  处的测频相对误差为 0.048%。由此可见,本文设计的钢琴调音仪在低音频段的测频精度略差,但在高音频段的测频精度具有较大优势。因此,本文设计的调音仪具有较高的测频精度,可以用于指导钢琴调音。

### 3.2 对钢琴的测频实验

本实验针对实际钢琴进行测频实验,利用话筒采集钢琴的声音信号,得到钢琴琴音的频率值。钢琴琴音测频实验如图6所示。调音仪对钢琴的  $A_2$ 、

$g$ 、 $a^1$ 、 $a^2$ 、 $g^3$ 、 $f^4$ 、 $a^4$ 、 $c^5$  等8个不同音律的琴键测频数据如表2所示。

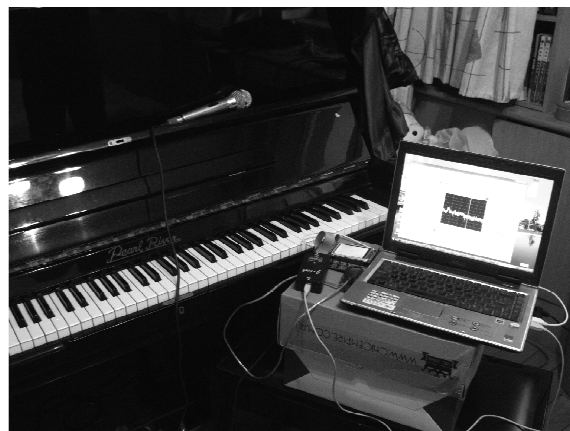


图6 钢琴琴音测频实验照片

Fig. 6 Photo of frequency measurement experiment on a piano

表2 钢琴琴音测频实验结果

Tab. 2 Results of frequency measurement experiments on the piano

对应音律	正弦频率/Hz	测得频率 <sub>1</sub> /Hz	测得频率 <sub>2</sub> /Hz	测得频率 <sub>3</sub> /Hz	均值频率/Hz	绝对误差/Hz	相对误差/%
$A_2$	27.50	27.31	27.35	27.32	27.327	0.173	0.629
$g$	196.00	195.52	195.51	195.56	195.530	0.470	0.240
$a^1$	440.00	438.72	438.79	438.78	438.763	1.237	0.281
$a^2$	880.00	877.91	877.99	877.96	877.953	2.047	0.233
$g^3$	1568.00	1565.91	1565.03	1565.97	1565.970	2.030	0.129
$f^4$	2793.00	2791.08	2791.12	2791.06	2791.087	1.913	0.068
$a^4$	3520.00	3518.23	3518.27	3518.31	3518.270	1.730	0.049
$c^5$	4186.00	4183.85	4183.90	4183.88	4183.877	2.123	0.051

由表2可见,测得的琴键频率实际值和钢琴对应的标准频率值之间有一定的误差,但每组三个测量数据之间的波动很小,都在 0.1 Hz 以内,表明本文设计的钢琴调音仪测频精度稳定,频率测量值真实可信,可以用于指导钢琴调音。实验中所测钢琴琴音频率偏离标准频率,主要原因是由于材料形变导致琴弦的张力改变,从而形成频率偏差。可以在调音仪的指导下调节琴弦张力,使琴音频率回复到标准值附近。

## 4 结论

1) 提出了一种基于近似整周期采样的数字测频方法,该方法整合了 FIR 滤波、过零比较和拉格朗日插值算法,实现采样数据的近似整周期采样,以消除 FFT 频谱泄露和栅栏效应带来的频率误差,最终实现琴音信号的高精度测频。

2) 设计了一种基于 STM32-F407 的便携式数

字钢琴调音仪,对标准正弦信号和钢琴琴音进行了频率测量实验。实验表明,本文设计的调音仪具有较高的测频精度和稳定性,可以用于指导钢琴调音。

### 参考文献:

- [1] Shi Lixin, Zhang Junxing, Pang Lingbin. Piano fundamental frequency estimation algorithm based on weighted least square method[C]// Proceedings of the international forum on information technology and applications, Chendu, China, 2009.
- [2] Millard M, Tizhoosh H R. Tuning pianos using reinforcement learning [J]. Applied Acoustics, 2007, 68 (5): 576-593.
- [3] Liu Yunfeng. Research piano frequency based on dsp and window function[C]// Proceedings of the international conference on fuzzy systems and knowledge discovery, Sichuan, China, 2012.
- [4] Wang Hongyun, Yao Zhimin, Shi Lianyan, et al. The study of multi-cycle frequency measure system [C]//

- 2010 Second WRI Global Congress on Intelligent System, 2010.
- [5] Zhang Gangbing, Liu Yu, Xu Jiajia, et al. Frequency estimation based on discrete Fourier transform and least squares [C]// Proceedings of the IEEE international conference on wireless communications & signal processing, Nanjing, China, 2009.
- [6] Ren J, Kezunovic M. An improved fourier method for power system frequency estimation[C]// Proceedings of the north American power symposium, Boston, 2011.
- [7] 张雪平. 单片机多周期同步法提高测频准确度 [J]. 电子测量技术, 2004, (3): 50-51.  
Zhang Xueping. The frequency measurement accuracy be improved to use synchronous multicycle method with MCU[J]. Electronic Measurement Technology, 2004, (3): 50-51.
- [8] Ahmad H, Salam M A, Ying L Y, et al. Harmonic components of leakage current as a diagnostic tool to study the aging of insulators[J]. Journal of Electrostatics, 2008, 66(3-4): 156-164.
- [9] Li Yanfeng, Chen Kuifu. Eliminating the picket fence effect of the fast Fourier transform[J]. Computer Physics Communications, 2008, 178(7): 486-491.
- [10] Djuri M B, Djuri I R. Frequency measurement of distorted signals using Fourier and zero crossing techniques[J]. Electric Power Systems Research, 2008, 78(8): 1407-1415.
- [11] Qi Guoqing, Jia Xinle. Accuracy analysis of frequency estimation of sinusoid based on interpolated FFT[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 627-629.
- [12] Vijay K Jain, William L Collins, David C Davis. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT [J]. Instrumentation and Measurement, 1979, 28(2): 113-122.
- [13] Radil T, Ramos P M, Serra A C. Frequency estimation of power system signal using a new spectrum leakage correction algorithm[C]// Proceedings of the IEEE international instrumentation and measurement technology conference, Victoria, 2008.
- [14] Radil T, Ramos P M, Serra A C. New spectrum leakage correction algorithm for frequency estimation of power system signals[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58(5): 1670-1679.
- [15] 曹万磊. 一种提高频率测量精度的方法[J]. 自动化技术与应用, 2008, 27(10): 80-82.  
Cao Wanlei. An algorithm for improving the accuracy of frequency measurement [J]. Instrumentation and Measurement, 2008, 27(10): 80-82.

(责任编辑 王卫勋)