

文章编号: 1006-4710(2014)03-0283-05

大气湍流 PPM 调制信道下 欧氏几何 LDPC 码的软迭代译码算法

邵军虎, 李静, 赵奇, 柯熙政

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 针对大气湍流噪声对自由空间光通信链路可靠性的影响, 采用软解调信息迭代计算的方法, 提出一种适用于大气湍流 PPM 调制信道的高行列重量欧氏几何 LDPC 码迭代译码算法。不同码参数和不同 PPM 调制阶数下的仿真结果表明, 该类算法在不同湍流强度下均有很好的译码纠错性能, 采用 2PPM 调制的低码率欧氏几何 LDPC 码方案可获得 1.6dB 左右的编码增益提升。

关键词: 自由空间光通信; 脉冲位置调制; 欧氏几何 LDPC 码; 迭代译码

中图分类号: TN911.22

文献标志码: A

Iterative decoding algorithms of Euclidean geometry LDPC codes over atmospheric turbulence PPM modulation channel

SHAO Junhu, LI Jing, ZHAO Qi, KE Xizheng

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: With an aim at the atmospheric turbulence noise in Free Space Optical (FSO) communication link, a suitable soft demodulated iterative decoding algorithm is proposed for Euclidean geometry LDPC (EG-LDPC) codes with large row and column weights. Then their performances are simulated over the atmospheric turbulence pulse position modulation (PPM) channel with different orders. The simulation results show that this algorithm can have good performances under variant turbulence conditions. For low code-rate EG-LDPC code and 2PPM scheme, a coding gain about 1.6dB has been obtained over the FSO channel with different turbulence strengths.

Key words: free space optical communication; pulse position modulation; Euclidean geometry LDPC code; iterative decoding

自由空间光通信(FSO)近年来已成为空间卫星通信、军用安全通信、高速宽带无线接入、FSO/RF (Radio Frequency, 射频)混合通信网络等领域的一项热门研究技术^[1-2]。由于激光信号在大气传播中受到大气粒子、大气湍流等因素的影响,引起信号光的吸收和散射效应,极大降低了FSO通信系统的数据传输可靠性^[3-4]。

LDPC码作为当前一类可逼近信道容量限的好码^[5-6],得到了广泛的关注和研究。其中结构化LDPC码具有循环(Cyclic)或准循环(Quasi-Cyclic, QC)的校验矩阵形式,因此更利于降低编译码器的硬件实现复杂度。欧氏几何LDPC码作为一类重要的结构化LDPC码,通常具有较大的行列重量,

较快的译码收敛速度以及较低的错误平层特性^[7-8]。

将LDPC码应用于FSO通信系统,针对大气湍流信道的特点设计可逼近该类信道容量的LDPC码方案,仍是当前无线光通信领域的一个热点问题^[9]。针对目前FSO系统中普遍采用的随机构造和 π -旋转构造LDPC码方案,已有对数正态分布弱湍流以及gamma-gamma分布中强湍流时的性能仿真结果^[10-12]。相比于随机构造和 π -旋转构造LDPC码,欧氏几何LDPC码较大的行列重量使其具有更低的错误平层和更快的译码收敛速度,从而降低其硬件实现复杂度^[13]。

本文针对服从对数正态分布的大气弱湍流信道模型,采用欧氏几何LDPC码和PPM调制方案,给

收稿日期: 2014-05-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61377080);陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2013JQ8011);陕西省教育厅科研计划资助项目(2013JK1104);陕西省科技计划工业攻关资助项目(2014K05-18);西安市碑林区科技计划资助项目(GX1302)。

作者简介: 邵军虎,男,博士,讲师,研究方向为信道纠错编码调制技术。E-mail:jhshao@xaut.edu.cn。

出其在大气激光通信链路下的软解调迭代译码算法流程,并对不同码长和码率的 EG-LDPC 码分别采用 2PPM,4PPM,16PPM 调制时的软解调迭代译码性能进行了 Monte Carlo 仿真。不同湍流强度下的仿真结果表明,采用 2PPM 调制的低码率欧氏几何 LDPC 码方案,在较低迭代次数的条件下可有效提高 FSO 通信链路的译码纠错性能。

1 欧氏几何 LDPC 码的校验矩阵构造

欧氏几何 LDPC 码是基于欧氏几何 (Euclidean Geometry, EG) 空间中点线面的结构与性质,构造出的一类具有准循环结构的 LDPC 码,简称 EG-LDPC 码^[14]。将欧氏几何空间 $EG(m, 2^s)$ 中的原点 and 所有经过原点的线移除之后,便得到其子几何 $EG^*(m, 2^s)$,基于 $EG^*(m, 2^s)$ 空间的点和线组合得到一个 $\mathbf{H}_{EG,c}$ 校验矩阵,这里 c 表示矩阵具有循环结构。对于基于有限域 $GF(q)$ (这里 $q=2^s$) 的 m 维欧氏几何空间 $EG^*(m, q)$ 而言,其共有 $n_0=q^m-1$ 个点以及 $J_0=(q^{m-1}-1)(q^m-1)/(q-1)$ 条不经过原点的线,分别对应 $\mathbf{H}_{EG,c}$ 矩阵中的列和行。

本文选择基于 $m=2$ 的二维欧氏几何空间来构造 EG-LDPC 码的校验矩阵 $\mathbf{H}_{EG,c}$,首先确定矩阵的第一行,对于 $EG^*(2, q)$ 中任意一条不经过原点的线 L ,定义其入射向量 $\mathbf{v}_L=(v_0, \dots, v_i, \dots, v_{q^2-2})$ 为 $GF(2)$ 上的 (q^2-1) 重向量,其中 (q^2-1) 个分量分别对应 $EG^*(2, q)$ 中除原点外的其余 (q^2-1) 个点,当点 α^i 在线 L 上时 $v_i=1$,否则 $v_i=0$ 。有上述第一行向量,对于所有 $0 \leq t < 2^{2s}-1$,线 $\alpha^{i+1}L$ 的入射向量 $\mathbf{v}_{\alpha^{i+1}L}$ 可由线 α^iL 的入射向量 \mathbf{v}_{α^iL} 循环右移一位得到。将上述基于有限域 $GF(2^s)$ 上欧氏几何空间线的入射向量及其循环移位向量依次作为矩阵的行,则可得到一个 $(2^{2s}-1) \times (2^{2s}-1)$ 的 EG-LDPC 码校验矩阵 $\mathbf{H}_{EG,c}$ 。

由于矩阵 $\mathbf{H}_{EG,c}$ 一般为非行满秩矩阵,其列数 $(2^{2s}-1)$ 等于所构造 EG-LDPC 码的码长 n ; 矩阵的秩 $\text{rank}(\mathbf{H}_{EG,c})$ 等于所构造 EG-LDPC 码的校验位数 $(n-k)$,故码率 $R=k/n=1-\text{rank}(\mathbf{H}_{EG,c})/n$ 。更多关于欧氏几何空间相关概念以及 EG-LDPC 码的具体构造方法,可参见文献[7-8,13]。

2 大气湍流 PPM 信道下欧氏几何 LDPC 码的软迭代译码算法

2.1 大气湍流 PPM 调制信道的输出软信息计算

大气激光通信系统中的大气湍流信道是一类具有时变强度增益和加性高斯白噪声的离散无记忆信

道^[15]。假定信道平稳遍历,则其信道模型可描述为:

$$y_k = I_k x_k + n_k \quad I_k > 0 \quad (1)$$

式中, x_k 为发端发送的已调数字信号, y_k 为接收端的接收信号, I_k 是接收器接收到的光强, n_k 是均值近似为 0、方差为 $N_0/2$ 的加性高斯白噪声,且假定 n_k 与 I_k 相互统计独立。通常在弱湍流的情况下,接收端的光强 I_k 服从对数正态分布,其概率密度函数为^[16]:

$$f_h(I_k) = \frac{1}{I_k \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln I_k + \sigma^2/2)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

式中, σ^2 为湍流强度的对数方差,它取决于大气传输时的信道状态。

对于采用脉冲位置 (PPM) 调制的强度直接检测 (IM/DD) 大气激光通信系统, M -PPM 调制是将 K 位二进制比特 $X=(x_0, x_1, \dots, x_K) \in \{0, 1\}^K$ 调制到一个具有 $M=2^K$ 个时隙的 PPM 脉冲上。假设在 PPM 帧的每个时隙间隔内信道状态信息为固定值,则在该时隙内大气弱湍流传输信道等效为一个输出光强服从对数正态衰落且受到加性高斯白噪声影响的离散无记忆信道模型。

假设每个时隙中的信息比特取值为 0 和 1 的先验概率相等,第 j 个 PPM 帧相应的脉冲位置是 d , 则可得第 j 个 PPM 帧中的第 i 个时隙 (时隙宽度为 T) 所对应信息比特 $x_i=c$ 的后验概率 $p(x_i=c; T)$ ^[10]:

$$p(x_i=c; T) = \frac{\sum_{\substack{X=(x_1, x_2, \dots, x_K) \\ x_i=c}} L_d^j}{\sum_{i=1}^M L_i^j} \quad (3)$$

式中 $L_i^j = \exp\left(\frac{2y_i I_i - I_i^2}{N_0}\right)$, $0 \leq i \leq K, c \in \{0, 1\}$ 。

对上述公式两边同取对数,可得其对数似然比表达式为:

$$L(p_i) = \ln\left(\frac{p(x_i=0; T)}{p(x_i=1; T)}\right) = \ln\left[\sum_{\substack{X=(x_1, x_2, \dots, x_K) \\ x_i=0}} L_d^j\right] - \ln\left[\sum_{\substack{X=(x_1, x_2, \dots, x_K) \\ x_i=1}} L_d^j\right] \quad (4)$$

为了研究 PPM 调制的时隙数对 EG-LDPC 码软迭代译码性能的影响,下面基于公式 (3),给出 M -PPM 调制在 $M=2, 4, 16$ 时信道输出的软信息计算过程。

1) 当 $M=2$ 时,第 j 个 PPM 帧对应的二进制比特序列中只有一个信息比特,即为比特 0 或者 1。

比特 0 经过 2PPM 调制后的映射序列为 (1, 0), 其相应的脉冲位置是 1。比特 1 经过 2PPM 调制后的映射序列为 (0, 1), 其相应的脉冲位置是 2, 所以公式 (3) 的形式可写为:

$$p(x_i = c; T) = \frac{L_1^i}{L_1^i + L_2^i} \quad (5)$$

2) 当 $M=4$ 时, 第 j 个 PPM 帧对应的二进制比特序列表示中有两个信息比特, 将该序列记为 $X = (x_1, x_2)$ 。如果 $x_1=0$, 那么有可能的比特序列为 $X_1=(0, 0), X_2=(0, 1)$, 如果 $x_1=1$, 那么有可能的比特序列为 $X_3=(1, 0), X_4=(1, 1)$ 。所以当 $x_1=0$ 时, 第 j 个 PPM 帧的后验概率为:

$$p(x_1 = 0; T) = \frac{L_1^j + L_2^j}{\sum_{i=1}^4 L_i^j} \quad (6)$$

当 $x_2=0$ 时, 第 j 个 PPM 帧的后验概率为:

$$p(x_2 = 0; T) = \frac{L_1^j + L_3^j}{\sum_{i=1}^4 L_i^j} \quad (7)$$

3) 当 $M=16$ 时, 第 j 个 PPM 帧对应的二进制比特序列表示中有四个信息序列, 记为 $X = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ 。如果 $x_1=0$, 那么有可能的比特序列为: $X_1=(0, 0, 0, 0), X_2=(0, 1, 0, 0), X_3=(0, 0, 1, 0), X_4=(0, 0, 0, 1), X_5=(0, 1, 1, 0), X_6=(0, 1, 0, 1), X_7=(0, 0, 1, 1), X_8=(0, 1, 1, 1)$ 。所以 $x_1=0$ 时, 第 j 个 PPM 帧的后验概率为:

$$p(x_1 = 0; T) = \frac{\sum_{i=1}^8 L_i^j}{\sum_{i=1}^{16} L_i^j} \quad (8)$$

同理, 可得出 x_2, x_3, x_4 分别为 0 时, 第 j 个 PPM 帧的后验概率表达式, 且 x_l 取值为 1 的后验概率为:

$$p(x_l = 1; T) = 1 - p(x_l = 0; T) \quad l = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

将上述公式(5)到公式(9)中关于 M -PPM 调制在时隙数 M 分别为 2、4、16 时对应比特取值为 0 和 1 的概率, 代入公式(4)可得到信道输出的软解调对数似然比信息, 该信息作为初始信息送给 EG-LDPC 码的译码器进行后续迭代译码操作。

2.2 欧氏几何 LDPC 码的迭代译码算法

对于二进制的 EG-LDPC 码来说, 传递消息的度量采用对数似然比的形式, 使得校验节点信息更新中的乘法运算变成加法运算, 从而降低译码复杂度。这类算法称为对数域置信传播(BP)译码算法, 其译码步骤简述如下。

1) 初始化

计算信道传递给变量节点的初始概率似然比消息 $L(p_i), i=1, 2, \dots, n$, 并设定译码算法的最大迭代次数 I_{\max} 。对每一个变量节点 i , 由上节中关于公式(4)的计算过程, 可得到变量节点传向校验节点的信道初始消息为:

$$L^{(0)}(q_{ij}) = L(p_i) = \ln \left[\sum_{\substack{X=(x_1, x_2, \dots, x_K) \\ x_i=0}} L_d^j \right] - \ln \left[\sum_{\substack{X=(x_1, x_2, \dots, x_K) \\ x_i=1}} L_d^j \right] \quad (10)$$

2) 迭代过程

校验节点消息处理:

对所有校验节点 j 和与其相邻的变量节点 $i \in R(j)$, 第 l 次迭代时, 计算第 j 个校验节点向第 i 个变量节点传递的消息。

$$L^{(l)}(r_{ij}) = 2 \tanh^{-1} \left[\prod_{i' \in R(j) \setminus i} \tanh \left(\frac{1}{2} L^{(l-1)}(q_{i'j}) \right) \right] \quad (11)$$

变量节点消息处理:

对所有变量节点 i 和与其相邻的校验节点 $j \in M(i)$, 第 l 次迭代时, 计算第 i 个变量节点向第 j 个校验节点传递的消息。

$$L^{(l)}(q_{ij}) = L(p_i) + \prod_{j' \in M(i) \setminus j} L^{(l)}(r_{ji'}) \quad (12)$$

3) 译码判决

对所有变量节点计算硬判决消息。

$$L^{(l)}(q_i) = L(p_i) + \prod_{j \in M(i)} L^{(l)}(r_{ji}) \quad (13)$$

若 $L^{(l)}(q_i) > 0$, 则 $\hat{c}_i = 0$, 否则 $\hat{c}_i = 1$ 。若 $\mathbf{H}_{EG,c} \hat{\mathbf{c}}^T = 0$ 或者达到最大迭代次数 I_{\max} , 则输出该译码判决结果; 否则返回步骤 2) 开始第 $l+1$ 次迭代过程。译码判决结果 $\hat{\mathbf{c}}$ 满足校验方程 $\mathbf{H}_{EG,c} \hat{\mathbf{c}}^T = 0$ 或达到预先设定的最大迭代次数 I_{\max} 。若达到最大迭代次数 I_{\max} 后的译码判决结果仍不满足 $\mathbf{H}_{EG,c} \hat{\mathbf{c}}^T = 0$, 则统计该组码字的比特错误个数, 并计算误比特率(BER)参数。

3 性能仿真与分析

根据第二节中关于 EG-LDPC 码的校验矩阵构造过程, 分别选择基于有限域 $GF(q)$ 在 $q=2^4, 2^5, 2^6$ 时 $m=2$ 的二维欧氏几何空间, 构造出码长分别为 255、1 023、4 095, 行列重分别为 16、32、64 的三组 EG-LDPC 码, 详细参数见表 1 中所示。

对于码长为 255, 码率为 0.686, 行列重均为 16 的 EG-LDPC 码, 采用第三节中的软迭代译码算法,

设置最大迭代次数 I_{\max} 为 20 次时,在 AWGN 信道以及湍流强度 σ^2 分别取 0.01、0.04、0.09、0.16 的大气弱湍流 2PPM 调制信道下的误码率性能仿真结果,见图 1 中所示。

表 1 三组不同码长码率的 EG-LDPC 码
Tab.1 Three EG-LDPC codes with different code-length and code-rate

有限域 $GF(q)$	码长 n	信息位长度 k	码率 R	行列重
$q=2^4$	255	175	0.686	16
$q=2^5$	1 023	781	0.763	32
$q=2^6$	4 095	3 367	0.822	64

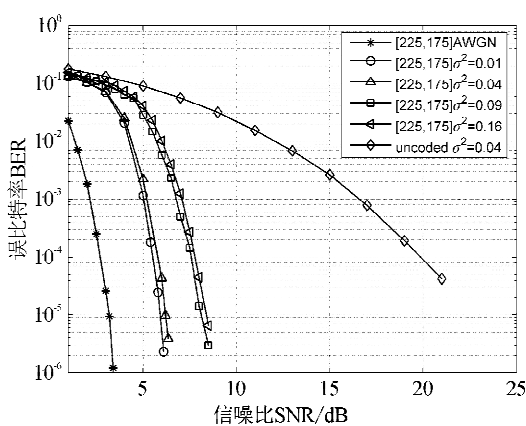


图 1 不同湍流强度下 EG-LDPC[255,175]码的误码率性能
Fig.1 Performance of [255,175] EG-LDPC code under different turbulence strengths

由图 1 中的性能曲线可以看出,相比于 EG-LDPC[255,175]码在 AWGN 信道下的译码性能,在大气湍流信道下随着湍流强度 σ^2 的增加其译码性能逐渐变差。该结果与实际物理含义相一致,因为湍流噪声的引入势必会恶化译码器的纠错性能,且湍流噪声的强度越大出错的可能性也越大,从而误码率也更高。对比图 1 中 $\sigma^2=0.04$ 的弱湍流信道下未加编码(uncoded)时的性能曲线可以看出,采用[255,175]的 EG-LDPC 码在 BER 为 10^{-4} 时,可获得大约 14 dB 的编码增益。

为了验证不同参数的 EG-LDPC 码在大气湍流信道下的软迭代译码性能,选择对表 1 中码长为 1 023、4 095 的两组 EG-LDPC 码,在湍流强度分别为 0.04、0.09、0.16 的大气弱湍流 2PPM 调制信道下的误码率性能进行了仿真,结果见图 2 中所示。这里采用的译码算法为第三节中的软迭代算法,设置最大迭代次数 I_{\max} 为 20 次。

由图 2 中关于码率为 0.763 行列重均为 32 的 [1023,781] EG-LDPC 码,以及码率为 0.822 行列重均为 64 的 [4095,3367] EG-LDPC 码,在不同湍

流强度下的 BER 性能曲线可以看出,两者的 BER 性能均随着 σ^2 的增大而逐渐降低。由于前者的码率为 0.763 比后者 0.822 的码率低,因此同等参数下具有更好的性能,但信息传输效率较低。同时对两者在高信噪比下的瀑布区性能,可以看出后者的错误平台更低,这是由于后者具有更高的行列重量使得其码最小距离也会更大。

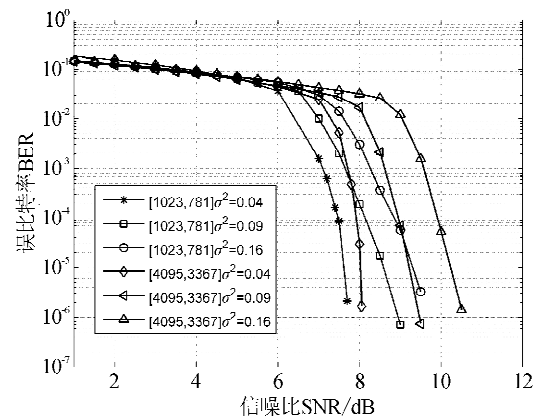


图 2 不同参数 EG-LDPC 码在不同大气湍流强度下的误码率性能
Fig.2 Performance of EG-LDPC codes with different parameters over atmospheric weak turbulence channel

由于 EG-LDPC 码普遍具有较高的行列重量,使得该类码在实际应用中仅需较少的迭代次数达到较好的译码性能,从而降低译码器的运算处理时延。为了验证大气湍流信道下的 EG-LDPC 码在不同迭代次数时译码性能,这里选择对表 1 中 [4 095, 3 367] EG-LDPC 码在设置不同最大迭代次数时的译码性能进行 Monte Carlo 仿真,其结果见图 3 中所示,这里信道的湍流强度 $\sigma^2=0.04$ 。

由图 3 中最大迭代次数 I_{\max} 分别为 1, 5, 20, 100 次时的 BER 性能曲线可以看出,随着迭代次数的降低其译码性能逐渐变差;最大迭代次数为 5 次时相比最大迭代次数 100 次时在 BER 为 10^{-5} 时仅损失大约 0.8 dB 的性能增益,却能够带来更低的译码复杂度和译码处理时延。

为了比较 EG-LDPC 码在不同时隙 M -PPM 调制时的性能,对表 1 中 [255,175] EG-LDPC 码在 M 分别为 2、4、16 时的软迭代译码性能进行仿真,其结果见图 4 中所示,这里信道的湍流强度 σ^2 取值分别为 0.01 和 0.04。由图 4 中的性能曲线可以看出,随着 PPM 调制时隙数 M 的增加,其软解调迭代译码性能有所降低,在 BER 为 10^{-5} 时,4PPM 相比 2PPM 大约有 1.6 dB 的增益损失,16PPM 相比 4PPM 大约有 1.7 dB 的增益损失。因此,在大气弱湍流信道下采用 2PPM 调制的 EG-LDPC 编码调制

方案可以获得更好的软迭代译码纠错性能。

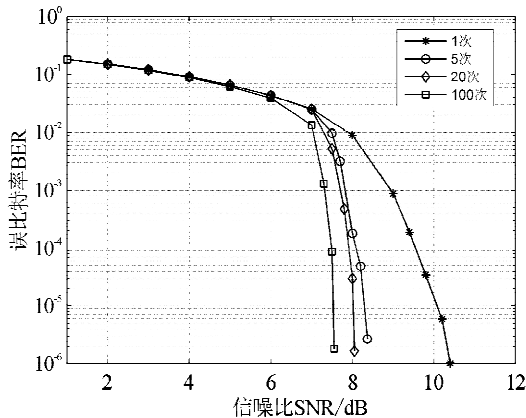


图 3 大气湍流信道下[4095, 3367]EG-LDPC 码在不同最大迭代次数时的性能

Fig. 3 Performance of [4095, 3367] EG-LDPC code with different maximum iterate number over atmospheric turbulence channel

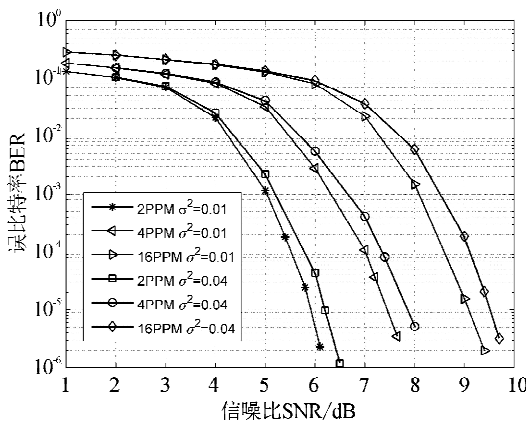


图 4 [255, 175]EG-LDPC 码在不同 M-PPM 调制下的性能
Fig. 4 Performance of [255, 175] EG-LDPC code with different PPM modulation orders

4 结 论

本文针对 FSO 通信链路中大气湍流噪声对数据传输可靠性的影响,提出在对数正态分布的大气弱湍流信道下采用高行列重量的 EG-LDPC 码和 PPM 调制方案,给出了该类方案适用的软信息计算方法及迭代译码算法流程,并对其在不同的湍流强度下的译码纠错性能进行了仿真分析。结果表明,不同码长和码率的 EG-LDPC 码在采用文中给出的软迭代译码算法时均可获得很好的译码纠错性能。另外,对于采用 2PPM, 4PPM, 16PPM 调制的 EG-LDPC 编码调制方案性能的仿真结果表明,采用低码率的 EG-LDPC 码和 2PPM 调制方案,在不同强度的大气湍流信道下可获得大约 1.6dB 的编码增益提升,且算法仅需很少的最大迭代次数,从而可有效降低译码器的运算复杂度和处理时延。

参考文献:

- [1] Tapse H, Borah D, Perez-Ramirez J. Hybrid optical/RF channel performance analysis for turbocodes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(5), 1389-1399.
- [2] Ahdi F, Subramaniam S. Optimal placement of FSO relays for network disaster recovery [C]// IEEE International Conference on Communications, Budapest Hungary, 2013: 3921-3926.
- [3] Gappmair W, Flohberger M. Error performance of coded FSO links in turbulent atmosphere modeled by gamma-gamma distributions [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(5): 2209-2213.
- [4] Sandalidis H. Coded free-space optical links over strong turbulence and misalignment fading channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(3): 669-674.
- [5] Gallager R G. Low density parity check codes [J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, IT-8(1): 21-28.
- [6] MacKay D J C, Neal R M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes [J]. Electronics Letters, 1997, 33(6): 457-458.
- [7] Kou Y, Lin S, Fossorier M. Low-density parity-check codes based on finite geometries: a rediscovery and new results [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(7): 2711-2736.
- [8] Zhou B, Kang J, Tai Y, et al. High performance non-binary quasi-cyclic LDPC codes on euclidean geometries LDPC codes on Euclidean geometries [J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(5): 1298-1311.
- [9] 柯熙政,殷致云. 无线激光通信系统中的编码理论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [10] CHEN J, LI X. Belief propagation decoding of low-density parity-check codes for atmospheric turbulent optical ppm communication systems [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(2): 405-409.
- [11] 伍艳琼, 陈名松, 敖珺. LDPC 在 gamma-gamma 信道下的性能分析 [J]. 激光技术, 2013, 37(6): 833-837. Wu Yanqiong, Chen Mingsong, Ao Jun. Performance analysis of LDPC codes in the gamma-gamma channel [J]. Laser technology, 2013, 37(6): 833-837.
- [12] Barua B, Majumder S P. Performance analysis of an LDPC coded FSO communication system with different modulation technique under turbulent condition [C]// IEEE 15th International Conference on Computer and Information Technology, Bangladesh, 2012: 240-243.

(下转第 308 页)