

文章编号: 1006-4710(2014)04-0486-04

心形非圆齿轮副节曲线设计研究

侯晓超, 黄颖为

(西安理工大学 印刷包装工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 介绍了一种新型非圆齿轮副——心形非圆齿轮, 从啮合传动特性出发分析了该非圆齿轮的运动规律, 重点阐述了用三次曲线分段构造心形非圆齿轮节曲线, 并列举工程实例验证该节曲线设计方法。通过 Matlab 计算作图, 给出了心形非圆齿轮传动转角函数曲线、从动轮角速度变化曲线和角加速度变化曲线。计算作图的结果表明, 该非圆齿轮的运动过程满足设计要求, 角加速度变化曲线基本光滑, 说明运动比较平稳, 没有大的冲击。

关键词: 非圆齿轮; 节曲线设计; 心形非圆齿轮

中图分类号: TH132.429 **文献标志码:** A

A research on heart-shaped non-circular gear pitch curve design

HOU Xiaochao, HUANG Yingwei

(Faculty of Printing and Packaging Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: This paper introduces a new type of non-circular gear, heart-shaped non-circular gear, and analyzes the movement rule of a non-circular gear based on transmission characteristics. It focuses on elaborating the method of using the cubic curve to construct heart-shaped non-circular gear's pitch curve segmentally, and finally, this paper gives an engineering practical example to test the design method of pitch curve, and presents the transmission function curve of a heart-shaped non-circular gear transmission, the change curve of the follower angular velocity, and the change curve of the follower angular acceleration through the Matlab calculation drawing. The results from Matlab calculation drawing indicate that the motion process of the non-circular gear satisfies the design requirements and that the change curve of angular velocity is basically smooth, whereby demonstrating that the motion is rather smooth without any large impact.

Key words: noncircular gear; pitch-curve design; heart-shaped noncircular gear

非圆齿轮是产生非匀速运动的机构之一, 相对于匀速的输入能够方便地得到非匀速的输出, 它综合了圆形齿轮和凸轮机构的优点, 能准确地以变传动比传递较大的动力, 具有传动平稳精确、传递效率高和结构紧凑的优点, 已被广泛应用于包装机械、印刷机械、泵、流量计等轻工设备中^[1]。

非圆齿轮节曲线是非圆齿轮设计的关键^[2], 人们在非圆齿轮方面的研究已取得了一定的成就, 但是在设计方面, 对于非圆齿轮节曲线的形状还未能寻找出一种有效的控制方法^[3-4]。因为并非任意形状的曲线都能用作非圆齿轮节曲线, 实用的非圆齿轮节曲线形状受到许多限制^[5], 导致节曲线封闭的

非圆齿轮的种类较少^[6], 因此开发具有新式传动特性的非圆齿轮是十分必要的^[6]。

心形非圆齿轮及其共轭齿轮传动是一种新式变传动比传动, 可以实现不同于椭圆齿轮和偏心圆齿轮的传动规律^[7]。

1 心形非圆齿轮的传动特性及节曲线设计

设计非圆齿轮的主要任务就是确定它的节曲线。节曲线实际上是一对相互啮合的齿轮在其啮合过程中实现无滑动地滚动的共轭曲线^[8]。

图 1 所示为一对心形非圆齿轮传动, 因为主动轮的节曲线形状为心形, 故称为心形非圆齿轮。该

收稿日期: 2014-05-16

作者简介: 侯晓超, 男, 硕士生, 研究方向为包装机械设计、非圆齿轮传动。E-mail: houxiaochao@sohu.com。

黄颖为, 女, 教授, 主要研究方向为包装技术与设备。E-mail: huangyw12@163.com。

齿轮副中心固定,节点在中心连线上,当主动轮转一圈时,从动轮也转动一周。

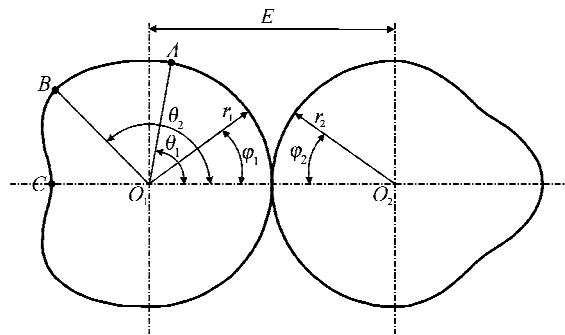


图 1 心形非圆齿轮传动

Fig. 1 Heart-shaped non-circular gear transmission

由于中心固定,两齿轮啮合半径 r_1, r_2 之和恒为中心距的长度 E ,有:

$$r_1 + r_2 = E \quad (1)$$

设主动轮的转角为 φ_1 ,瞬时角速度为 ω_1 ,从动轮的转角为 φ_2 ,瞬时角速度为 ω_2 ,瞬时传动比可表示为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{E - r_1}{r_1} \quad (2)$$

对某心形非圆齿轮副进行测绘,得到中心距、齿轮模数和主动轮齿顶离散点数据,经过换算得主动轮节曲线数据,再运用公式(2)换算成传动比数据,将此数据输入 Matlab 绘图,得到心形非圆齿轮传动比变化规律曲线如图 2 所示。

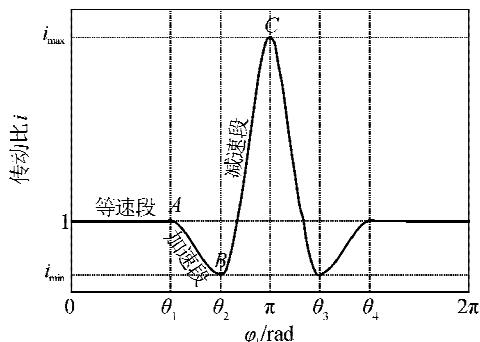


图 2 心形非圆齿轮传动比变化曲线

Fig. 2 The ratio curves of heart-shaped non-circular gear transmission

观察图 2 可知:在整个圆周上很难找到一个曲线方程拟合该心形非圆齿轮传动比变化规律曲线,所以笔者采用分段拟合的方法;在一个周期 ($[0, 2\pi]$) 内,该曲线是以 $\varphi_1 = \pi$ 为对称轴的轴对称曲线,所以只需研究 0 到 π 上的变化规律;在 $(0, \theta_1)$ 段传动比不变,称为等速段。从 A 点开始传动比曲线下降,从动轮速度开始增大,直到 B 点曲线到达最低点,此时从动轮速度达到最大值。然后曲线上升,从动轮速度

开始减小,直到 C 点曲线到达最高点,此时从动轮速度达到最小值。因此称 AB 段为加速段,BC 段为减速段。由于在计算非圆齿轮加工数据过程中要用到节曲线的二阶导数^[9],所以采用三次曲线分段构造加速段和减速段非圆齿轮节曲线,从而构造整个心形非圆齿轮的节曲线^[10]。

设主动轮节曲线方程 $r_1(\varphi_1)$ 为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{等速段: } r_1(\varphi_1) = \frac{E}{2} \quad (0 < \varphi_1 < \theta_1) \\ \text{加速段: } r_1(\varphi_1) = a_0 \varphi_1^3 + a_1 \varphi_1^2 + a_2 \varphi_1 + a_3 \quad (\theta_1 \leq \varphi_1 < \theta_2) \\ \text{减速段: } r_1(\varphi_1) = b_0 \varphi_1^3 + b_1 \varphi_1^2 + b_2 \varphi_1 + b_3 \quad (\theta_2 \leq \varphi_1 < \pi) \end{array} \right. \quad (3)$$

如图 1 所示,心形非圆齿轮主动轮节曲线等速段 (θ_1 对应圆弧) 喷合半径恒等于中心距的一半,加速段为 AB 段,减速段为 BC 段,加速段节曲线 AB 经过点 A ($\theta_1, E/2$),点 B ($\theta_2, r_{1\max}$),由于节曲线必须光滑连接,故节曲线连续且一阶可导。等速段导数为零,即节曲线在 A 点的左导数为零,A 点可导,左右导数必须相等,因此节曲线在 A 点的右导数等于零。节曲线在 B 点取得极大值,故节曲线在 B 点的导数也等于零。联立线性方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \theta_1^3 + a_1 \theta_1^2 + a_2 \theta_1 + a_3 = E/2 \\ a_0 \theta_2^3 + a_1 \theta_2^2 + a_2 \theta_2 + a_3 = r_{1\max} \\ 3a_0 \theta_1^2 + 2a_1 \theta_1 + a_2 = 0 \\ 3a_0 \theta_2^2 + 2a_1 \theta_2 + a_2 = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

可解得 AB 段节曲线方程。

减速段节曲线 BC, 经过点 B ($\theta_2, r_{1\max}$) 和点 C ($\pi, r_{1\min}$), 且分别在 B 点和 C 点取得最大值和最小值, 故节曲线在 B 点和 C 点的导数为零。联立线性方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 \theta_2^3 + b_1 \theta_2^2 + b_2 \theta_2 + b_3 = r_{1\max} \\ b_0 \pi^3 + b_1 \pi^2 + b_2 \pi + b_3 = r_{1\min} \\ 3b_0 \theta_2^2 + 2b_1 \theta_2 + b_2 = 0 \\ 3b_0 \pi^2 + 2b_1 \pi + b_2 = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

可解得 BC 段节曲线方程。

在非圆齿轮设计中,一般会给出传动比的范围 (i_{\min}, i_{\max}) 和中心距 E , 节曲线喷合半径的最大值 $r_{1\max}$ 和最小值 $r_{1\min}$ 可以通过公式(6)、(7)计算得到。

$$r_{1\max} = \frac{E}{i_{\max} + 1} \quad (6)$$

$$r_{1\min} = \frac{E}{i_{\min} + 1} \quad (7)$$

这样就可以得到心形非圆齿轮副主动轮的节曲线方程 $r_1(\varphi_1)$ 。

从动轮节曲线方程:

$$\begin{cases} r_2(\varphi_1) = E - r_1(\varphi_1) \\ \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} i_{21} d\varphi_1 \end{cases} \quad (8)$$

调整 θ_1 、 θ_2 的值,也就是调整起始加速点和起始减速点的位置,可以改变节曲线形状以满足封闭非圆齿轮传动节曲线轮齿等分条件。

2 心形非圆齿轮节曲线设计实例

现以装盒机开盒机构非圆齿轮节曲线设计为例,具体说明心形非圆齿轮节曲线的设计方法,验证其方法的正确性和实用性。并给出从动轮转角函数曲线、速度曲线、加速度曲线。

装盒机开盒机构吸盘在回转一周过程中完成取盒放盒动作,取盒放盒动作要求在运动过程中相对速度为零,中间过程可以尽量快,以提高效率。在整个运动过程中吸盘速度变化规律为:零—加速—减速—零—加速—减速—零的循环过程,因此笔者选用心形非圆齿轮以实现此非匀速比传动要求。开盒机构工作原理如图 3 所示。

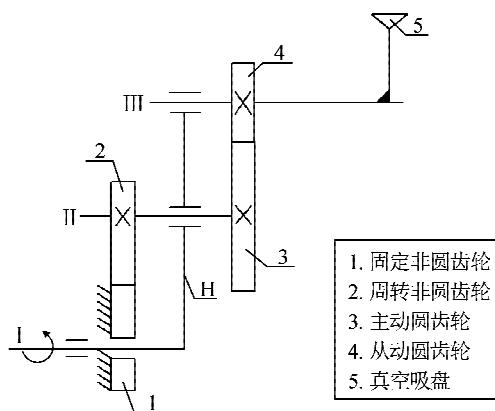


图 3 非圆齿轮开盒机构工作原理

Fig. 3 The working principle of non-circular gear box-opening mechanism

经计算,该机构中非圆齿轮副需满足的传动比范围为(0.85, 1.52),需满足的中心距为 90 mm。加速起始角 θ_1 选 $\pi/2$,减速起始角 θ_2 选 $3\pi/4$ 。代入公式(3)~(7)计算得到主动轮节曲线方程为:

等速段:

$$r_1(\varphi_1) = 45 \quad (0 < \varphi_1 < \pi/2)$$

加速段:

$$r_1(\varphi_1) = -14.882\varphi_1^3 + 87.663\varphi_1^2 - 165.241\varphi_1 + 145.94 \quad (\pi/2 \leq \varphi_1 < 3\pi/4)$$

减速段:

$$r_1(\varphi_1) = [0.0543\varphi_1^3 - 0.4477\varphi_1^2 + 1.2055\varphi_1 - 1.0165] \times 10^3 \quad (3\pi/4 \leq \varphi_1 < \pi)$$

代入公式(8)可得从动轮节曲线方程,运用 CAD 作图得到所要非圆齿轮传动节曲线如图 4 所示。

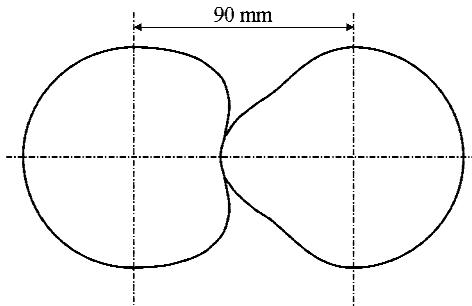


图 4 开盒机构非圆齿轮节曲线

Fig. 4 The non-circular gear pitch curve of box-opening mechanism

将主动轮节曲线方程代入公式(2),可以得到传动比函数:

$$\text{等速段: } i_{12} = 1 \quad (0 < \varphi_1 < \pi/2)$$

加速段:

$$i_{12} = \frac{14.882\varphi_1^3 - 87.663\varphi_1^2 + 165.241\varphi_1 - 55.94}{-14.882\varphi_1^3 + 87.663\varphi_1^2 - 165.241\varphi_1 + 145.94} \quad (\pi/2 \leq \varphi_1 < 3\pi/4)$$

减速段:

$$i_{12} = \frac{90 - [0.0543\varphi_1^3 - 0.4477\varphi_1^2 + 1.2055\varphi_1 - 1.0165] \times 10^3}{[0.0543\varphi_1^3 - 0.4477\varphi_1^2 + 1.2055\varphi_1 - 1.0165] \times 10^3} \quad (3\pi/4 \leq \varphi_1 < \pi)$$

用 Matlab 绘图,可以得到设计所得心形非圆齿轮副的传动比曲线,如图 5 所示。

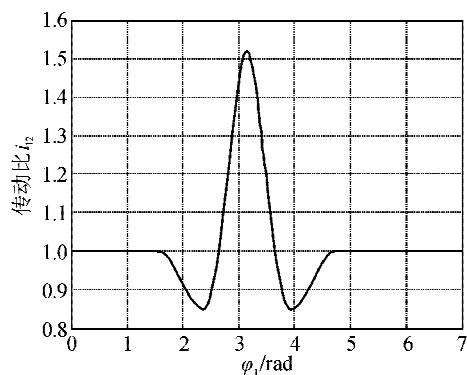


图 5 传动比曲线

Fig. 5 The curve of transmission ratio

从动轮转角 $\varphi_2 = F(\varphi_1) = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1$, 用 Matlab

积分并作图,得到转角函数曲线如图 6 所示。转角函数对时间 t 求一阶导数,可以得到从动轮角速度变化曲线如图 7 所示。转角函数对时间 t 求二阶导数,可以得到从动轮角加速度变化曲线如图 8 所示。

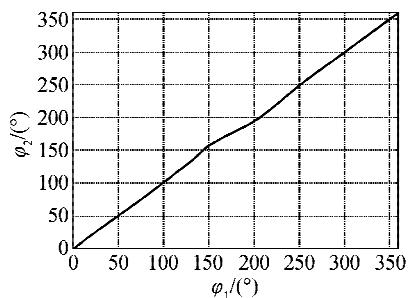


图 6 转角函数曲线

Fig. 6 The curve of corner function

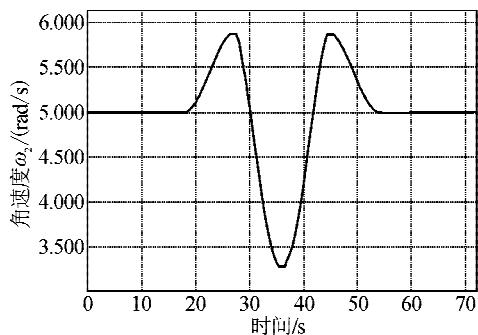


图 7 从动轮角速度变化曲线

Fig. 7 The angular velocity curve of follower gear

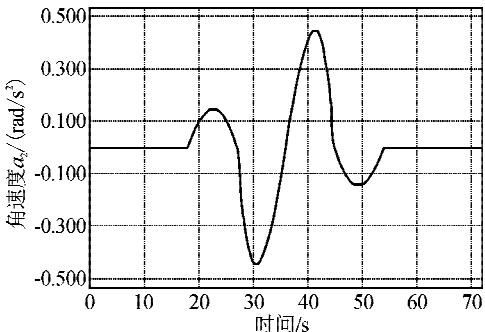


图 8 从动轮角加速度变化曲线

Fig. 8 The angular accelerated speed curve of follower gear

从角速度变化曲线看,运动过程满足设计要求;角加速度变化曲线基本光滑,说明运动比较平稳,没有大的冲击。

3 结语

非圆齿轮是实现非匀速传动的一种有效机构,它可以按照设计者的要求实现需要的运动规律。本文介绍了一种新型非圆齿轮副——心形非圆齿轮,从传动特性出发分析了该非圆齿轮运动规律。重点阐述了用三次曲线分段构造心形非圆齿轮节曲线,对非圆齿轮设计具有一定的应用价值。最后举例验证节曲线设计方法,并通过 Matlab 计算作图给出了心形非圆齿轮传动转角函数曲线,从动轮角速度变化曲线和角加速度变化曲线,供设计人员选用心形

非圆齿轮时参考。

参考文献:

- [1] 李宝妮,张迎春. 非圆齿轮的应用及其发展动向[J]. 机床与液压,2008,36(4):286-288.
Li Baoni, Zhang Yingchun. The application and development trend of noncircular gear[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2008, 36(4): 286-288.
- [2] Faydor L L, Alfonso F A, Ignacio G P, et al. Non-Circular gears: design and generation [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [3] 李建刚,吴序堂,熊镇芹. 非圆齿轮离散节曲线的分段三次样条拟合研究[J]. 机械传动,2004,28(6):3-5.
Li Jiangang, Wu Xutang, Xiong Zhenqin. Research on subsection cubic spline fit of non-circular gear discrete pitch line[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2004, 28(6): 3-5.
- [4] 刘大伟,任廷志. 由补偿法构建封闭非圆齿轮节曲线[J]. 机械工程学报,2011,47(13):147-152.
Liu Dawei, Ren Tingzhi. Creating pitch curve of closed noncircular gear by compensation method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(13): 147-152.
- [5] 黄忠超,蓝兆辉. 节曲线封闭的非圆齿轮传动比函数设计[J]. 机械传动,2011,35(11):30-33.
Huang Zhongchao, Lan Zhaojun. Design of transmission ratio function of non-circular gear of closed pitch curve [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2011, 35(11): 30-33.
- [6] 刘大伟,任廷志. 节曲线向径以线性速度变化的非圆齿轮研究[J]. 燕山大学学报,2012,36(3):215-218.
Liu Dawei, Ren Tingzhi. Study of noncircular gears with pitch curves variable with linear speed[J]. Journal of Yanshan University, 2012, 36(3): 215-218.
- [7] 王维新. 非圆齿轮在真空包装机中的应用研究[J]. 机械制造与自动化,2003,276(6):74-76.
Wang Weixing. Application research of noncircular gear in vacuum packaging machine[J]. Machine Building & Automation, 2003, 276(6): 74-76.
- [8] 姚文席. 非圆齿轮设计[M]. 北京:机械工业出版社,2012.
- [9] 吴序堂,王贵海. 非圆齿轮及非匀速比传动[M]. 北京:机械工业出版社,1997.
- [10] 刘生林,黄先祥,吴序堂. 用三次样条进行非圆齿轮节曲线设计的研究[J]. 机械设计,1999,16(5):21-22.
Liu Shenglin, Huang Xianxiang, Wu Xutang. A study on carrying out pitch curve design of non-circular gear by the use of cubic spline[J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 16(5): 21-22.

(责任编辑 王卫勋)