

文章编号: 1006-4710(2015)03-0328-07

基于 UBB 噪声的高动态 GPS 载波跟踪算法研究

江涛, 钱富才

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: GPS 接收机在高动态情况下, 载波信号受到不同类型复杂噪声的干扰, 且很难获得这些噪声的统计特性, 而传统方法对噪声的处理都是假定其统计特性已知, 因此, 本文提出了一种基于集员滤波(SMF)的解决方案。该方法首先将噪声定义成一类未知但有界(UBB)噪声, 然后利用椭球包含 UBB 噪声集合及状态集合, 进而采用集员滤波的方法实现了载波信号的多普勒频率估计, 最后通过 Matlab 仿真验证该算法的有效性, 并与传统方法进行比较。较传递函数设计的 PLL 设计方法, 提高了环路的动态适应性和精度; 较 Kalman 滤波方法, 提高了环路的鲁棒性和快速性。集员滤波为 GPS 接收机载波跟踪环路的设计提供了新的思路。

关键词: GPS; 集员滤波; UBB; 多普勒频率; 载波跟踪环路

中图分类号: TN967.1 **文献标志码:** A

Research on high dynamic GPS carrier tracking algorithm based on UBB noise

JIANG Tao, QIAN Fucui

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: In high dynamic condition, the carrier signal of GPS is interfered by different kinds of complex noises, and it is very difficult to obtain the statistic characteristics of the noise, but the traditional method is assumed that the statistic properties of the noise is known, accordingly, this paper proposes a solution based on set membership filter (SMF). Firstly, the noise is defined as an unknown but bounded (UBB) noise, and then the UBB noise set and the state set are contained by the ellipsoid, Doppler frequency estimation of carrier signal is accomplished by using the method of set membership filter next. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified by Matlab simulation and compared with the traditional method. Compared with the method based on transfer function of tracking loop, the proposed algorithm improves the dynamic adaptability and tracking precision; both robustness and speediness of the loop are improved compared with the performance of Kalman filter method. Accordingly, set membership filter is a new design method in the field of GPS receiver carrier tracking loop.

Key words: GPS; set membership filter; UBB; Doppler frequency; carrier tracking loop

GPS 是由美国建立的高精度全球导航定位系统, 已经在陆地、海洋、航空、航天等领域得到广泛应用。一般 GPS 接收机在静态、中低动态的情况下能够进行准确的定位及导航, 然而在高动态情况下, 传统 GPS 接收机无法准确的定位导航。目前, 国外对

于高动态 GPS 接收机产品及技术进行封锁, 因此这项研究显得至关重要。

传统 GPS 载波跟踪环路设计采用的是二阶或三阶锁相环(Phase Locked Loop, 简称 PLL), 其中环路滤波器的作用在于滤除载波环路中的噪声, 并

收稿日期: 2015-04-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273127, 61304204); 国家自然科学基金重点项目(61533014); 陕西省科技创新团队资助项目(2013KCT-04)。

作者简介: 江涛, 男, 博士生, 研究方向为卫星导航、系统辨识与滤波算法。E-mail: jiangtao_xaut@foxmail.com。

通讯作者: 钱富才, 男, 教授, 博导, 博士, 研究方向为随机控制、系统辨识、非线性系统等。E-mail: fcqian@xaut.edu.cn。

且使得滤波结果能够准确地反应出输入信号的相位变化。然而当接收机处在高动态运动中,环路中的噪声特性也随之发生了变化。PLL 为了提升对动态的适应能力,一般采用的方法是增加环路带宽和阶数,然而这两种方法都有各自的局限性。首先,为了适应动态应力带来的变化,增加环路噪声带宽虽然有助于环路的稳定,但同时引入了更多的环路热噪声,对于环路噪声带宽的增加,动态应力与热噪声是一对矛盾,因此,总体载波的跟踪性能并不能有效的提升;其次,高动态意味着接收机接收到的信号具有较大的多普勒频率,使得载波相位快速发生变化,传统 PLL 动态适应的极限很难达到高动态的要求。为了提高跟踪环路的动态性能,一般的解决方法是增加跟踪环路的阶数^[1],但同时也带来了设计复杂性和严重的稳定性问题^[2]。因此,由传递函数设计的 PLL 无法应对高动态等极端条件。

为了解决高动态的跟踪问题,文献[3]~[7]采用了新的载波跟踪环路 PLL 设计结构,通过建立由载波相位差、多普勒频率、多普勒频率变化率组成的状态方程,利用 Kalman 滤波器实现多普勒频率估计,取代了传统的环路滤波器。由于 Kalman 滤波在噪声统计特性为高斯白噪声的情况下是一种最优估计,GPS 接收机在静止或者低动态运动中,载波跟踪环路主要受到热噪声的影响^[8],热噪声是由元器件中电子热振动引起的,其统计特性就是典型的高斯白噪声,因此,基于 Kalman 滤波器设计的载波跟踪环路较传统方法跟踪性能有了大幅提升。然而 Kalman 滤波器在高动态环境中的局限性也很明显,首先,在高动态环境中,动态应力成为主要的噪声源^[9],并且 GPS 接收机在极限的运动状态下,振动引起的时钟相位抖动、阿伦方差等噪声已不可忽略^[10],这些多源噪声的叠加如果简单的用高斯白噪声来描述其统计特性,显然是不合理的,当这些噪声统计特性偏离高斯分布较大时,Kalman 滤波就不能得到符合实际的结果;其次,Kalman 滤波过程中,过程噪声和测量噪声的统计特性是初始给定的,显然在复杂的运动环境下,噪声的统计特性是实时变化的,这可能导致滤波适应能力变差甚至发散^[11]。

虽然这些噪声的统计特性很难通过数学方法得到,但是在特定的环境下,获得噪声边界是可能的^[12],此时可以采用基于有界集合的算法^[13]。20 世纪 60 年代末,Witsenhausen 和 Schweppe 提出了一类基于未知但有界(Unkown But Bounded 简称 UBB)噪声假设的估计方法^[14-15],即集员滤波。该

方法利用外定界椭球集合包含系统的真实状态,只要求系统噪声有界,且噪声界已知,而不需要已知噪声统计特性。但当时没有提出椭球集合的最优化问题,因而并没有得到广泛的应用。直至 Fogel 和 Huang 提出了 OBE 算法^[16],得到了最小迹椭球和最小容积椭球集合,以及 Maksarov 分析了状态定界问题^[17],得到了椭球集合描述,此后学者们提出了许多相关的改进算法,推动了对于集员滤波的广泛研究及应用。在实际设计过程中,集员滤波过程类似于 Kalman 滤波,通过建立系统状态方程,运用递归的方法进行状态估计。由于集员滤波对噪声有较强的适应性,该方法在高动态环境下表现出较好的鲁棒性和估计精度。因此,本文将引入集员滤波来改善高动态 GPS 载波跟踪环路的性能。

1 传统 PLL 设计的 GPS 载波跟踪环路

1.1 PLL 设计原理

PLL 由鉴相器、环路滤波器和数控振荡器(NCO)组成,时域结构如图 1 所示,鉴相器将输入信号相位 $\theta(t)$ 与反馈信号相位 $\theta_f(t)$ 比较,结果乘以增益 k_0 ,得到相位差 θ_e ,经过环路滤波器得到控制信号 V_e 。控制载波 NCO 改变本地载波的输出相位。在误差信号的控制下,频率就调整至与输入信号频率近似,最终使环路锁定。

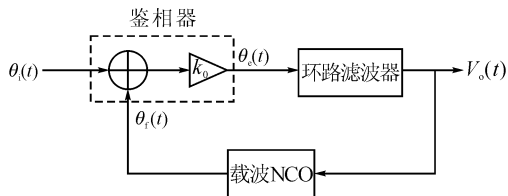


图 1 PLL 示意图

Fig. 1 The schematic diagram of the principle of PLL

动态环境的变化引起信号噪声特性和多普勒频率的变化,PLL 阶数越高,动态适应能力越强。二阶 PLL 对加速度应力敏感,三阶 PLL 对加加速度应力敏感。下面就噪声对二阶与三阶 PLL 的影响进行定量分析。

1.2 噪声对动态性能的影响

传统 PLL 作为成熟的同步跟踪技术已经成功的应用于 GPS 载波跟踪环路。然而在高动态条件下,环路中的动态应力变化剧烈,噪声的变化对 PLL 有多大的影响呢?为了说明问题,首先介绍引起载波环路相位误差的四种主要噪声来源以及总体噪声。

1) 热噪声 σ_t

热噪声是 PLL 中最常见的噪声源,其分布特性

属于典型的高斯白噪声。引起锁相环相位抖动的热噪声计算如下:

$$\sigma_t = \frac{360}{2\pi} \sqrt{\frac{B_n}{10^{C/N_0/10}} \left(1 + \frac{1}{2 \times T \times 10^{C/N_0/10}}\right)} \quad (1)$$

式中, σ_t 为均方根误差为 1σ 的热噪声, B_n 为环路噪声带宽(Hz), C/N_0 为载噪比(dBHz), T 为积分时间(s)。

2) 动态应力 θ_d

动态应力的大小依赖于信号所处的动态环境和带宽, 对于一个给定的环路, 高动态生成高动态应力, 二阶环路动态应力误差定义为:

$$\theta_{d2} = 0.2809 \frac{dR^2/dt^2}{B_n^2} \quad (2)$$

三阶环路, 动态应力误差定义为:

$$\theta_{d3} = 0.4828 \frac{dR^3/dt^3}{B_n^3} \quad (3)$$

式中, dR^2/dt^2 为视线加速度(deg/s^2), dR^3/dt^3 为视线加加速度(deg/s^3)。

3) 抖动误差 σ_v

振动引起的时钟相位噪声可计算如下:

$$\sigma_v = \frac{360f_L}{2\pi} \sqrt{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} s_v^2(f_m) \frac{P(f_m)}{f_m^2} df_m} \quad (4)$$

式中, f_L 为 GPS L₁ 波段信号的频率(157 5.42 MHz), $s_v^2(f_m)$ 为以函数 f_m 表示的振荡器振动灵敏度, f_m 为随机振动的调制频率, $P(f_m)$ 为随机振动的功率谱率。

4) 阿伦偏差 θ_A

阿伦偏差同样也能引起时钟相位噪声, 对于二阶环路, 阿伦偏差引入的误差为:

$$\theta_{A2} = 144 \frac{\sigma_A(\tau)f_L}{B_n} \quad (5)$$

三阶环路, 阿伦偏差引入的误差为:

$$\theta_{A3} = 160 \frac{\sigma_A(\tau)f_L}{B_n} \quad (6)$$

式中, $\sigma_A(\tau)$ 为晶振短期稳定度闸门时间的方差。

5) 总体噪声及跟踪门限

根据一般经验, 载波跟踪环路门限定义如下:

$$\sigma_{\text{PLL}} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_v^2 + \theta_A^2} + \frac{\theta_d}{3} \leq 15^\circ \quad (7)$$

式中, σ_{PLL} 为均方根误差为 1σ 的总体噪声, 该式说明总体噪声引起的 1σ 误差必须小于 15° , 否则整个环路的跟踪性能将不能保证。

文献[1]给出了 GPS 载波跟踪环路的噪声及其 1σ 均方根误差, 本文在此基础上分析传统 PLL 可以承受的动态极限, 下面分析噪声对动态性能的影响。

忽略振荡器振动引起的抖动误差 σ_v 和阿伦偏差 θ_A , 式(7)可以表示为:

$$\sigma_{\text{PLL}} = \sigma_t + \frac{\theta_d}{3} \leq 15^\circ \quad (8)$$

则动态应力误差门限为:

$$\theta_d \leq 3 \times (15^\circ - \sigma_t) \quad (9)$$

由式(1)、(2)和(9), 进而可以确定二阶 PLL 的加速度应力门限:

$$|acceleration| \leq \frac{3 \times B_n^2 \times (15^\circ - \sigma_t) \lambda_L}{0.2809 \times 360} \quad (10)$$

由式(1)、(3)和(9), 可得三阶 PLL 的加加速度应力门限:

$$|jerk| \leq \frac{3 \times B_n^3 \times (15^\circ - \sigma_t) \lambda_L}{0.4828 \times 360} \quad (11)$$

式中, λ_L 为射频载波波长。

如果假定载噪比 $C/N_0 = 38$ dBHz, 环路噪声带宽 $B_n = 18$ Hz 时, $T = 1$ ms。为了保证跟踪门限, 将参数代入式(1)、(11)计算可知, 二阶 PLL 必须满足加速度小于 21.56 m/s^2 , 三阶 PLL 必须满足加加速度小于 226.38 m/s^3 , 因此, 传统 PLL 无法满足典型高动态的要求。

从另一视角来看, 热噪声不会随着动态变化而变化; 动态应力属于模型阶数的限制导致的建模误差, 高动态情形下会引起振荡器、时钟晶振等元器件参数的变化, 也就是除了热噪声以外, 其余噪声都会随着动态环境的变化而变化, 即噪声的非高斯部分会随着动态的增加而增加。基于这两个方面, 我们需要寻找一个能够适应高动态且噪声为非高斯的估计方法来处理该问题。

2 集员鲁棒滤波设计方法

2.1 状态空间模型

传统 PLL 是基于传递函数设计的滤波器, 其本质是一种对系统内部结构进行不完全描述的频率分析方法。高动态意味着接收机存在很大的加速度和加加速度, 通过之前的结论可知, 传统二阶、三阶 PLL 并不能满足要求, 需要高阶传递函数设计的系统才能降低动态应力误差, 然而高阶传递函数的设计与分析是极其困难的。

集员滤波是一种时域滤波方法, 它是基于状态空间描述的估计理论, 状态空间模型能够描述系统内部各个状态以及外部输入输出的数学关系, 易给出高阶系统模型, 这就大大提升了系统动态性能。根据载波相位差、多普勒频率、多普勒频率变化率、多普勒频率变化率的变化率之间的数学关系, 建立标准四阶状态空间^[18]。

状态方程:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{f}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \quad (12)$$

式中, $\mathbf{x}_k = [\theta_c \quad f_d \quad f_a \quad f_j]_k^T$

$$\Phi_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & T^3/6 \\ 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{k-1} = [-T \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

式中, θ_c 是接收载波和本地 VCO 产生载波的相位差, rad; f_d 是载波多普勒频率, rad/s; f_a 是载波多普勒频率的变化率, rad/s²; f_j 是载波多普勒频率变化率的变化率, rad/s³; T 是更新时间间隔, 也就是一次积分时间; \mathbf{f}_k 是本地载波 VCO 产生信号的多普勒频率; $\boldsymbol{\omega}_k = [\omega_\theta \quad \omega_d \quad \omega_a \quad \omega_j]_k^T$ 是过程噪声序列。

测量方程:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{U}_{k-1} \mathbf{f}_{k-1} + \mathbf{v}_k \quad (13)$$

式中, $\mathbf{H}_{k-1} = [1 \quad T/2 \quad T^2/6 \quad T^3/24]$

$$\mathbf{U}_{k-1} = \frac{T}{2}$$

式中, \mathbf{z}_k 是积分时间 T 内, 接收载波和本地产生载波的平均相位差, 实际的观测量由环路鉴相器输出, \mathbf{v}_k 为测量噪声序列。

2.2 最优滤波过程与噪声分析

集员滤波和 Kalman 滤波相比, 首先它们都是基于状态空间模型的时域滤波方法, 其次有着相似的递归过程。在噪声统计特性为高斯白噪声条件下, Kalman 滤波是一种最优估计。

Kalman 滤波过程参考文献[5], 本地载波 VCO 产生的频率输入 \mathbf{f}_k 更新表示为:

$$\mathbf{f}_k = \mathbf{f}_{k-1} + k_a \frac{\mathbf{z}_{k-1}}{T} \quad (14)$$

式中, 参数 k_a 为可调参数, 用于调节更新过程中的振荡幅度。

Kalman 滤波要求 $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 \mathbf{v}_k 的统计特性为高斯白噪声且相互独立, 即:

$$\mathbf{E}\{\boldsymbol{\omega}_k\} = 0, \quad \mathbf{E}\{\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_j^T\} = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \quad (15)$$

$$\mathbf{E}\{\mathbf{v}_k\} = 0, \quad \mathbf{E}\{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T\} = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \quad (16)$$

$$\mathbf{E}\{\boldsymbol{\omega}_k \mathbf{v}_l^T\} = 0 \quad \forall k \neq l \quad (17)$$

其中:

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 0 & k \neq j \\ 1 & k = j \end{cases}$$

设计 Kalman 滤波器过程中, 都是假定系统模型精确已知, 并且噪声为高斯白噪声, 且方差阵 \mathbf{Q}_k 、 \mathbf{R}_k 的选取来自于已知经验值或试验测定值。然而实际 GPS 载波跟踪环路存在动态模型描述不精确、

模型变化及非高斯噪声干扰, 均会导致 Kalman 滤波的性能下降甚至发散。由于真实系统的不确定性, 大量实际应用表明, Kalman 滤波并不能保证滤波算法的收敛性和稳定性。

2.3 UBB 噪声下的集员滤波

根据前面的分析可知, 传统 PLL 存在动态适应极限的问题, 而 Kalman 滤波存在对系统模型和噪声统计特性过于依赖而导致鲁棒性差的缺陷, 为了解决这个问题, 通过 1.2 可以看出, 除了热噪声以外, 其余噪声属于非高斯, 且随着动态性能的增加, 噪声非高斯部分也随之增加, 因此, UBB 噪声的假设更符合实际情况。

另一方面, 噪声引起的相位抖动 3σ 值不超过 $\pi/4$, 也就是说, UBB 噪声引起的相位抖动设定的上限就是 $\pi/4$, 因此, 需要一种估计算法来保证估计值的边界。幸运的是, 集员滤波就是一种基于 UBB 噪声的保证估计算法。

集员滤波的基本思想就是找到由所有与测量数据、模型结构和噪声的有界假设相容的状态组成的集合, 由于此集合中的任何元素都有可能是状态真实值, 所以此集合被称为状态的可行集。精确描述可行集是非常困难的, 所以本文采用集员滤波算法通过椭球来包含可行集, 从而实现对可行集的近似描述。集员滤波在时间更新和测量更新过程中, 首先得到包含两个椭球向量和的外定界椭球, 这时的外定界椭球是一个椭球族, 接着计算出该椭球族中的最小容积椭球。

椭球中心为 a , \mathbf{P} 表示椭球形状大小的正定矩阵, 则椭球可表示为如下形式:

$$\mathbf{E}(a, \mathbf{P}) = \{\mathbf{x}; (\mathbf{x} - a)^T \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{x} - a) \leq 1\} \quad (18)$$

包含已知椭球 $\mathbf{E}(a_1, \mathbf{P}_1)$ 和 $\mathbf{E}(a_2, \mathbf{P}_2)$ 向量和的外定界椭球 $\mathbf{E}(a, \mathbf{P})$ 可表示为:

$$\mathbf{E}(a, \mathbf{P}) = \mathbf{E}(a_1, \mathbf{P}_1) \oplus \mathbf{E}(a_2, \mathbf{P}_2) \quad (19)$$

椭球 $\mathbf{E}(a, \mathbf{P})$ 的中心:

$$a = a_1 + a_2 \quad (20)$$

外定界椭球形状完全由矩阵 \mathbf{P} 确定, 当前已知矩阵 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 , 因此, 引入参数 p , 并且令

$$\mathbf{P} = (p^{-1} + 1)\mathbf{P}_1 + (p + 1)\mathbf{P}_2 \quad p > 0 \quad (21)$$

这样, 不同的参数 p 可以对应不同的矩阵 \mathbf{P} , 不同的 \mathbf{P} 又可以产生不同的外定界椭球, 在所有这些外定界椭球中, 寻找容积最小的椭球。

椭球 $\mathbf{E}(a, \mathbf{P})$ 的容积可用 \mathbf{P} 的行列式来度量, 因此, 求容积最小的外定界椭球等价于优化问题:

$$\min_p |\mathbf{P}| \quad (22)$$

用与文献[16]相同的方法, 可以证明优化问题(22)

等价于求如下方程:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda(\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2^{-1}) + p} = \frac{n}{p(p+1)} \quad (23)$$

式中, $\lambda(\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2^{-1})$ 为矩阵 $\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2^{-1}$ 的特征值, n 为状态维数。

由于噪声以及动态方程的不确定性, 假定模型的状态值、测量值、噪声都是有界的并包含在椭球内, 本文通过最小容积椭球方法来更新包含两个椭球向量和的外定界椭球, 更新椭球的中心, 即为状态更新值。基于该思想, 下面给出 GPS 载波跟踪环路模型的集员滤波过程:

假定 $\boldsymbol{\omega}_k \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^m$ 分别为统计特性未知但有界的过程噪声向量和测量噪声向量。有界噪声 $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 \mathbf{v}_k 的椭球集合可以描述为:

$$\mathbf{W}_k = \{\boldsymbol{\omega}_k \in \mathbf{R}^n : \boldsymbol{\omega}_k^T \mathbf{Q}_k^{-1} \boldsymbol{\omega}_k \leq 1\} \quad (24)$$

$$\mathbf{V}_k = \{\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^m : \mathbf{v}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{v}_k \leq 1\} \quad (25)$$

式中, $\mathbf{Q}_k \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 及 $\mathbf{R}_k \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为先验已知正定矩阵, 先验值使得噪声序列都包含在 \mathbf{Q}_k 、 \mathbf{R}_k 设定的椭球内。

假定已知系统初始状态 \mathbf{x}_0 属于椭球集合

$$\mathbf{E}_0 = \{\mathbf{x}_0 : (\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0) \leq 1\} \quad (26)$$

式中, $\hat{\mathbf{x}}_0 \in \mathbf{R}^n$ 为椭球中心, $\mathbf{P}_0 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为正定矩阵, 表示椭球形状和方向。

$k-1$ 时刻状态 \mathbf{x}_{k-1} 的椭球

$$\mathbf{E}_{k-1} = \{\mathbf{x}_{k-1} : (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1})^T \mathbf{P}_{k-1}^{-1} (\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \leq 1\} \quad (27)$$

根据最优椭球定界算法^[19], 给出集员滤波过程。

时间更新:

包含椭球集合 $(\Phi_{k-1} \mathbf{E}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{f}_{k-1}) \oplus \mathbf{W}_{k-1}$ 的时间更新椭球 $\mathbf{E}_{k,k-1}$ 的中心 $\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}$ 为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1} \mathbf{f}_{k-1} \quad (28)$$

矩阵 $\mathbf{P}_{k,k-1}$ 为:

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = (p_k^{-1} + 1) \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k-1}^T + (p_k + 1) \mathbf{Q}_{k-1} \quad (29)$$

为了使椭球容积达到最小, 参数 p_k 由以下方程解得, 这里要求 $p_k > 0$ 。

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i^{(p)} + p_k} = \frac{n}{p_k(p_k + 1)} \quad (30)$$

式中, $\lambda_i^{(p)}$ 为矩阵 $\mathbf{Q}_{k-1} (\Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k-1}^T)^{-1}$ 的特征值。

测量更新:

测量向量 \mathbf{z}_k , 输入向量 \mathbf{f}_k 和噪声向量 \mathbf{v}_k 限定的状态集合 $\bar{\mathbf{E}}_{(k)}$, 则包含集合 $\mathbf{E}_{k,k-1} \cap \bar{\mathbf{E}}_{(k)}$ 的测量更新椭球 \mathbf{E}_k 的椭球中心 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 为:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + q_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{e}_k \quad (31)$$

矩阵 \mathbf{P}_k 为:

$$\mathbf{P}_k = \beta_k(q_k) (\mathbf{P}_{k,k-1} - q_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1}) \quad (32)$$

此时, 若 $q_k \geq 0$,

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} - \mathbf{G}_k \mathbf{f}_{k-1} \quad (33)$$

$$\mathbf{S}_k = q_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (34)$$

$$\beta_k(q_k) = 1 + q_k - q_k \mathbf{e}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{e}_k \quad (35)$$

为了使椭球 \mathbf{E}_k 的容积达到最小, 参数 q_k 通过下式求解:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i^{(q)}}{\lambda_i^{(q)} q_k + 1} = \frac{n}{\beta_k(q_k)} \frac{d\beta_k(q_k)}{dq_k} \quad (36)$$

$$\frac{d\beta_k(q_k)}{dq_k} = 1 - \mathbf{e}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{R}_k \mathbf{S}_k^{-1} \mathbf{e}_k \quad (37)$$

式中, $\lambda_i^{(q)}$ 为矩阵 $\mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k$ 的特征值。

当 $n(1 - \mathbf{e}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{e}_k) - \text{tr}(\mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k) \geq 0$ 时, 式(36)无正根, 即 $q_k < 0$, 则令 $q_k = 0$, 得:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} \quad (38)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \quad (39)$$

3 仿真实验

为了测试不同方法的跟踪性能, 高动态参照美国喷气动力实验室(JPL)的定义, 设 GPS 接收机载体在两个独立的 0.5 s 内分别有 $\pm 980 \text{ m/s}^3$ 的加加速度, 期间被持续恒定的 $\pm 245 \text{ m/s}^2$ 加速度所分割, 速度的初始值为 100 m/s , 加速度的初始值设定为 -245 m/s^2 , 整个运动过程 8 s, 如图 2 所示。

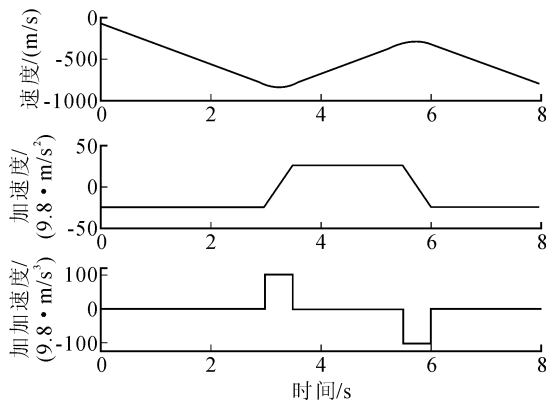


图 2 载体运动过程

Fig. 2 Receiver movement

GPS 测试信号由 GPS 信号模拟器产生。选取 19 号卫星, 采样频率 5 MHz, 中频 (IF) 信号 1.25 MHz, 载噪比 $C/N_0 = 38 \text{ dBHz}$, 积分时间 $T = 1 \text{ ms}$ 。采集到的中频信号通过 Matlab 仿真。

仿真首先采用传统 PLL 跟踪多普勒频率, 选取环路噪声带宽 $B_n = 18 \text{ Hz}$, 二阶 PLL 仿真结果见图 3(a)。由于接收机载体初始加速度为 -245 m/s^2 , 绝

对值远远大于 -21.56 m/s^2 , 二阶 PLL 刚锁定环路便很快失锁, 跟踪失败。三阶 PLL 仿真结果如图 3(b) 所示, 三阶 PLL 能够跟踪 $0 \sim 3 \text{ s}$ 的 -245 m/s^2 加速度产生的多普勒频率, 但是 3 s 后出现了 980 m/s^3 的加加速度, 远远大于 226.38 m/s^3 , 因此 3 s 后三阶 PLL 失锁, 跟踪失败。

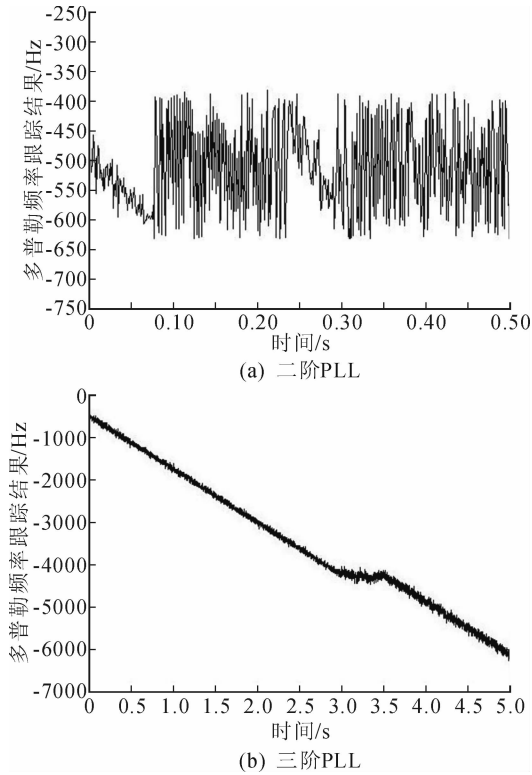


图 3 传统 PLL 跟踪多普勒频率

Fig. 3 Traditional PLL frequency Doppler tracking

接着分别采用集员滤波和 Kalman 滤波 (KF) 跟踪多普勒频率, 仿真结果如图 4 所示。集员滤波和 Kalman 滤波设计的环路都能够跟踪整个运动过程引起的多普勒频率。为了测试状态初值对两种算法的影响, 设定初始状态多普勒频率误差为 50 Hz 。

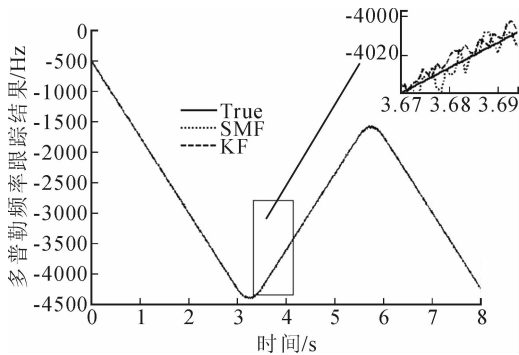


图 4 SMF 与 KF 跟踪多普勒频率

Fig. 4 SMF and KF Doppler frequency tracking

图 5 给出了集员滤波和 Kalman 滤波频率估计的均方误差曲线, 由仿真结果可见, 集员滤波在 8 s

内的误差小于 Kalman 滤波, 这是因为集员滤波具有较快的收敛速度, 随着时间推移, Kalman 滤波精度会略好于集员滤波, 也就是说当初始误差较大或者由于外界因素导致状态值发生突变时, 集员滤波能以更快的收敛速度到达稳态, 而 Kalman 滤波因收敛速度较慢, 从而更易在状态剧烈变化中导致滤波发散。

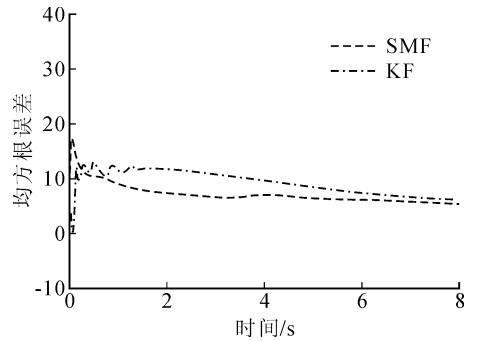


图 5 频率均方根误差收敛曲线

Fig. 5 Frequency root mean square error curve

4 结 论

本文分析了载波信号的噪声特性, 发现传统 PLL 实现的载波跟踪环路不能适应高动态情形, 而 Kalman 滤波虽然能够适应高动态, 但存在对非高斯白噪声适应能力差的问题。本文采用基于 UBB 噪声假设的集员滤波方法能够解决高动态、噪声非高斯情况下的载波跟踪问题, 且仿真表明, 该方法在保证精度的基础上具有较强的鲁棒性。值得注意的是, 集员滤波算法需要设定噪声边界, 边界过大会导致滤波精度下降, 过小会导致估计值不可靠, 如何选取适当的边界以提高滤波性能是未来研究的方向。

参考文献:

- [1] Kaplan E D. Understanding GPS principles and applications [M]. Boston: Artech House, 1996.
- [2] Hamm C R, Flenniken W S, Bevely D M. Comparative performance analysis of aided carrier tracking loop algorithms in high noise/high dynamic environments [C] // Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Long Beach, 2004: 523-533.
- [3] Ziedan N I, Garrison J L. Extended kalman filter-based tracking of weak GPS signals under high dynamic conditions [C] // Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Long Beach, 2004: 20-31.
- [4] Psiaki M L. Smoother-Based GPS signal tracking in a software receiver [C] // ION GNSS 2001, Lake City,

- 2001; 2900-2913.
- [5] Driscoll C O, Petovello M, Lachapelle G. Choosing the coherent integration time for kalman filter-based carrier-phase tracking of GNSS signals [J]. *GPS Solutions*, 2011, 15(4): 345-356.
- [6] Wang J, Liang Q H, Liang K, et al. A new extended kalman filter based carrier tracking loop [C]// *Micro-wave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications*, Guilin, 2009: 1181-1184.
- [7] Yuan G N, Xie Y J, Song Y, et al. Multipath parameters estimation of weak GPS signal based on new colored noise unscented kalman filter [C]// *International Conference on Information and Automation*, Harbin, 2010: 1852-1856.
- [8] 左启耀, 袁洪, 林宝军. 高动态环境下 GPS 信号跟踪环路优化算法研究 [J]. *宇航学报*, 2008, 29(2): 550-555.
Zuo Qiyao, Yuan Hong, Lin Baojun. Optimal algorithm research of GPS signal tracking loop under the high dynamic circumstance [J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(2): 550-555.
- [9] 陈竹, 王元钦, 侯孝民. 高动态条件下测控系统载波跟踪环优化设计 [J]. *电讯技术*, 2010, 50(8): 57-62.
Chen Zhu, Wang Yuanqin, Hou Xiaomin. Optimization of TT and C carrier tracking loop in dynamic environments [J]. *Telecommunication Engineering*, 2010, 50(8): 57-62.
- [10] 金天, 王丽华, 黄炳胜. 基于 Kalman 滤波的 GPS 跟踪环路晶振闪烁噪声建模方法 [J]. *中国空间科学技术*, 2012(5): 34-39.
Jin Tian, Wang Lihua, Huang Bingsheng. Modeling method for oscillator flicker noise in Kalman-based GPS tracking loop [J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2012(5): 34-39.
- [11] Salychev S O. *Inertial systems in navigation and geophysics* [M]. Moscow: Bauman MSTU Press, 1998.
- [12] Walter E, Piet L H. Estimation of parameter bounds from bounded-error data: a survey [J]. *Mathematics and Computers Simulation*, 1990, 32(3): 449-468.
- [13] 吴宏镔, 王国欣, 牛玉俊. 有界噪声作用下 Duffing 系统脉冲控制 [J]. *西安理工大学学报*, 2013, 29(2): 233-237.
Wu Hongbe, Wang Guoxin, Niu Yujun. Chaos control of Duffing system with bounded noise excitation with periodic impulsive signals [J]. *Journal of Xi'an University of Technology*, 2013, 29(2): 233-237.
- [14] Witsenhausen H S. Sets of possible states of linear systems given perturbed observations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, 13(5): 556-558.
- [15] Scheppe F C. Recursive state estimation: unknown but bounded errors and system inputs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, 13(1): 22-28.
- [16] Fogel E, Huang Y F. On the value of information in system identification-bounded noise case [J]. *Automatica*, 1982, 18(2): 229-238.
- [17] Maksarov D G, Norton J P. State bounding with ellipsoidal set description of the uncertainty [J]. *International Journal of Control*, 1996, 65(5): 847-866.
- [18] Psiaki M L, Hee J. Extended Kalman filter methods for tracking weak GPS signals [C]// *Proceeding of ION GPS 2002*, Portland, 2002: 2539-2553.
- [19] 柴伟, 孙先仿. 椭圆状态定界的鲁棒算法 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2006, 32(12): 1447-1450.
Chai Wei, Sun Xianfang. Robust ellipsoidal state bounding algorithm [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2006, 32(12): 1447-1450.

(责任编辑 周蓓)