

文章编号: 1006-4710(2015)04-0414-08

# 矩形和直角三角形截面永磁体磁力解析模型

田录林<sup>1</sup>, 张庆<sup>1</sup>, 田亚琦<sup>2</sup>, 贾嵘<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048; 2. 重庆江北中学, 重庆 400714)

**摘要:** 针对永磁体间的磁力用数值法计算复杂、计算工作量大, 且不利于永磁体结构参数优化的不足, 本文基于磁荷法和虚位移法得到两细长永磁体磁力公式, 采用四重积分法建立了全新的矩形和直角三角形截面永磁体磁力解析模型, 分析了磁力与永磁体结构参数关系, ANSYS 仿真验证了该解析模型的正确性。结果表明, 该解析模型计算值和 ANSYS 仿真值吻合, 采用该解析模型进行磁力计算相对简单且计算时间大大减小, 计算精度提高。

**关键词:** 矩形; 直角三角形; 永磁体; 磁力解析模型; ANSYS 仿真

**中图分类号:** TM133.3

**文献标志码:** A

## Magnetic force analytic model of rectangle and right triangle section PM

TIAN Lulin<sup>1</sup>, ZHANG Qing<sup>1</sup>, TIAN Yaqi<sup>2</sup>, JIA Rong<sup>1</sup>

(1. Faculty of Water Resources and Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Chongqing Jiangbei High School, Chongqing 400714, China)

**Abstract:** With an aim at the shortage of numerical method calculation permanent magnet (PM) magnetic force complicity, large calculation workload, and inconvenience for the permanent magnet structure parameter optimization, and based on magnetic charge method and virtual displacement method, this paper obtains two slender PM magnetic force formula, and establishes a new magnetic force analytical model (MFAM) of a rectangular cross-section PM and an aright-angled triangle cross-section PM using a complicated quadruple integral. The relationship between PM magnetic force and PM structure parameters is analyzed. The correctness of the analytical model is validated by ANSYS simulation. The results shows that the MFAM and ANSYS simulation result inosculate, and that the adoption of this analytical model in calculating magnetic force is relatively simple and calculation time can be greatly reduced with high calculation accuracy.

**Key words:** rectangle; right-angled triangle; permanent magnet; magnetic force analytical model; ANSYS simulation

传统的机械导轨由于有接触摩擦, 所以存在振动、噪音及发热等问题。如何实现高速机床导轨节能、高效高速可靠运行, 就必须解决高速运动支承这一关键技术问题。磁悬浮技术是利用磁场力将运动机械无机械接触地悬浮起来, 它对改善设备的振动、噪音、高速性能及提高节能和使用寿命等有重要意义。与电磁<sup>[1-2]</sup>、超导磁浮<sup>[3-5]</sup>相比, 永磁悬浮<sup>[6-13]</sup>具有无功耗、结构简单、体积小、成本低等优点。1980年 Halbach 提出一种新型的永磁体排列方式, 它将不同磁化方向的永磁体按照一定的顺序排列, 使得阵列一边的磁场显著增强, 另一边的磁场显著削弱。由矩形截面永磁体构成 Halbach 永磁导轨时, 由于

磁场在磁体接缝处不能顺畅过渡, 直接影响其承载力。采用横截面为梯形永磁体构成 Halbach 永磁导轨时, 当磁力线经过梯形永磁体两个腰斜面接缝时更能顺畅过渡, 可实现汇集磁能于永磁导轨工作间隙, 达到提高其承载力及刚度的目的。梯形截面永磁体可视为是由两个直角三角形截面和一个矩形截面永磁体构成<sup>[14]</sup>。两个梯形截面永磁体的磁力解析计算, 涉及两个直角三角形截面永磁体磁力计算、两个矩形截面永磁体磁力计算及截面为矩形和直角三角形永磁体间的磁力解析计算。但迄今国内外文献还没有横截面为矩形和直角三角形永磁体间的磁力解析计算模型, 截面为梯形的两永磁体间的

收稿日期: 2015-01-04

基金项目: 陕西省科学技术研究计划资助项目(2010K733); 国家自然科学基金资助项目(51279161; E090604)。

作者简介: 田录林, 男, 博士, 教授, 研究方向为磁浮轴承动力学、机电故障检测。E-mail: lulintianxs@126.com。

磁力及由其构成的 Halbach 永磁导轨的磁力计算只有数值算法。数值计算的优点是适应范围宽,但数值算法计算复杂、计算工作量大,不便于永磁体结构参数优化,不便于一般工程人员掌握。而磁力解析模型具有计算量小且便于永磁体结构参数优化的优点。因此,建立设计计算精度高、计算量小且便于结构参数优化的矩形和直角三角形截面的两永磁体磁力解析模型具有基础性、实用性和必要性。本文基于磁荷法和虚位移法得到两细长永磁体磁力公式,采用繁杂的四重积分法建立了目前国内外还没有的全新矩形和直角三角形截面永磁体磁力解析模型,分析了磁力与永磁体结构参数的关系。用 ANSYS 软件仿真验证了模型的正确性,结果表明,该解析模型磁力计算时间大大减小,计算精度较高,误差满足工程应用的要求。

### 1 矩形和直角三角形截面永磁体磁力解析式

两长直细条形永磁体,一个过  $P(x_1, z_1)$  点与  $y$  轴重合,一个过  $M(x_2, z_2)$  点与  $y$  轴平行(见图 1)。

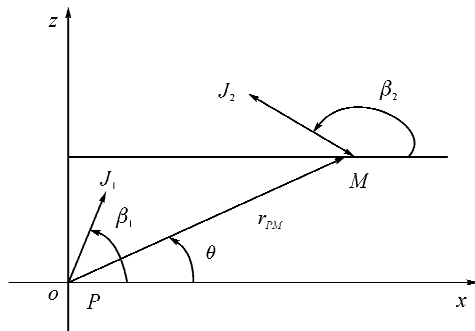


图 1 两细条形平行永磁体的参数  
Parameters of two parallel slightness permanent magnets

基于点磁荷二维磁场和虚功原理法可得单位长度的两细条形永磁体之间的磁力<sup>[15]</sup>为:

$$dF_z = \frac{J_1 J_2}{\pi \mu_0 r_{PM}^3} \sin(\beta_1 + \beta_2 - 3\theta) ds_1 ds_2 \quad (1)$$

$$dF_x = -\frac{J_1 J_2}{\pi \mu_0 r_{PM}^3} \cos(\beta_1 + \beta_2 - 3\theta) ds_1 ds_2 \quad (2)$$

式中:  $J_1$  和  $J_2$  为永磁体磁极化强度矢量的模,其在  $y$  轴方向的分量为 0,量值分别等于永磁体剩磁感应强度  $B_{r1}$  和  $B_{r2}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$  为真空磁导率;  $r_{PM}$  为同一横截面内两细条形永磁体间的距离;  $\beta_1$  和  $\beta_2$  分别为  $J_1$  和  $J_2$  与  $x$  轴正方向的夹角;  $\theta$  为  $r_{PM}$  与  $x$  轴正方向的夹角;  $ds_1$ 、 $ds_2$  为两长直细条形永磁体的横截面微面积。

纵向长度为  $L$  的矩形截面和三角形截面永磁体的 4 种布置方式如图 2 所示,参数在图中标注,箭头为磁化矢量方向。

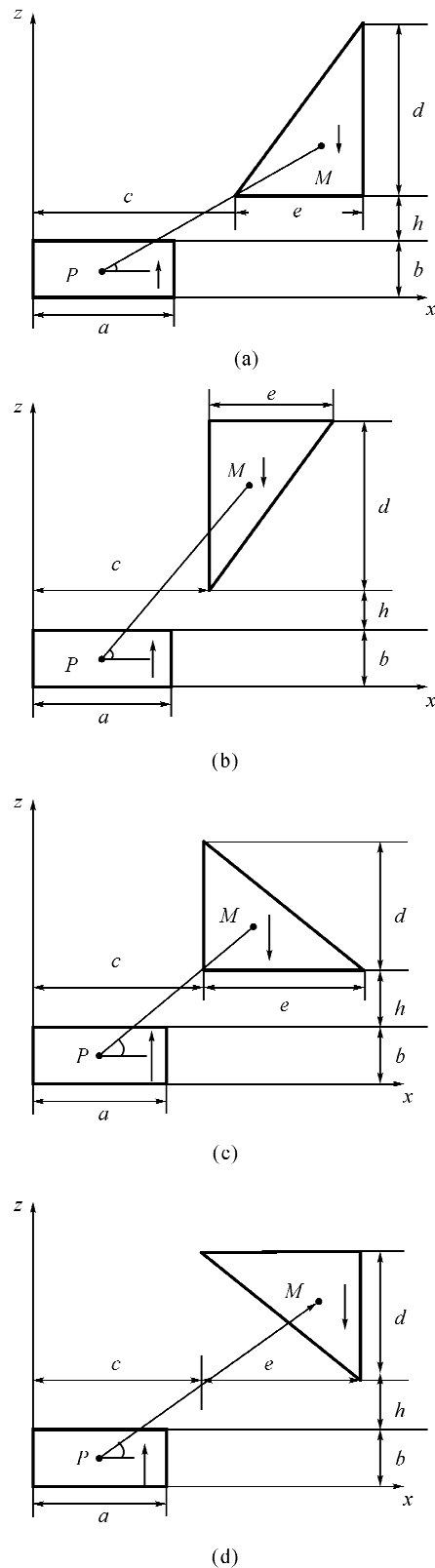


图 2 截面为矩形和直角三角形永磁体几何结构和参数  
Fig. 2 Geometry structures and parameters of the rectangle and right-angled triangle sections

以下是采用四重积分法推导出的两永磁体磁力解析模型的  $z$  轴方向和  $x$  轴方向磁力解析表达式。

对式(1)积分(取  $\beta_1 + \beta_2 = 0$ )可得两永磁体在  $z$  轴方向的磁力  $F_z$ 。

$$F_z = \frac{B_{r1}B_{r2}L}{\pi\mu_0} \times 10^{-6} \iint_{r_{PM}^3} \frac{1}{r_{PM}^3} \sin(\beta_1 + \beta_2 - 3\theta) ds_1 ds_2 =$$

$$- \frac{B_{r1}B_{r2}L}{\pi\mu_0} \times 10^{-6} \iint_{r_{PM}^3} \frac{1}{r_{PM}^3} \sin(3\theta) ds_1 ds_2 =$$

$$- \frac{B_{r1}B_{r2}L}{\pi\mu_0} \times 10^{-6} \int_0^a \int_0^b \int_c^{c+e} \int_{b+h+fg-fx_2}^{b+h+n} \left\{ \frac{\sin(3\theta)}{[(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{3/2}} \right\} \cdot$$

$$dz_2 dx_2 dz_1 dx_1 =$$

$$- B_{r1}B_{r2}L \times 10^{-6} / \pi\mu_0 \times [\pm \Phi(n, g, f)] \quad (3)$$

$$\Phi(n, g, f) = \{ [a/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((h - f \times (c + e - g))/(c + e - a))] + [(-h + f \times (c + e - g) - f \times (c + e - a))/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln((c + e - a)^2 + (-h + f \times (c + e - g))^2)] + [(h - f \times (c + e - g) + f \times (c + e))/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln((c + e)^2 + (-h + f \times (c + e - g))^2)] + [(-(c + e) - f \times (-h + f \times (c + e - g)))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((a - c - e)/(h - f \times (c + e - g)))] + [(c + e + f \times (-h + f \times (c + e - g)))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((-c - e)/(h - f \times (c + e - g)))] + [-a/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((b + h - f \times (c + e - g))/(c + e - a))] + [(b + h - f \times (c + e - g) + f \times (c + e - a))/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln((c + e - a)^2 + (-b + h) + f \times (c + e - g))^2] + [(-(b + h) + f \times (c + e - g) - f \times (c + e))/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln((c + e)^2 + (-b + h) + f \times (c + e - g))^2] + [(c + e + f \times (-b + h) + f \times (c + e - g))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((a - (c + e))/(b + h - f \times (c + e - g)))] + [(-(c + e) - f \times (-b + h) + f \times (c + e - g))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((-c + e)/(b + h - f \times (c + e - g)))] + [-a/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((h - f \times (c - g))/(c - a))] + [(h - f \times (c - g) + f \times (c - a))/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln((c - a)^2 + (-h + f \times (c - g))^2)] + [(-h + f \times (c - g) - f \times c)/(4 \times (1 + (d/e)^2)) \times \ln(c^2 + (-h + f \times (c - g))^2)] + [(c + f \times (-h + f \times (c - g)))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((a - c)/(h - f \times (c - g)))] + [(-c - f \times (-h + f \times (c - g)))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-c/(h - f \times (c - g)))] + [a/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((b + h - f \times (c - g))/(c - a))] + [(-(b + h) + f \times (c - g) - f \times (c - a))/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln((c - a)^2 + (-b + h) + f \times (c - g))^2] + [(b + h - f \times (c - g) +$$

$$f \times c)/(4 \times (1 + f^2)) \times \ln(c^2 + (-b + h) + f \times (c - g))^2] + [(-c - f \times (-b + h) + f \times (c - g))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((a - c)/(b + h - f \times (c - g)))] + [(c + f \times (-b + h) + f \times (c - g))/(2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-c/(b + h - f \times (c - g)))] + [-a/2 \times \arctan((h + n)/(c + e - a))] + [(h + n)/4 \times \ln((c + e - a)^2 + (h + n)^2)] + [-(h + n)/4 \times \ln((c + e)^2 + (h + n)^2)] + [(c + e)/2 \times \arctan((a - c - e)/(h + n))] + [-(c + e)/2 \times \arctan((-c - e)/(h + n))] + [a/2 \times \arctan((b + h + n)/(c + e - a))] + [-(b + h + n)/4 \times \ln((c + e - a)^2 + (b + h + n)^2)] + [(b + h + n)/4 \times \ln((c + e)^2 + (b + h + n)^2)] + [-(c + e)/2 \times \arctan((a - c - e)/(b + h + n))] + [(c + e)/2 \times \arctan((-c - e)/(b + h + n))] + [a/2 \times \arctan((h + n)/(c - a))] + [-(h + n)/4 \times \ln((c - a)^2 + (h + n)^2)] + [(h + n)/4 \times \ln(c^2 + (h + n)^2)] + [-c/2 \times \arctan((a - c)/(h + n))] + [c/2 \times \arctan(-c/(h + n))] + [-a/2 \times \arctan((b + h + n)/(c - a))] + [(b + h + n)/4 \times \ln((c - a)^2 + (b + h + n)^2)] + [-(b + h + n)/4 \times \ln(c^2 + (b + h + n)^2)] + [c/2 \times \arctan((a - c)/(b + h + n))] + [-c/2 \times \arctan(-c/(b + h + n))] \} \quad (4)$$

对应图 2(a)、(b)、(c)、(d) 四种结构, 两永磁体  $z$  轴方向磁力分别如下:

$$n = 0, g = c, f = -\frac{d}{e},$$

$$F_{za} = -K \cdot [-\Phi(0, c, -\frac{d}{e})];$$

$$n = d, g = c, f = -\frac{d}{e},$$

$$F_{zb} = -K \cdot \Phi(d, c, -\frac{d}{e});$$

$$n = 0, g = c + e, f = \frac{d}{e},$$

$$F_{zc} = -K \cdot [-\Phi(0, c + e, \frac{d}{e})];$$

$$n = d, g = c + e, f = \frac{d}{e},$$

$$F_{zd} = -K \cdot \Phi(d, c + e, \frac{d}{e}).$$

其中:

$$K = \frac{B_{r1}B_{r2}L}{\pi\mu_0} \times 10^{-6}$$

对式(2)积分(取  $\beta_1 + \beta_2 = 0$ ), 可得两永磁体在  $x$  轴方向的磁力  $F_x$ :

$$F_x = -\frac{B_{r1}B_{r2}L}{\pi\mu_0} \times 10^{-6} \iint_{r_{PM}^3} \frac{1}{r_{PM}^3} \cos(\beta_1 + \beta_2 -$$

$$3\theta) ds_1 ds_2 = -\frac{B_{r1} B_{r2} L}{\pi \mu_0} \times 10^{-6} \iint \frac{\cos 3\theta}{r_{PM}^3} ds_1 ds_2 =$$

$$-\frac{B_{r1} B_{r2} L}{\pi \mu_0} \times 10^{-6} \int_0^b \int_0^a \int_{b+h}^{b+h+d} \int_{g+f(b+h)-fz_2}^{c+m} \left\{ \cos(3\theta) / \right.$$

$$\left. [(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{3/2} \right\} \cdot dx_2 dz_2 dx_1 dz_1 =$$

$$-B_{r1} B_{r2} L \times 10^{-6} / \pi \mu_0 \times [\pm \Psi(m, g, f)] \quad (5)$$

$$\Psi(m, g, f) = \{ [- (h + d) / 2 \times \arctan((c + m - a) / (h + d))] + [(b + h + d) / 2 \times \arctan((c + m - a) / (b + h + d))] + [-(c + m - a) / 4 \times \ln((h + d)^2 + (c + m - a)^2)] + [(c + m - a) / 4 \times \ln((b + h + d)^2 + (c + m - a)^2)] + [(h + d) / 2 \times \arctan((c + m) / (h + d))] + [-(b + h + d) / 2 \times \arctan((c + m) / (b + h + d))] + [(c + m) / 4 \times \ln((h + d)^2 + (c + m)^2)] + [-(c + m) / 4 \times \ln((b + h + d)^2 + (c + m)^2)] + [h / 2 \times \arctan((c + m - a) / h)] - [-(b + h) / 2 \times \arctan((c + m - a) / (b + h))] + [(c + m - a) / 4 \times \ln(h^2 + (c + m - a)^2)] + [-(c + m - a) / 4 \times \ln((b + h)^2 + (c + m - a)^2)] + [-h / 2 \times \arctan((c + m) / h)] + [(b + h) / 2 \times \arctan((c + m) / (b + h))] + [-(c + m) / 4 \times \ln(h^2 + (c + m)^2)] + [(c + m) / 4 \times \ln((b + h)^2 + (c + m)^2)] + [(h + d) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((g - f \times d - a) / (h + d))] + [-(b + h + d) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((g - f \times d - a) / (b + h + d))] + [(g - f \times d - a + f \times (h + d)) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln((h + d)^2 + (g - f \times d - a)^2)] + [-(g - f \times d - a) - f \times (b + h + d) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln((b + h + d)^2 + (g - f \times d - a)^2)] + [-(h + d) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((g - f \times d) / (h + d))] + [(b + h + d) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((g - f \times d) / (b + h + d))] + [-(g - f \times d - f \times (h + d)) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln((h + d)^2 + (g - f \times d)^2)] + [((g - f \times d) + f \times (b + h + d)) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln((b + h + d)^2 + (g - f \times d)^2)] + [(-f \times (g - f \times d - a)) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-(h + d) / (g - f \times d - a))] + [(f \times (g - f \times d - a)) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-(b + h + d) / (g - f \times d - a))] + [(f \times (g - f \times d)) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-(h + d) / (g - f \times d))] + [-(f \times (g - f \times d)) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-(b + h + d) / (g - f \times d))] + [-h / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((g - a) / h)] + [(b + h) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan((g - a) / (b + h))] + [-(g - a) - f \times h / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln(h^2 + (g - a)^2)] + [((g - a) + f \times (b + h)) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln((b + h)^2 + (g - a)^2)] + [h / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(g / h)] + [-(b + h) / (2 \times$$

$$(1 + f^2)) \times \arctan(g / (b + h))] + [(g + f \times h) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln(h^2 + g^2)] + [(-g - f \times (b + h)) / (4 \times (1 + f^2)) \times \ln((b + h)^2 + g^2)] + [(f \times (g - a)) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-h / (g - a))] + [-(f \times (g - a)) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-(b + h) / (g - a))] + [-(f \times g) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-h / g)] + [(f \times g) / (2 \times (1 + f^2)) \times \arctan(-(b + h) / g)] \quad (6)$$

对应图 2(a)、(b)、(c)、(d) 四种结构, 两永磁体  $x$  轴方向磁力分别如下:

$$m = e, g = c, f = -\frac{e}{d},$$

$$F_{xa} = -K \cdot \Psi(e, c, -\frac{e}{d});$$

$$m = 0, g = c, f = -\frac{e}{d},$$

$$F_{xb} = -K \cdot [-\Psi(0, c, -\frac{e}{d})];$$

$$m = 0, g = c + e, f = \frac{e}{d},$$

$$F_{xc} = -K \cdot [-\Psi(0, c + e, \frac{e}{d})];$$

$$m = e, g = c + e, f = \frac{e}{d},$$

$$F_{xd} = -K \cdot \Psi(e, c + e, \frac{e}{d}).$$

其中:

$$K = \frac{B_{r1} B_{r2} L}{\pi \mu_0} \times 10^{-6}$$

适用任意磁化方向的两永磁体磁力解析模型为:

$$F_z = K \iint \frac{1}{r_{PM}^3} \sin(\beta_1 + \beta_2 - 3\theta) ds_1 ds_2 =$$

$$K \iint \frac{1}{r_{PM}^3} [\sin(\beta_1 + \beta_2) \cos(3\theta) - \cos(\beta_1 + \beta_2) \sin(3\theta)] ds_1 ds_2 =$$

$$K \sin(\beta_1 + \beta_2) [+ \Psi(m, g, f)] - K \cos(\beta_1 + \beta_2) [\pm \Phi(n, g, f)]$$

$$F_x = -K \iint \frac{1}{r_{PM}^3} [\cos(\beta_1 + \beta_2 - 3\theta) ds_1 ds_2 =$$

$$-K \iint \frac{1}{r_{PM}^3} [\cos(\beta_1 + \beta_2) \cos(3\theta) + \sin(\beta_1 + \beta_2) \sin(3\theta)] ds_1 ds_2 =$$

$$-K \cos(\beta_1 + \beta_2) [\pm \Psi(m, g, f)] - K \sin(\beta_1 + \beta_2) [\pm \Phi(n, g, f)]$$

式(3)~(6)为一对纵向长度为  $L$ 、横截面分别为矩形和直角三角形的两永磁体磁力解析模型, 以上解析模型永磁体参数应满足:  $c > a$  或  $h > 0$ 。式中磁力单位为 N, 长度单位为 mm。

### 2 ANSYS 仿真分析

本文采用 ANSYS 仿真软件来验证文中解析模型的正确性。选用的 NdFeB 为永磁材料,其性能如下:

$$B_r = 1.13 \text{ T}, H_c = 800 \text{ kA/m}, \mu_r = B_r / (\mu_0 \times H_c) = 1.124$$

#### 2.1 磁力 $F_x$ 与参数的关系分析

下文图中的  $F_x(M)$  或  $F_z(M)$  为解析模型计算值,  $F_x(A)$  或  $F_z(A)$  为 ANSYS 仿真值。下文计算取永磁体长度  $L=1000 \text{ mm}$ 。下图中将解析计算与仿真计算进行了 4 组对比,分别对应图 2 中的 4 种相对位置。

##### 2.1.1 磁力 $F_x$ 与参数 $a$ 的关系

取永磁体参数  $b=d=15 \text{ mm}, c=5 \text{ mm}, e=10 \text{ mm}, h=2 \text{ mm}$ 。将相关参数代入式(5),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 3。

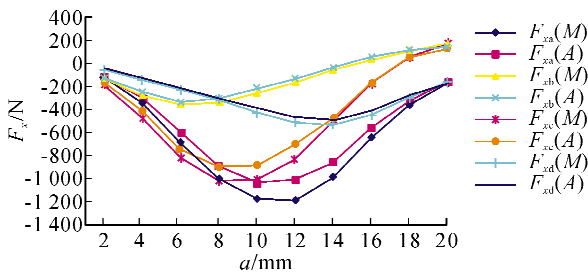


图3  $F_x$  与  $a$  的磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 3 MFAM calculated results and simulated results about  $F_x$  and  $a$

由图 3 可以看出:磁力  $F_x$  随着参数  $a$  的增大呈先增大后减小的趋势。其最大误差为 15.5%,最小误差为 1.6%,平均误差为 6.2%。

##### 2.1.2 磁力 $F_x$ 与参数 $b$ 的关系

取永磁体参数  $a=e=10 \text{ mm}, c=5 \text{ mm}, d=15 \text{ mm}, h=2 \text{ mm}$ 。将相关参数代入式(5),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 4。

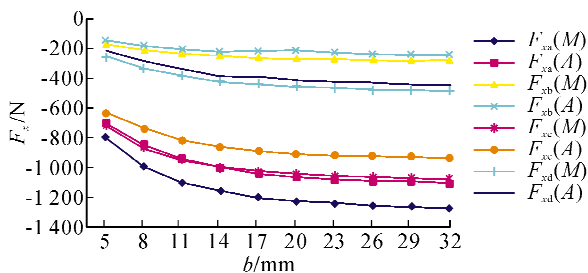


图4  $F_x$  与  $b$  磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 4 MFAM calculated results and simulated results about  $F_x$  and  $b$

由图 4 可以看出:磁力  $F_x$  随着参数  $b$  的增大呈单调递增趋势,增大到最大后趋于平缓。图 4 中最大误差为 16.7%,最小误差为 0.76%,平均误差为 4.9%。

##### 2.1.3 磁力 $F_x$ 与参数 $c$ 的关系

取永磁体参数  $a=e=10 \text{ mm}, b=d=15 \text{ mm}, h=2 \text{ mm}$ 。将相关参数代入式(5),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 5。

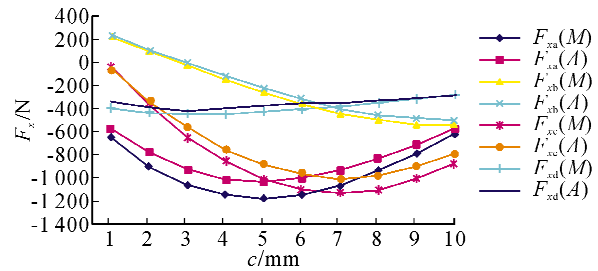


图5  $F_x$  与  $c$  磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 5 MFAM calculated results and simulated results about  $F_x$  and  $c$

由图 5 可以看出:磁力  $F_{xb}$  随着参数  $c$  的增大在正值的时候呈单调递减的趋势,减到负值之后呈单调递增的趋势; $F_{xd}$  呈缓慢减小的趋势; $F_{xa}$  和  $F_{xc}$  呈先增大后减小的趋势。图 5 中最大误差为 15.5%,最小误差为 0.4%,平均误差为 3.3%。

##### 2.1.4 磁力 $F_x$ 与参数 $d$ 的关系

取永磁体参数  $a=e=10 \text{ mm}, b=15 \text{ mm}, c=5 \text{ mm}, h=2 \text{ mm}$ 。将相关参数代入式(5),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 6。

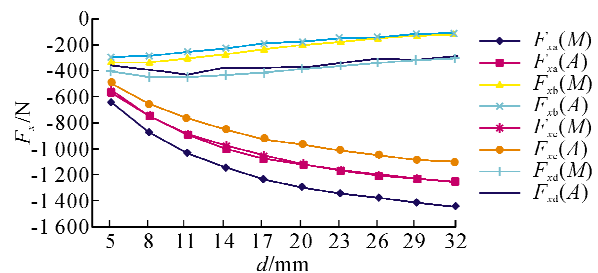


图6  $F_x$  与  $d$  的磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 6 MFAM calculated results and simulated results about  $F_x$  and  $d$

由图 6 可以看出:磁力  $F_{xb}$  和  $F_{xd}$  随着参数  $d$  的增大而减小; $F_{xa}$  和  $F_{xc}$  呈单调递增的趋势。图 6 中最大误差为 18.3%,最小误差为 1.3%,平均误差为 12.0%。

### 2.1.5 磁力 $F_x$ 与参数 $e$ 的关系

取永磁体参数  $a=10\text{ mm}$ ,  $b=d=15\text{ mm}$ ,  $c=5\text{ mm}$ ,  $h=2\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(5),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 7。

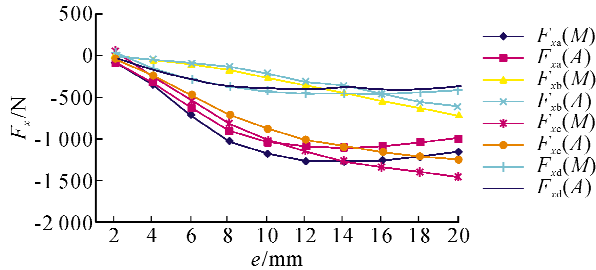


图 7  $F_x$  与  $e$  磁力解析模型计算值与仿真值

Fig. 7 MFAM calculated results and simulated results about  $F_x$  and  $e$

由图 7 可以看出:磁力  $F_{xb}$  随着参数  $e$  的增大而增大; $F_{xa}$ 、 $F_{xc}$ 、 $F_{xd}$  呈单调递增的趋势,最后趋于平稳。图 7 中最大误差为 13.3%,最小误差为 0.3%,平均误差为 9.2%。

### 2.1.6 磁力 $F_x$ 与参数 $h$ 的关系

取永磁体参数  $a=e=10\text{ mm}$ ,  $b=d=15\text{ mm}$ ,  $c=5\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(5),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 8。

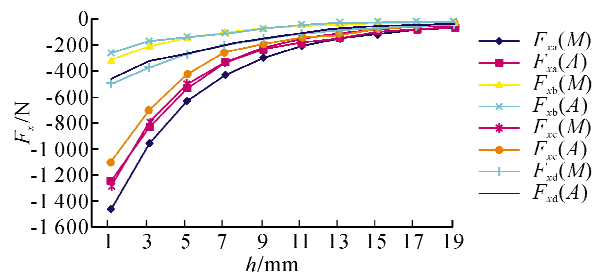


图 8  $F_x$  与  $h$  磁力解析模型计算值与仿真值

Fig. 8 MFAM calculated results and simulated results about  $F_x$  and  $h$

由图 8 可以看出:磁力  $F_x$  随着参数  $h$  的增大呈单调递减趋势,最后趋于平稳。图 8 中最大误差为 14.8%,最小误差为 1.7%,平均误差为 10.1%。

## 2.2 磁力 $F_z$ 与相关参数关系分析

### 2.2.1 磁力 $F_z$ 与参数 $a$ 的关系

取永磁体参数  $b=d=15\text{ mm}$ ,  $c=5\text{ mm}$ ,  $e=10\text{ mm}$ ,  $h=2\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(3),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 9。

由图 9 可以看出:磁力  $F_{za}$ 、 $F_{zc}$ 、 $F_{zd}$  随着参数  $a$  的增大在正值部分先增大后减小,减小到负值之后呈先增大后减小的趋势,最后趋于平稳; $F_{zb}$  单调递增最后趋于平稳。图 9 中最大误差为 16.1%,最小

误差为 0.9%,平均误差为 7.1%。

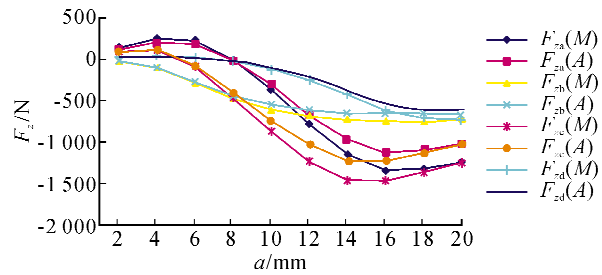


图 9  $F_z$  与  $a$  磁力解析模型计算值与仿真值

Fig. 9 MFAM calculated results and simulated results about  $F_z$  and  $a$

### 2.2.2 磁力 $F_z$ 与参数 $b$ 的关系

取永磁体参数  $a=e=10\text{ mm}$ ,  $c=5\text{ mm}$ ,  $d=15\text{ mm}$ ,  $h=2\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(3),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 10。

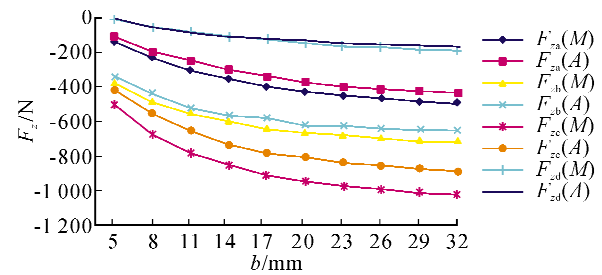


图 10  $F_z$  与  $b$  磁力解析模型计算值与仿真值

Fig. 10 MFAM calculated results and simulated results about  $F_z$  and  $b$

由图 10 可以看出:磁力  $F_z$  随着参数  $b$  的增大而单调递增,最后趋于平稳。图 10 中最大误差为 17.5%,最小误差为 0.25%,平均误差为 3.6%。

### 2.2.3 磁力 $F_z$ 与参数 $c$ 的关系

取永磁体参数  $a=e=10\text{ mm}$ ,  $b=d=15\text{ mm}$ ,  $h=2\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(3),解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 11。

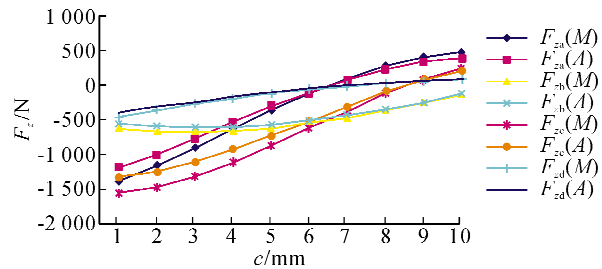


图 11  $F_z$  与  $c$  磁力解析模型计算值与仿真值

Fig. 11 MFAM calculated results and simulated results about  $F_z$  and  $c$

由图 11 可以看出:磁力  $F_z$  随着参数  $c$  的增大在负值部分逐渐减小,到达正值之后逐渐增大。图

11 中最大误差为 14.8%，最小误差为 1.8%，平均误差为 6.8%。

2.2.4 磁力  $F_z$  与参数  $d$  的关系

取永磁体参数为： $a=e=10\text{ mm}$ ， $b=15\text{ mm}$ ， $c=5\text{ mm}$ ， $h=2\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(3)，解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 12。

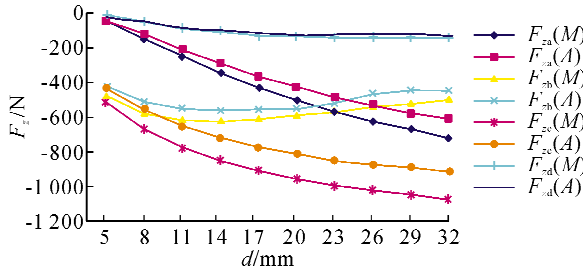


图 12  $F_z$  与  $d$  磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 12 MFAM calculated results and simulated results about  $F_z$  and  $d$

由图 12 可以看出：磁力  $F_{zb}$  随着参数  $d$  的增大先增大后减小，最后趋于稳定； $F_{za}$ 、 $F_{zc}$ 、 $F_{zd}$  逐渐增大。图 12 中最大误差为 14.6%，最小误差为 4.0%，平均误差为 12.7%。

2.2.5 磁力  $F_z$  与参数  $e$  的关系

取永磁体参数  $a=10\text{ mm}$ ， $b=d=15\text{ mm}$ ， $c=5\text{ mm}$ ， $h=2\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(3)，解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 13。

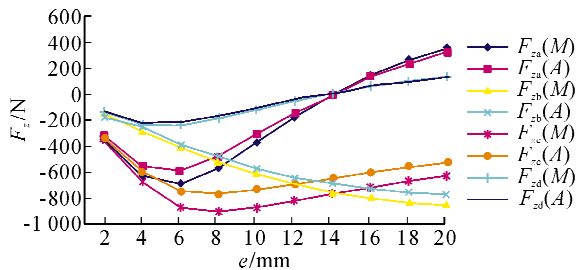


图 13  $F_z$  与  $e$  磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 13 MFAM calculated results and simulated results about  $F_z$  and  $e$

由图 13 可以看出：磁力  $F_{za}$  和  $F_{zd}$  随着参数  $e$  的增大在负值部分先增大后减小，到达正值后逐渐增大； $F_{zb}$  呈单调递增趋势； $F_{zc}$  先增大后减小。图 13 中最大误差为 14.7%，最小误差为 0.8%，平均误差为 9.2%。

2.2.6 磁力  $F_z$  与参数  $h$  的关系

取永磁体参数  $a=e=10\text{ mm}$ ， $b=d=15\text{ mm}$ ， $c=5\text{ mm}$ 。将相关参数代入式(3)，解析模型计算结果及 ANSYS 仿真结果见图 14。

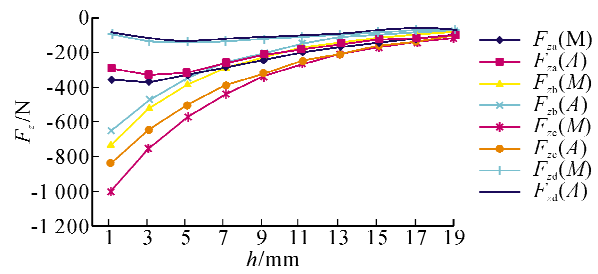


图 14  $F_z$  与  $h$  磁力解析模型计算值与仿真值  
Fig. 14 MFAM calculated results and simulated results about  $F_z$  and  $h$

由图 14 可以看出：磁力  $F_{za}$  和  $F_{zd}$  随着参数  $h$  的增大先增大后减小，最后趋于平缓； $F_{zb}$  和  $F_{zc}$  呈单调递减趋势。图 14 中最大误差为 16.7%，最小误差为 0.1%，平均误差为 10.6%。

误差分析：由于该模型存在个别奇异点(即在积分过程中分母为零的点)，因此，接近奇异点的参数计算误差偏大；其次，ANSYS 仿真所施加的边界范围及条件大小不同也影响了仿真计算的精度。但总体来看，平均误差都在工程误差允许的范围内。

3 结 语

本文建立了截面为矩形和直角三角形的两永磁体磁力解析模型，分析了 4 种不同布置方式两磁体间各个参数之间的关系。结果表明：解析模型计算结果与 ANSYS 仿真结果吻合，平均误差在工程误差的允许范围内。该文填补了截面为矩形和直角三角形的永磁体磁力计算只有复杂的数值算法，而没有便于工程设计计算的磁力解析模型的空白，为截面为梯形的两永磁体间的磁力及由其构成的 Halbach 永磁导轨的磁力研究奠定了坚实的基础。

参考文献：

[1] 田录林,李言,杨国清,等. 径向磁化的双筒永磁轴承轴向磁力研究[J]. 机械科学与技术, 2007, 26(9): 1216-1219.  
Tian Lulin, Li Yan, Yang Guoqing, et al. Study of the axial magnetic force of radial magnetization bi-barrel-shaped permanent magnetic bearings[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2007, 26(9):1216-1219.  
[2] 田录林,李鹏. 锥形永磁轴承磁力解析模型[J]. 中国机械工程, 2014, 25(3):327-332.  
Tian Lulin, Li Peng. Magnetic force analytic model of conic permanent magnetic bearings[J]. Chinese Mechanical Engineering, 2014, 25(3):327-332.  
[3] 杨静,虞烈,谢敬. 永磁偏置磁轴承动特性研究[J]. 中国

- 电机工程学报,2005,25(5):122-125.
- Yang Jing, Yu Lie, Xie Jing. Study on dynamics of permanent magnet biased magnetic bearing[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(5): 122-125.
- [4] Zhang Jianghua, Zeng Youwen, Cheng Jun, et al. Optimization of permanent magnet guideway for HTS maglev vehicle with numerical methods[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2008, 18(3): 1681-1686.
- [5] Ikeda M, Wongsatanawarid A, Scki H H, et al. Interaction of bulk superconductors with flywheel rings made of multiple permanent magnets[J]. Physica C, 2009, 469: 1270-1273.
- [6] Mitsuda Hisashi, Inoue Atsushi, Nakaya Bumpci, et al. Improvement of energy storage flywheel system with SMB and PMB and its performances[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2009, 19(3): 2091-2094.
- [7] Tian Lulin, Ai Xunpeng, Tian Yaqi. Analytical model of magnetic force for axial stack permanent magnet bearings[J]. IEEE Transactions on Magnetic, 2012, 48(10): 2592-2599.
- [8] 田录林,李言,田琦,等. 轴向磁化的双环永磁轴承轴向磁力研究[J]. 中国电机工程学报,2007,27(36):41-45.
- Tian Lulin, Li Yan, Tian Qi, et al. Research on bicyclic permanent magnet axial magnetic bearings axially magnetized[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(36): 41-45.
- [9] 田录林,杨晓萍,李言,等. 适用于永磁悬浮轨道及永磁轴承的解析磁力模型研究[J]. 摩擦学学报,2008,28(1):73-77.
- Tian Lulin, Yang Xiaoping, Li Yan, et al. Analytical magnetic force model for permanent magnetic guideway and permanent magnetic bearings[J]. Tribology, 2008, 28(1): 73-77.
- [10] 孙立军,张涛,赵兵. 永磁磁轴承数学模型的研究[J]. 机械工程学报,2005,41(4):69-74.
- Sun Lijun, Zhang Tao, Zhao Bing. Study of mathematical model of permanent magnetic bearings[J]. Chinese Journal of Mechanical, 2005, 41(4): 69-74.
- [11] Samanta Pranab, Hirani Harish. Magnetic bearing configurations: theoretical and experimental studies [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2008, 44(2): 292-300.
- [12] Ravaut R, Lemarquand G, Lemarquand V. Force and stiffness of passive magnetic bearings using permanent magnets. Part: radial magnetization[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(9): 3334-3342.
- [13] Zhu Yu, Li Qiang, Xu Dengfeng, et al. Modeling of axial magnetic force and stiffness of ring-shaped permanent-magnet passive vibration isolator and its vibration isolating experiment[J]. IEEE Transactions on Magnetic, 2012, 48(7): 2228-2238.
- [14] Guo F, Tang Y, Ren L, et al. Structural parameter optimization design for Halbach permanent maglev rail[J]. Physica C, 2010, 470: 1787-1790.
- [15] 田录林,张靠社,王德意,等. 永磁导轨悬浮和导向磁力研究[J]. 中国电机工程学报,2008,28(21):135-139.
- Tian Lulin, Zhang Kaoshu, Wang Deyi, et al. Research on the levitation and guidance magnetic force of permanent magnetic guideway[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(21): 135-139.

(责任编辑 王卫勋,王绪迪)