

文章编号: 1006-4710(2015)04-0422-06

# 兴教寺玄奘塔频域地震响应分析

李晓蕾, 卢俊龙

(西安理工大学 土木建筑工程学院, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 为了研究兴教寺玄奘塔在地震作用下的动力响应,考虑了地震作用的随机性并引入地基阻抗系数,分析了砖石古塔与地基相互作用系统频域响应的计算模型,通过线性等效的方法,推导了结构响应的功率谱密度函数。并结合玄奘塔的场地与地基条件,建立了玄奘塔地基与结构相互作用体系的计算模型,按场地条件输入三向地震波,计算了结构的频域动力响应,给出了各楼层顶的位移放大系数及加速度功率谱。结果表明,影响玄奘塔位移放大系数及加速度功率谱响应的频带均较宽,其中南北方向及竖向位移响应、底层的竖向加速度的频域响应具有两个峰值,且响应的峰值所在的楼层为第3层及顶层。因此,玄奘塔在地震作用下结构的危险截面位于3层及顶层,与砖石古塔的历史震害规律一致。

**关键词:** 玄奘塔; 砖石古塔; 地震响应; 频域分析

**中图分类号:** TU362; TU311.3 **文献标志码:** A

## Response analysis of Xuanzang Pagoda in Xingjiao Temple affected by earthquake in frequency domain

LI Xiaolei, LU Junlong

(Faculty of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** To study dynamic response of Xuanzang Pagoda in Xingjiao Temple affected by earthquake, the model related to dynamic response in frequency domain of the interaction system of soil and masonry pagoda affected by the random of earthquake is analyzed. By linearity equal method the power spectrum density function of the structure response is deduced. Then, the calculation model of interaction systems of subsoil and structure of Xuanzang Pagoda is established. Based on the subsoil conditions the earthquake motions are input in three dimensions, the dynamic response in frequency domain is calculated. And, the amplified ratio and acceleration power spectrum of each floor top of the tower are given. The results indicate that the frequency band with the amplified ratio and acceleration power spectrum is wide. The response curves contain two peak values in displacement curve of frequency domain in NS and vertical direction in bottom floor. And the peak values are located in the 3<sup>rd</sup> and the top floor. Therefore, the weak sections of the structure of Xuanzang Pagoda include the 3<sup>rd</sup> and the top floor that are in agreements with the historic seismic disasters of masonry pagodas under the seismic action.

**Key words:** Xuanzang Pagoda; masonry pagoda; seismic dynamic response; analysis of frequency domain

玄奘塔位于陕西省西安市兴教寺内,是世界级文化遗产“长安-天山廊道”路网”的重要组成部分。该塔建于唐高宗总章二年(公元669年),是唐代著

名高僧玄奘法师的遗骨安放处,为现存最早的唐代楼阁式方形砖塔之一,1961年被定为国家级重点保护文物。

收稿日期: 2015-04-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51308455);陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2015JM5206);住房和城乡建设部科技计划资助项目(2014-K2-018);陕西省博士后科学基金资助项目。

作者简介: 李晓蕾,女,博士,讲师,研究方向为工程结构抗震。E-mail:lxl\_832277@163.com。

通讯作者: 卢俊龙,男,博士,副教授,研究方向为地基与结构相互作用、工程结构减震控制。E-mail: lujunlong@sohu.com。

因玄奘塔建造年代久远,在历史上遭受过多次强烈地震的破坏,结构损伤累计较多,抗震能力不足。为了对该塔进行有效的保护,文物部门及相关单位曾针对该塔的场地条件、结构残损状况及加固保护等问题进行了论证,但因文物保护的特殊要求,不允许对原结构有较大扰动,无法对结构进行科学检测,且因该塔场地条件复杂,又不能进行大规模的工程地质勘察,给系统分析玄奘塔的力学性能带来了不便。

为了对玄奘塔结构的基本受力特性进行分析,需要结合场地地基条件,对其动力性能进行研究,特别是在地震作用下结构动力响应的计算,为古塔结构的损伤判定,性能评估提供依据,以便制定合理的结构保护方案。

为了对砖石古塔结构的动力特性及响应规律进行计算分析,阎旭等<sup>[1]</sup>将古塔底端与地面刚接,假定结构材料为均匀连续弹性体,建立三维空间模型,计算了古塔各方向的自振特性。陈平等<sup>[2]</sup>以PGA作为地震动强度指标,以小雁塔塔体顶点位移角与层间位移角为结构响应指标,选取5条与场地条件适应的地震波并进行调幅后输入,获得对数正态分布形式的地震动需求模型,结合结构抗震能力得出古塔易损性曲线。赵祥等<sup>[3]</sup>通过进行某古塔1:10模型结构地震模拟振动台试验,测试其受震前后的动力特性变化及在3种地震波作用下的加速度及位移反应,根据试验结果评判模型结构的地震反应机理和规律。黄襄云等<sup>[4]</sup>对古塔安装和不安装SMA阻尼器结构分别进行数值仿真,对结构的动力特性、水平地震反应和竖向地震反应进行分析和对比,将分析结果与振动台试验数据进行比较,验证分析结果的可靠性。侯俊锋等<sup>[5]</sup>针对地震作用下某古塔可能出现的破坏形式,探讨了单拉式SMA阻尼器在古塔结构中的布置方案,通过地震反应分析,研究了两种加固方案在不同地震激励下的反应。

在上述研究中,将结构与地基嵌固,建立了砖石古塔的计算模型,并输入地震动,计算结构的振动特性或动力响应,分析了砖石古塔结构的动力性能。然而,因地震作用的频域变化较大,且受场地地基条件的影响,使砖石古塔结构地震动输入的随机性增强,结构动力响应的离散性较大。因此,考虑场地地基条件,建立砖石古塔结构与地基相互作用体系的数值计算模型,同时输入三向地震波,计算结构的频域响应,可为兴教寺玄奘塔结构动力特性分析及性能评估提供科学的依据,也是砖石古塔抗震保护研究的基础工作之一。

## 1 计算模型

地基在动荷载作用下的阻抗与土层特性、基础埋深、土与结构接触界面、激励频率等因素有关。为了合理考虑场地地基的效应,引入地基的阻抗系数为<sup>[6]</sup>:

$$S[\omega] = [K(\omega)] + i\omega[C(\omega)] \quad (1)$$

式中: $\omega$ 为圆频率; $K(\omega)$ 为动力刚度; $C(\omega)$ 为粘性阻尼,且 $K(\omega)$ 与 $C(\omega)$ 均为 $\omega$ 的复函数。

考虑场地地基条件及远场地基的阻尼辐射作用,建立砖石古塔与结构相互作用体系的计算模型,如图1所示。

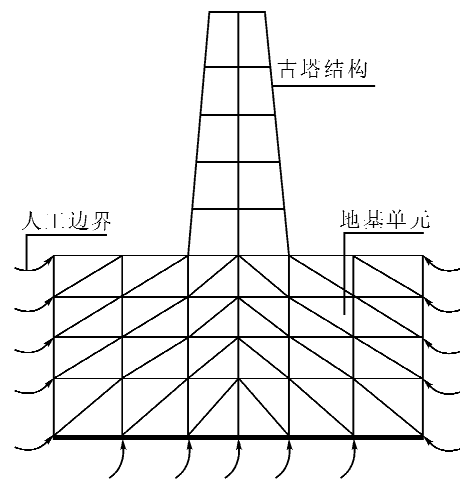


图1 砖石古塔结构与地基系统计算模型

Fig.1 Model of the interaction system of masonry pagoda and subsoil

引入地基阻抗系数后,若将场地土作为线性单自由度滤波器,以金井清谱作为地基与结构相互作用体系频域响应的输入功率谱,其表达式为<sup>[6]</sup>:

$$S_{\ddot{x}_g}(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4\xi_g^2\omega_g^2\omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_g^2\omega_g^2\omega^2} S_0 \quad (2)$$

式中: $\omega_g$ 为场地上的卓越圆频率,对于I~IV类场地分别取31.2、20.94、15.71、9.67; $\xi_g$ 为场地土的卓越阻尼比,对于I~IV类场地分别取0.64、0.72、0.80、0.90; $S_0$ 为白噪声谱强度因子。

对砖石古塔结构与地基相互作用系统,该非线性系统的运动方程可以式(3)线性系统进行等效<sup>[7]</sup>:

$$[M]\{\ddot{\mathbf{X}}\} + [C]_e\{\dot{\mathbf{X}}\} + [K]_e\{\mathbf{X}\} = -[M_g]\{\mathbf{J}\}u_g(t) \quad (3)$$

式中: $[M]$ 为古塔结构质量矩阵; $[M_g]$ 为相互作用系统质量矩阵; $[K]_e$ 为等效刚度矩阵; $[C]_e$ 为等效阻尼矩阵; $\{\ddot{\mathbf{X}}\}$ 、 $\{\dot{\mathbf{X}}\}$ 、 $\{\mathbf{X}\}$ 分别为结构的加速度、速度及位移向量; $\{\mathbf{J}\}$ 为单位向量。

为了考虑结构开裂后刚度退化及阻尼增大效

应,采用等效线性刚度及阻尼方法,按如下经验公式计算<sup>[8]</sup>:

$$K_e = \frac{K_0}{\mu} [(1-\alpha)(1+\ln\mu) + \alpha\mu] \quad (4)$$

$$\xi_e = \xi_0 + 0.2 \left( 1 - \sqrt{\frac{1+\alpha(\mu-1)}{\mu}} \right) \quad (5)$$

式中: $K_0$  为结构屈服刚度; $K_e$  为结构屈服后等效线刚度; $\mu$  为延性系数,反映了响应幅值与屈服位移之比; $\alpha$  为屈服后与屈服前的刚度之比; $\xi_e$  为等效阻尼比。

代入等效阻尼及等效刚度系数,进行积分运算,可得输出功率谱密度 $[S_x(\omega)]$ 为:

$$[S_x(\omega)] = [H(\omega)]\{J\}\{J\}^T[\bar{H}(\omega)]^T S_{\xi_g}(\omega) \quad (6)$$

式中: $H(\omega)$ 、 $\bar{H}(\omega)$ 分别为频响函数及其复共轭。其中, $H(\omega)$ 为:

$$H(\omega) = -[M_g][[K]_e - \omega^2[M] + i\omega[C]_e]^{-1} \quad (7)$$

可以看出,在地震作用下,若砖石古塔与地基相互作用系统的时域动力响应及振动频率已知,便可由频响函数计算出结构的频域响应。

## 2 数值计算

### 2.1 计算模型

兴教寺玄奘塔位于西安市长安区少陵原畔杜曲镇西韦村,如图 2 所示,该塔平面为四方形,共 5 层,高 21 m,为实心砖结构,结构尺寸参见文献<sup>[9]</sup>。



图 2 兴教寺玄奘塔

Fig. 2 Xuanzang Pagoda in Xingjiao Temple

玄奘塔结构的力学参数为<sup>[10]</sup>:砌体密度  $\rho = 1900 \text{ kg/m}^3$ ,弹性模量  $E = 784 \text{ MPa}$ ,泊松比  $\mu = 0.15$ ,单轴抗压强度  $\sigma_c = 3.225 \text{ MPa}$ ,抗拉强度  $\sigma_t =$

$0.289 \text{ MPa}$ 。

参照西安黄土的动力特性、场地土层厚度、剪切波速及其阻尼比、边界条件以及基岩地震输入加速度时程等因素,考虑玄奘塔场地条件,按 IV 类场地进行地震动输入,并确定地基的动力计算指标为<sup>[11]</sup>:第 1 层土的  $E_{d1} = 22.7 \text{ MPa}$ , $\sigma_{d1} = 0.134 \text{ MPa}$ ;第 2 层土的  $E_{d2} = 35.7 \text{ MPa}$ , $\sigma_{d2} = 0.139 \text{ MPa}$ ;第 3 层土的  $E_{d3} = 45 \text{ MPa}$ , $\sigma_{d3} = 0.146 \text{ MPa}$ 。

按等效刚度及阻尼公式确定边界参数,地基土及古塔结构采用实体单元,应用通用有限元计算软件 ANSYS,建立地基-古塔结构系统的精细化计算模型(见图 3)。

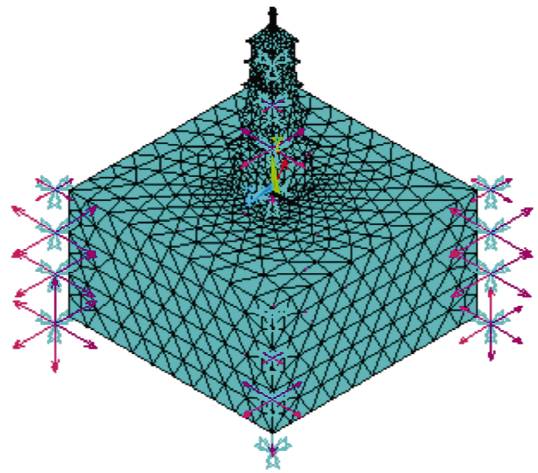


图 3 玄奘塔计算模型

Fig. 3 Numerical analysis model of Xuanzang Pagoda

### 2.2 地震波输入

按场地地基条件,判定玄奘塔地基场地为 IV 类场地,输入地震波记录按场地土类别选用,因“中国天津地震记录(1976)”适用于 IV 类场地结构地震反应分析,因而选用天津波强震阶段(7~12 s)的记录作为输入地震波。

玄奘塔所处场地基本烈度为 8 度,因该塔为国家级重点保护文物,故提高一度按 9 度设防进行地震波输入,因此按多遇地震时加速度峰值进行调幅后,输入三个方向的地震波。

### 2.3 动力响应计算

输入地震波后,计算结构各楼层的水平及竖向位移及应力,并计算结构-地基系统的动力特性,进行数值积分变换运算,得到频域响应结果。

## 3 频域响应结果分析

依据计算结果,研究地震作用下玄奘塔的频域响应规律,重点就各层顶的位移放大系数曲线及功率谱曲线进行分析。

### 3.1 位移放大系数

图 4 为玄奘塔各层顶东西方向的水平位移响应放大系数曲线,可以看出,各楼层峰值响应放大系数所对应的频率基本相同,且随着楼层高度的增加,位移响应逐渐增大,顶层放大系数接近于 0.15,约为底层的 4 倍左右,表明地震作用下该塔东西方向的水平位移在塔顶的放大效应最为显著。

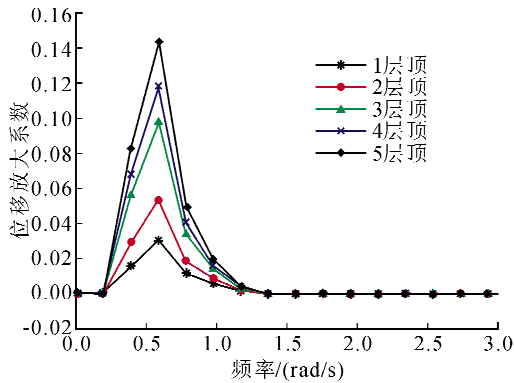


图 4 各层顶东西方向水平位移频域响应曲线  
Fig. 4 Response curves of amplitude and frequencies of horizontal displacement in EW at each floor top

图 5 为各层顶南北方向水平位移的频域响应曲线,位移放大系数沿塔高度的变化规律与东西方向一致,仍为顶层最大,底层最小;但与东西方向不同之处在于:除 4 层外其余各层顶的响应曲线均呈双峰特性,且第 1 层顶至第 3 层顶的双峰峰值较为接近,第 5 层顶的双峰值略有差异,表明影响南北方向水平位移响应的频带较宽,在地震作用下该方向的位移响应显著。

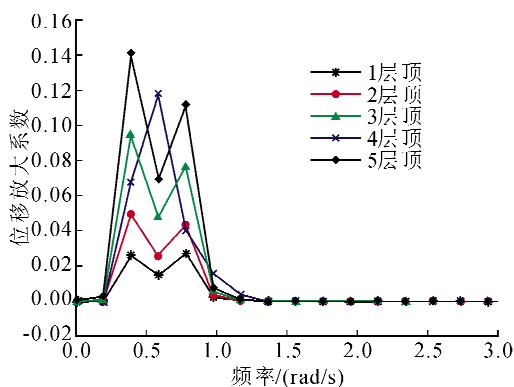


图 5 各层顶南北方向水平位移频域响应曲线  
Fig. 5 Response curves of amplitude and frequencies of horizontal displacement in NS at each floor top

图 6 为各层顶竖向位移频域响应曲线,与水平位移频域响应曲线沿塔高的变化规律不同,其响应的最大值位于第 3 层顶,且分别向顶层及底层逐渐递减;同时,各层顶的峰值响应值较为接近,并呈现双峰特征,而其放大系数的数值较小,约为

水平峰值响应的 1%左右。表明地震作用下,古塔各楼层的竖向位移放大效应较弱,但受影响的频带仍然较宽。

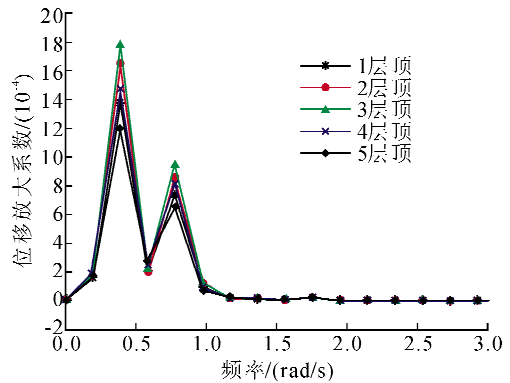


图 6 各层顶竖向位移频域响应曲线  
Fig. 6 Response curves of amplitude and frequencies of vertical displacement at each floor top

比较图 4~6 可知,地震作用下水平位移响应较竖向位移明显,顶层的水平位移响应最显著,而中部楼层的竖向位移响应最显著,且影响各楼层位移响应的频带较宽。

### 3.2 加速度功率谱

图 7 至图 9 为基于目标反应谱拟合天津波地震动功率谱输入条件下玄奘塔各层顶的加速度功率谱密度曲线。

图 7 为各层顶水平东西方向的功率谱密度曲线,各曲线均呈单峰特征,频带较宽,其中 3 层顶的曲线峰值最大,底层与顶层的曲线峰值最小。

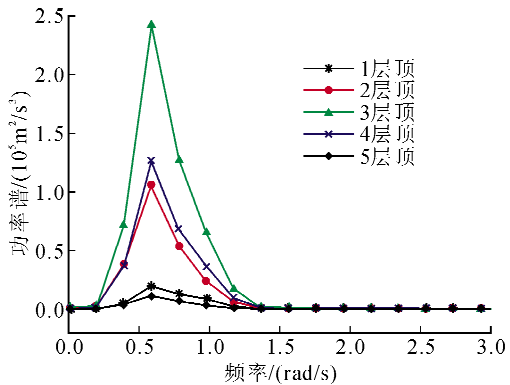


图 7 各层顶东西方向加速度功率谱密度曲线  
Fig. 7 Response curves of power spectral of horizontal acceleration in EW at each floor top

图 8 为各层顶南北方向加速度功率谱密度曲线,其特征及沿楼层高度的变化规律与东西方向基本一致,且各层顶曲线的峰值较为接近。

比较图 7 及图 8 可知,因该塔平面形状基本规则,东西方向与南北方向振动频率基本一致,故两个水平方向的加速度功率谱密度较为接近。

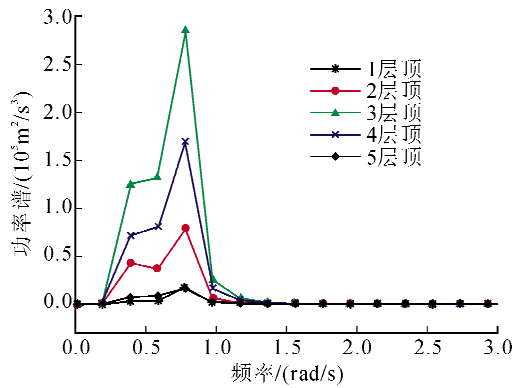


图8 各层顶南北方向加速度功率谱密度曲线  
Fig.8 Response curves of power spectral of horizontal acceleration in NS at each floor top

图9为各层顶竖向加速度功率谱密度曲线,其值较水平密度值相差较多。其中除底层外,其余各层均为单峰曲线,但峰值所对应的频率略有差异;且底层的密度值最大,2层与3层基本一致,顶层最小。可见,玄奘塔因竖向振动产生的效应在底层最为显著。

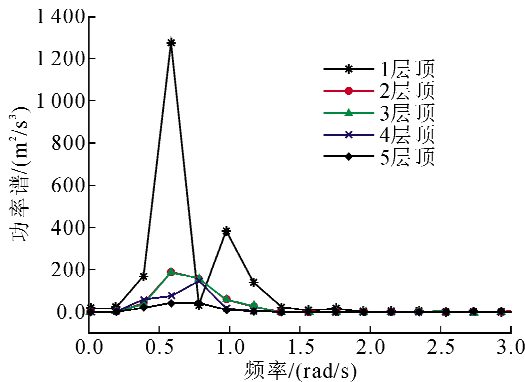


图9 各层顶竖向功率谱密度曲线  
Fig.9 Response curves of power spectral of vertical acceleration at each floor top

比较各方向加速度功率谱密度曲线可看出,水平方向加速度响应在塔体中部最为显著,而竖向加速度响应在底部最为显著,且各方向加速度功率谱峰值所处的频段基本相同,但竖向的功率谱值远小于水平方向。

### 3.3 频域响应特征分析

在引入地基边界条件下,综合玄奘塔的位移放大系数及加速度功率谱响应曲线可以看出,该塔水平向频域响应值大于竖向,且各响应曲线显著变化区段所在的频段均较宽。同时,该塔沿高度方向频域响应的最大值主要位于3层顶及顶层,结构的薄弱楼层亦位于3层及顶层,是结构抗震验算的危险截面,该规律与历史地震中砖石古塔结构的破坏规律一致。

## 4 结论

考虑地基与结构的相互作用及地基边界条件,建立砖石古塔与地基相互作用系统的计算模型,通过线性等效,分析了相互作用体系的功率谱密度函数及频响函数。应用数值方法,同时输入三向地震波,计算了兴教寺玄奘塔各楼层的频域响应,分析了各方向位移放大系数及功率谱密度的特点,由此判定了玄奘塔的薄弱楼层。主要结论如下。

1) 考虑地基与砖石古塔结构相互作用的影响,引入地基阻抗系数后,将场地土作为线性单自由度滤波器,代入等效阻尼及等效刚度系数,进行积分运算,可得到输出功率谱密度;同时,可由相互作用系统的时域动力响应及振动频率通过频响函数计算出结构的频域响应。

2) 影响玄奘塔各层顶的位移响应的频带均较宽,南北方向及竖向位移的频域响应呈双峰特征;水平方向位移响应的最大值位于顶层,而竖向位移响应的最大值位于中部楼层,且竖向位移放大系数远小于水平向位移放大系数。

3) 影响玄奘塔各层顶加速度功率谱响应的频带亦较宽,且除底层的竖向加速度功率谱呈双峰特性外,其余加速度功率谱为单峰曲线,但水平方向加速度功率谱最大值位于中间楼层,竖向加速度功率谱最大值为底层。

4) 各楼层顶的位移放大系数、加速度功率谱峰值所在的频段基本相同,但竖向频域响应值均远小于水平方向。

5) 玄奘塔沿高度方向频域响应的最大值位于3层顶及顶层,因而地震作用下结构的薄弱截面位于3层及顶层,若在地震作用下该部位破坏严重。

### 参考文献:

[1] 阎旭,魏德敏. 古代砖塔有限元分析 [J]. 工程力学, 1999, 16(S1): 15-17.  
Yan Xu, Wei Demin. Finite element method analysis for an ancient masonry pagoda [J]. Engineering Mechanics, 1999, 16(S1): 15-17.

[2] 陈平, 负作义, 宋泽维, 等. 砖石古塔地震易损性评估 [J]. 工程抗震与加固改造, 2013, 35(6): 59-63, 58.  
Chen Ping, Yun Zuoyi, Song Zewei, et al. Seismic vulnerability assessment of ancient masonry tower [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2013, 35(6): 59-63, 58.

[3] 赵祥, 王社良, 周福霖, 等. 基于SMA阻尼器的古塔模型结构振动台试验研究 [J]. 振动与冲击, 2011, 30(11): 219-223.

- Zhao Xiang, Wang Sheliang, Zhou Fulin, et al. Shaking table tests for ancient pagoda model structure based on shape memory alloy actuating devices [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30 (11): 219-223.
- [4] 黄襄云, 王凤华. 安装新型形状记忆合金阻尼器的古塔结构地震反应有限元分析 [J]. *振动与冲击*, 2012, 31 (20): 38-45.
- Huang Xiangyun, Wang Fenghua. Finite-element analysis for seismic response of an ancient pagoda with installed SMA damper [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(20): 38-45.
- [5] 侯俊锋, 苏三庆, 王社良. 某砖石古塔抗震加固研究 [J]. *建筑结构*, 2009, 39(2): 77-80.
- Hou Junfeng, Su Sanqing, Wang Sheliang. Research on seismic strengthening of an ancient tower [J]. *Building Structure*, 2009, 39(2): 77-80.
- [6] Kanai K. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of ground [C]// *Bull. Earthquake Research Inst. Japan; Tokyo University*, 1957: 306-325.
- [7] 张国栋, 王钊, 孟伟. 土-结构相互作用体系的非线性随机地震反应 [J]. *武汉大学学报:工学版*, 2006, 39 (3): 64-67, 96.
- Zhang Guodong, Wang Zhao, Meng Wei. Nonlinear seismic response analysis of soil-structure interaction systems on stationary random excitations [J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2006, 39(3): 64-67, 96.
- [8] 江近仁, 陆钦年. 多自由度滞变结构随机地震反应分析的均值反应谱方法 [J]. *地震工程与工程振动*, 1984, 4 (4): 1-13.
- Jiang Jinren, Lu Qinnian. Stochastic seismic response analysis of hysteretic MDF Structures using mean response spectra [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1984, 4(4): 1-13.
- [9] 卢俊龙, 刘伯权, 张荫, 等. 某砖石古塔-地基相互作用系统地震反应分析 [J]. *工业建筑*, 2012, 42(6): 102-105, 147.
- Lu Junlong, Liu Boquan, Zhang Yin, et al. Seismic response analysis of interaction system of masonry pagoda and subsoil [J]. *Industrial Construction*, 2012, 42(6): 102-105, 147.
- [10] 赵均海. 强度理论及其工程应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [11] 骆亚生. 非饱和黄土在动、静复杂应力条件下的结构变化特性及结构性本构关系研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2005.
- Luo Yasheng. Variation characteristics of soil structure and structural constitutive relation of unsaturated loess under static and dynamic complex stress conditions [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2005.

(责任编辑 李斌,王绪迪)