

文章编号: 1006-4710(2015)04-0468-07

基于 DE 算法的自抗扰控制器 在并联型 APF 中的应用

董波, 曾光, 江昌盛

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: PID 控制器难以满足高性能的控制要求, 自抗扰控制器不依赖于被控对象的模型, 具有很好的鲁棒性、适应性, 但其参数众多, 不利于设计。本文介绍了自抗扰控制器的结构与工作原理, 采用微分进化算法对自抗扰控制器进行参数整定, 寻找较优的 ADRC 参数。在 MATLAB/Simulink 中, 将寻优得到的参数应用于基于自抗扰控制的并联型有源电力滤波器中。静态与动态仿真结果表明, 与常规整定方法相比, 该方法简单有效, 易于操作, 提高了抑制谐波的能力, 改善了系统的稳定性。

关键词: 自抗扰控制器; 微分进化算法; 有源电力滤波器; 参数整定

中图分类号: TM714.3 文献标志码: A

Auto disturbance rejection controller based on DE algorithm used in shunt active power filter

DONG Bo, ZENG Guang, JIANG Changsheng

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: PID controller is difficult to satisfy the high-performance control requirements, ADRC controller is independent on the model of the controlled plant, so that it has strong robustness and adaptability. However, it is difficult to design because of many parameters. In this paper, the structure and theory of ADRC introduced, and the differential evolution algorithm is used for optimization of the auto disturbance rejection controller. In the simulation of the MATLAB/Simulink, the optimal parameters are applied to the shunt active power filter based on ADRC. Compared with the traditional method, static and dynamic simulation results show that the method is simple and effective, easy to operate, can improve the ability of restraining harmonic and stability of system.

Key words: auto disturbance rejection controller; differential evolution algorithm; APF; parameter tuning

近年来, 电力电子装置产生的谐波对电网的污染日趋严重, 危害电力系统和用电设备的正常工作。同时, 各种高性能设备的广泛应用对电能质量提出了更高的要求。谐波抑制是电能质量问题的核心内容之一, 也是现代电力生产发展的迫切要求, 对改善电网品质、保持电力系统的稳定性以及提高电能利用率, 具有非常重要的意义。有源电力滤波器是抑制谐波的有效手段之一^[1]。

目前有源电力滤波器的电流跟踪控制方法较

多, 如无差拍控制^[2]、预测控制^[3]、自抗扰控制以及单周控制等^[4]。与传统控制器相比, 自抗扰控制器具有超调小、收敛速度快、精度高、抗干扰强等优点, 但其可调参数众多, 并且没有特定的规则可循, 这限制了自抗扰控制的应用范围, 因此参数整定是目前自抗扰控制器的研究热点之一。微分进化(Differential Evolution, DE)算法是由 Rainer Storn 和 Kenneth Price 为求解切比雪夫多项式于 1996 年共同提出的一种随机搜索的优化算法。DE 算法原理简单,

收稿日期: 2015-03-06

基金项目: 陕西省重点学科建设专项资金资助项目(105-00X901)。

作者简介: 董波, 男, 硕士生, 研究方向为新型电力电子装置与系统。E-mail: dongbomobilc@163.com。

通讯作者: 曾光, 男, 教授, 博士, 研究方向为电力电子技术与计算机控制。E-mail: g-zeng@mail.xaut.edu.cn。

受控参数少,收敛速度快,且易于理解和实现^[6]。

本文分析了 DE 算法的基本原理,在自抗扰控制器(ADRC)与微分进化算法相结合的基础上,将基于微分进化算法的自抗扰控制器(DE-ADRC)应用于三相并联型有源电力滤波器中。

1 有源滤波器的自抗扰控制

1.1 有源滤波器基本原理

并联型有源滤波器系统如图 1 所示, e_s 为网侧电源, i_s 为网侧电源电流, i_l 为负载电流。基本原理为负载电流 i_l 经谐波电流检测环节(常用 i_{p-i_q} 检测法)得到指令电流信号 i^* , i^* 经电流跟踪控制产生 PWM 信号, 在驱动电路作用下使 APF 主电路产生补偿电流 i 。补偿电流 i 与负载电流中的谐波分量大小相等, 方向相反, 因而两者相互抵消, 使电源电流 i_s 中只含基波。

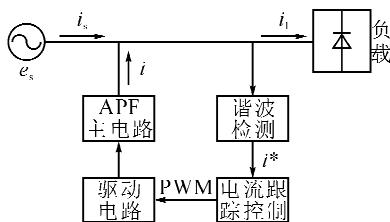


图 1 并联型有源滤波器系统
Fig. 1 System of shunt active power filter

1.2 有源滤波器自抗扰控制

有源滤波器自抗扰控制示意图如图 2 所示。本文采用三个一阶的 ADRC 对 a、b、c 三相分别进行调节^[6-8]。 i_a^*, i_b^*, i_c^* 为参考电流信号, i_a, i_b, i_c 为系统反馈电流, u_a, u_b, u_c 为自抗扰控制器产生的控制量。

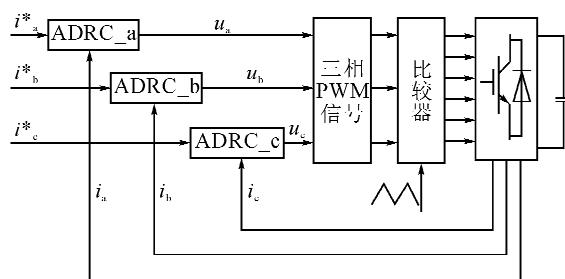


图 2 有源滤波器自抗扰控制示意图
Fig. 2 Diagram of APF based on ADRC

图 3 为一阶自抗扰控制器结构图。TD 为跟踪微分器, 其表达式为:

$$\begin{cases} e_1 = i_{xd}^* - i_x^* \\ i_{xd}^* = -r \cdot fal(e_1, \alpha_1, \delta_1) \end{cases} \quad (1)$$

式中, i_x^* 为参考指令信号, i_{xd}^* 为 i_x^* 的跟踪信号, r 、 α_1 和 δ_1 为待选参数。 fal 为通用的非线性函数, 其

表达式为:

$$fal(e_i, \alpha_i, \delta_i) = \begin{cases} |e_i|^{\alpha_i} \operatorname{sgn}(e_i) & |e_i| > \delta_i \\ \frac{e_i}{\delta^{1-\alpha_i}} & |e_i| \leq \delta_i \end{cases} \quad (2)$$

式中, i 取 1、2、3, 对应三个算式。 fal 是一个随输入误差自动调节增益的环节, 防止因增益过大引起系统不稳定^[9]。

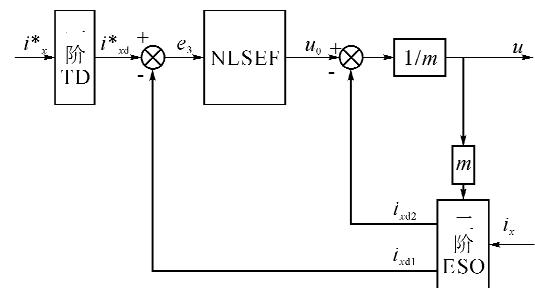


图 3 自抗扰控制器结构图
Fig. 3 Auto disturbance rejection controller structure

ESO 为扩张状态观测器, 其表达式为:

$$\begin{cases} e_2 = i_{xd1} - i_x \\ i_{xd1} = i_{xd2} - B_{21} \cdot fal(e_2, \alpha_2, \delta_2) + m \cdot u \\ i_{xd2} = -B_{22} \cdot fal(e_2, \alpha_2, \delta_2) \end{cases} \quad (3)$$

式中, B_{21}, B_{22}, α_2 和 δ_2 为待选参数。 i_x 为系统反馈三相电流, i_{xd1} 与 i_{xd2} 为 i_x 的 1 阶、2 阶微分值, m 为增益系数, u 为自抗扰控制器输出的控制量。从上式可以看出, ESO 有两个输出变量, 其中 i_{xd1} 跟踪 i_x , 并作为控制器的电流反馈信号, i_{xd2} 被直接引入控制器的输出端, 以便对系统的扰动进行补偿。

NLSEF 为非线性状态反馈控制律, 其表达式为:

$$\begin{cases} e_3 = i_{xd}^* - i_{xd1} \\ u_0 = B_3 \cdot fal(e_3, \alpha_3, \delta_3) \end{cases} \quad (4)$$

式中, B_3, α_3 和 δ_3 为待选参数。

自抗扰控制器总的输出为:

$$u = (u_0 - i_{xd2})/m \quad (5)$$

式中, u_0 为自抗扰控制器的初始控制量。

2 微分进化算法 (DE)

DE 的基本思想是:首先基于种群中个体之间的差异重组得到一个试验种群;然后,试验种群与原始种群的个体通过一对一的竞争生存策略形成新一代种群。其整体结构包括种群初始化、变异、交叉和选择操作^[10-12]。

2.1 种群初始化

DE 的种群初始化与其他进化算法相同, 从给定边界约束内的值中随机选择, 并假定所有随机初始化种群均符合均匀概率分布。假设初始群体中第

i 个个体为 $\mathbf{X}_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, x_{i,3}, \dots, x_{i,n})$ ($i=1, 2, 3, \dots, NP$), 其中 n 为变量个数, NP 为种群规模, 种群中每个个体由以下公式计算得到:

$$x_{ij} = x_{i,j\min} + \text{rand} \cdot (x_{i,j\max} - x_{i,j\min}) \quad (6)$$

式中, rand 函数用于生成 $[0, 1]$ 区间上的随机数。 $x_{i,j\max}$ 、 $x_{i,j\min}$ 分别为个体向量 \mathbf{X}_i 第 j ($j=1, 2, 3, \dots, n$) 个分量 x_{ij} 的上下限。

2.2 变异操作

DE 与一般进化算法最大的不同在于变异操作, 一般进化算法的变异操作是依靠预先给定的概率分布函数来驱动的, 而 DE 的变异操作是基于当代群体中随机采样的个体之间的基因差异进行的。常用的一种变异模式如下:

$$\mathbf{v}_k^G = \mathbf{x}_{r_1}^G + F \cdot (\mathbf{x}_{r_2}^G - \mathbf{x}_{r_3}^G) \quad (7)$$

式中, r_1, r_2, r_3 为随机数, 且 $r_1 \neq r_2 \neq r_3$, $\mathbf{x}_{r_1}^G, \mathbf{x}_{r_2}^G, \mathbf{x}_{r_3}^G$ 为第 G 代中随机选择的个体族; \mathbf{v}_k^G 是 \mathbf{x}_k^G 对应的变异个体族, k 取 r_1, r_2 或 r_3 , F 为变异因子。

2.3 交叉操作

为了增加种群多样性, 在 DE 中引入交叉操作。其方法是将目标个体与式(7)产生的变异个体按照如下规则交叉, 生成新的交叉个体:

$$\mathbf{w}_{i,j}^G = \begin{cases} \mathbf{v}_{i,j}^G & \text{rand}[0,1] < CR \text{ 或 } j = j_{\text{rand}} \\ \mathbf{x}_{i,j}^G & \text{rand}[0,1] \geq CR \text{ 或 } j \neq j_{\text{rand}} \end{cases} \quad (8)$$

式中, $CR \in [0, 1]$, 为交叉概率, 控制种群的多样性, 帮助算法从局部最优解中脱离出来; j_{rand} 为随机生成的一个整数。

2.4 选择操作

对交叉操作产生的中间个体 $\mathbf{w}_{i,j}^G$ 进行评价并求其函数值, 然后根据以下准则决定是否选取新的个体族:

$$\mathbf{u}_i^{G+1} = \begin{cases} \mathbf{w}_i^G & f(\mathbf{w}_i^G) \leq f(\mathbf{x}_i^G) \\ \mathbf{x}_i^G & f(\mathbf{w}_i^G) > f(\mathbf{x}_i^G) \end{cases} \quad (9)$$

式中, f 函数是下文 2.5 节中的适应度函数。

2.5 适应度函数的确定

在使用微分进化算法进行参数整定时, 需要制定一个适应度函数。优化设计中, 目标函数的选择至关重要, 常用控制系统误差 $\epsilon(t)$ 作为泛函数的积分, 以此作为评价控制系统动态性能好坏的指标, 所以采用绝对误差作为性能指标之一。但若仅追求系统的动态特性, 整定结果可能引起控制信号过大, 导致系统不稳定。为了防止控制信号过大, 在目标函数中加入控制量 u 。综上, 利用误差和控制量作为约束条件, 得到适应度函数 f 为:

$$f(K_1, K_2) = K_1 \int_0^\infty t |\epsilon(t)| dt + K_2 |u| \quad (10)$$

式中, $\epsilon(t)$ 为系统随时间 t 变化的误差, K_1, K_2 为可调系数。优化控制的目标是: 通过算法迭代, 使适应度函数 f 的值达到最小^[13]。

2.6 算法终止要求

首先, 判断迭代次数是否满足 DE 算法设置的次数, 若不满足, 则回到变异操作继续进行; 若满足, 则依据适应度函数值的大小, 将适应度函数值最小时所对应的参数值保留, 作为最优解^[14]。

3 基于 DE 算法的自抗扰参数整定

自抗扰控制器参数众多, 一阶跟踪微分器中有三个可调参数 r, α_1 和 δ_1 ; 二阶扩张状态观测器中有四个可调参数 B_{21}, B_{22}, α_2 和 δ_2 ; 一阶非线性状态误差反馈控制律有三个可调参数 B_3, α_3 和 δ_3 。利用经验设定参数范围如下:

$$r = [0, 500], B_{21} = [300, 500];$$

$$B_{22} = [300, 500], B_3 = [10, 50];$$

α_i ($i=1, 2, 3$) 一般取值范围为 $[0, 1]$; δ_i 根据实际需要, 取很小的正数值。

微分进化算法中, 有 3 个可调参数, 分别为变异因子 F 、交叉概率 CR 以及种群规模 NP , 其作用有: ① F 影响 DE 收敛速度, $F \in (0.4, 1.0)$; ② CR 对 DE 起微调作用; ③ NP 越大, 搜索能力越强, 但会增加 DE 计算量, 一般 $NP = 2D \sim 20D$, D 为变量个数^[15]。

本文设定的种群数 NP 为 50, 最大迭代次数为 300, 变异因子 F 为 0.5, 交叉概率 CR 取 0.6, DE 算法流程图如图 4 所示。

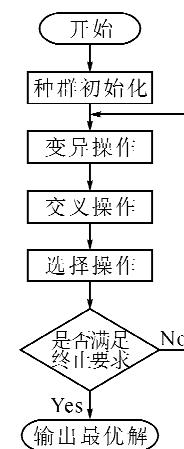


图 4 DE 算法流程图

Fig. 4 Flow chart of the DE algorithm

采用 MATLAB 实现 DE 算法, 运行成功后, 适应度函数的优化过程如图 5 所示。当适应度函数取得最小值时, 算法输出最优解为:

$$r = 285.6387, \alpha_1 = 0.5, \delta_1 = 0.001256;$$

$$\begin{aligned} B_{21} &= 300.00, B_{22} = 415.5556, \alpha_2 = 0.5097; \\ \delta_2 &= 0.000121, B_3 = 25.5255, \alpha_3 = 0.000198, \\ \delta_3 &= 0.016. \end{aligned}$$

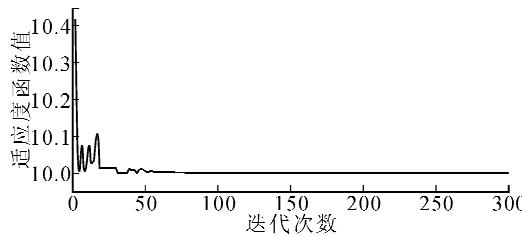


图 5 适应度函数数值变化图

Fig. 5 Value variation diagram of fitness function

4 仿真结果与分析

采用 MATLAB/Simulink 对上述系统进行仿真, 主电路如图 6 所示, 图中 u_{sa} 、 u_{sb} 、 u_{sc} 为网侧电源电压, i_{si} 为网侧电源电流, i_{li} 为负载电流, i_{ca} 、 i_{cb} 、 i_{cc} 为补偿电流。谐波电流检测方法采用 $i_p - i_q$ 检测法, 控制方法采用基于自抗扰控制器的电流跟踪控制方法。

仿真系统参数如下所示: 电网线电压为 380 V, 假设系统阻抗忽略不计; 非线性负载为三相不控整流桥, $L_d = 3 \text{ mH}$, $R_d = 15 \Omega$; 直流侧电压 $U_{dc} = 750 \text{ V}$; 开关频率为 10 kHz。

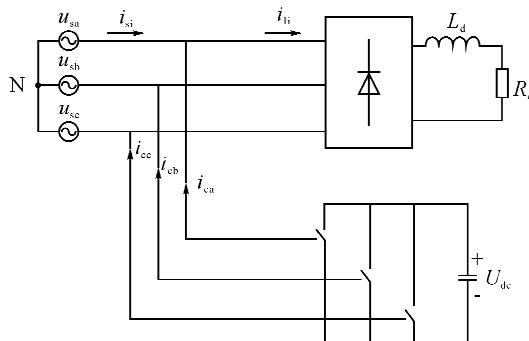


图 6 并联型 APF 电路图

Fig. 6 Shunt APF circuit

用 DE 算法优化控制器参数时, APF 的被控对象为数学模型; 而在进行仿真时, MATLAB/Simulink 中搭建的 APF 仿真模型接近实际, 因此, 优化后的参数要根据实际需要做适当调整。

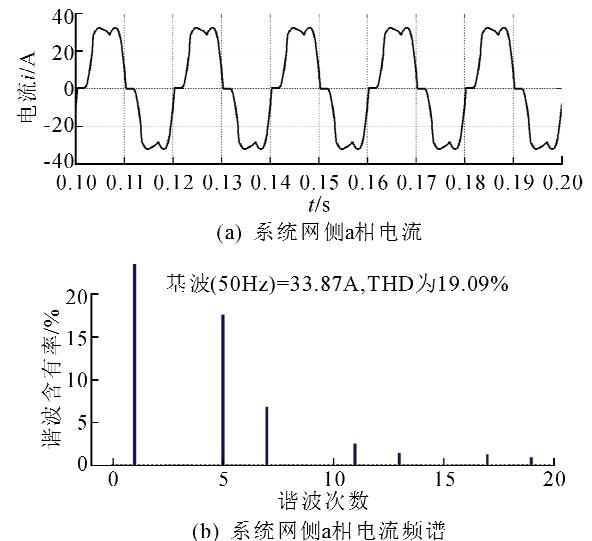
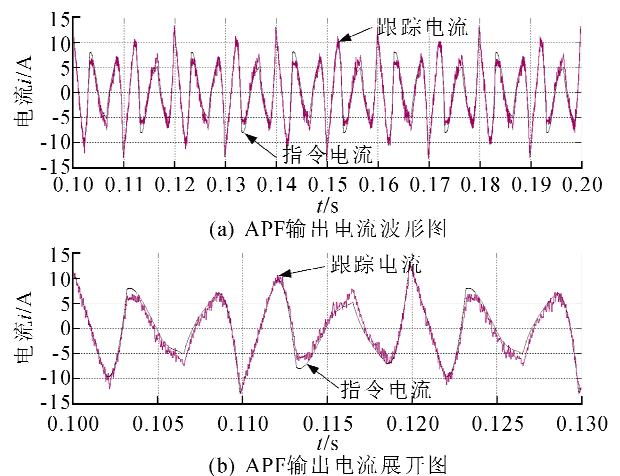
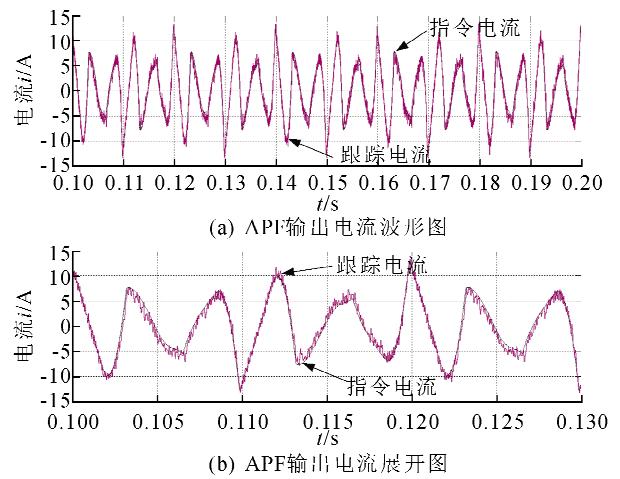
4.1 APF 未投入

图 7 为 APF 未投入时, 系统网侧 a 相电流及频谱图, 其 THD(Total Harmonic Distortion) 为 19.09%。

4.2 APF 投入

4.2.1 静态

图 8 为自抗扰控制时, 电流跟踪效果图。图 9 为 DE-ADRC 控制时, 电流跟踪效果图。

图 7 APF 未投入时系统网侧 a 相电流及频谱
Fig. 7 The a-phase current and its spectrum without ADRC图 8 ADRC 电流跟踪效果图
Fig. 8 ADRC current tracking effect diagram图 9 DE-ADRC 电流跟踪效果图
Fig. 9 DE-ADRC current tracking effect diagram

由图8、图9可以看出,DE-ADRC与ADRC相比,电流跟踪效果更好。图10为ADRC系统网侧a相电流及频谱图,THD为3.90%,THD降低15.19%;图11为DE-ADRC系统网侧a相电流及频谱图,THD为3.47%,THD降低15.62%,与ADRC相比,THD降低0.43%。

图10为ADRC系统网侧a相电流及频谱分析。图11为DE-ADRC系统网侧a相电流及频谱分析。

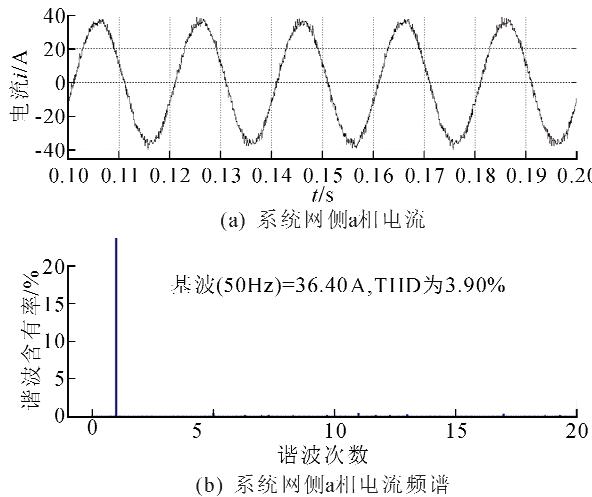


图10 ADRC系统网侧a相电流及频谱

Fig. 10 The a-phase current and its spectrum with APF based on ADRC

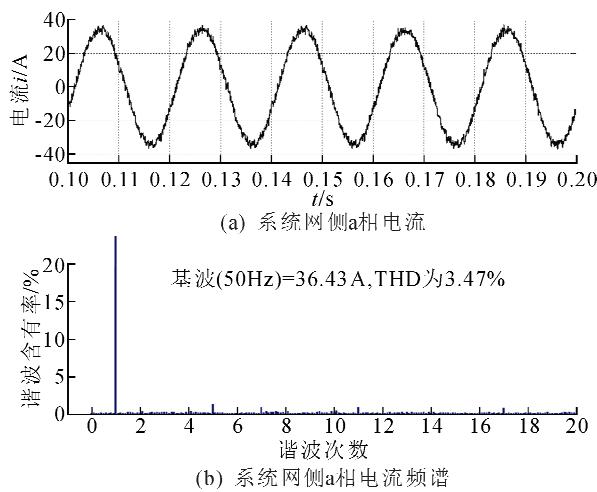


图11 DE-ADRC系统网侧a相电流及频谱

Fig. 11 The a-phase current and its spectrum with APF based on DE-ADRC

对上述电流跟踪结果做量化分析,可得对照表如表1所示。

由表中的数据可以知道,对于主要 $6k+1$ (k 为正整数)次谐波的补偿,DE-ADRC的补偿效果优于常规方法整定的ADRC。

表1 APF系统a相补偿前后前20次谐波电流峰值
Tab. 1 The a-phase first 20th harmonic peak current of APF system before and after compensation

谐波次数	补偿前电流/A	ADRC补偿后峰值电流/A	DE-ADRC补偿后峰值电流/A
5	6.07	0.52	0.49
7	2.20	0.47	0.34
11	0.85	0.33	0.29
13	0.47	0.38	0.20
17	0.41	0.22	0.28
19	0.28	0.14	0.05

4.2.2 动态

1) 负载减轻。在0.15 s时负载突减一倍,突变后的系统网侧a相电流波形如图12所示。

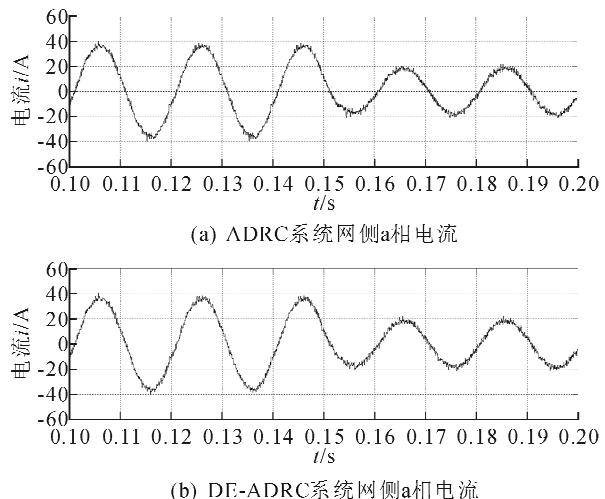


图12 APF负载减轻时系统网侧a相电流

Fig. 12 The a-phase current when the APF load reducing

2) 负载加重。在0.15 s时负载突增一倍,突变后的系统网侧a相电流波形如图13所示。

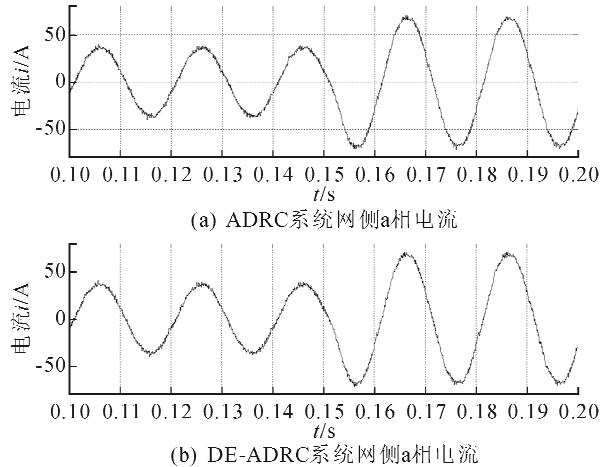


图13 APF负载加重时系统网侧a相电流

Fig. 13 The a-phase current when the APF load increasing

由图12、图13可以知道,在0.15 s负载突变时,无论是负载突减还是负载突增,常规方法整定的ADRC与DE-ADRC都经过大约0.03 s进入稳态。

3) 电压突减。在 0.15 s 时网侧 a 相电压峰值突减到 246 V, 突变后波形如 14 图所示。

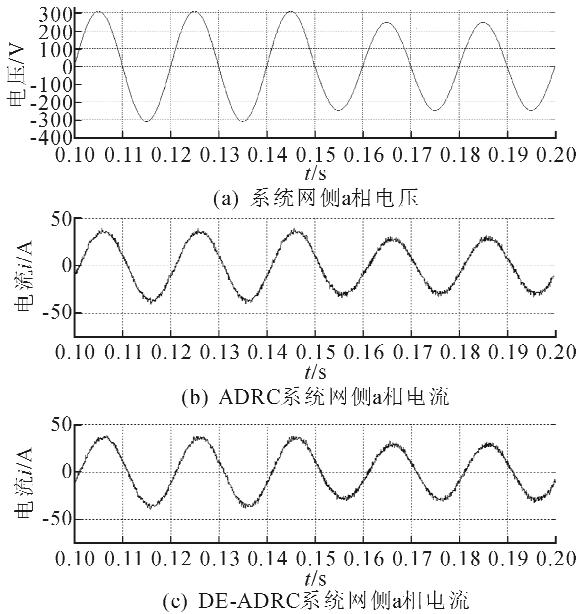


图 14 网侧相电压突减系统 a 相仿真效果图

Fig. 14 The a-phase simulation effect figure when the APF phase voltage reducing

4) 电压突增。在 0.15 s 时网侧 a 相电压峰值突增到 372 V, 突变后波形如图 15 所示。

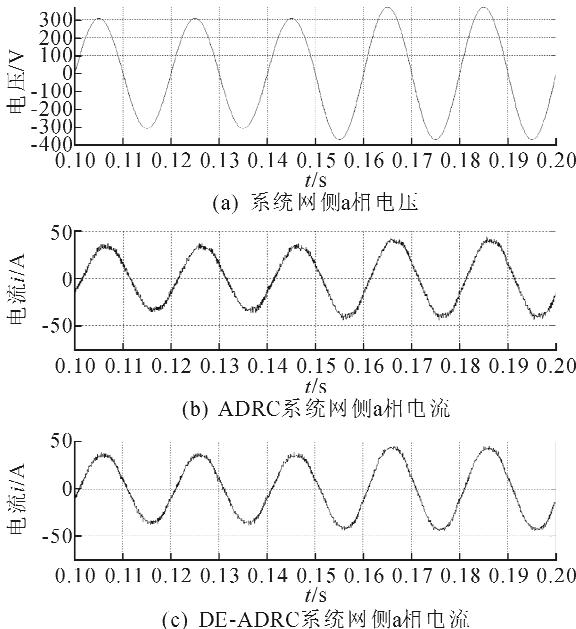


图 15 网侧相电压突增系统 a 相仿真效果图

Fig. 15 The a-phase simulation effect figure when the APF phase voltage increasing

由图 14、图 15 可以知道, 在 0.15 s 网侧电源电压突变时, 无论是电压突减还是电压突增, 常规方法整定的 ADRC 与 DE-ADRC 都经过大约 0.03 s 进入稳态。

综合以上动态仿真结果可以知道, 两种方法的动态性能基本相同。

5 结 论

结合微分进化算法的自抗扰控制器在以前的有源电力滤波器中未见研究, 本文利用微分进化算法对自抗扰控制器参数进行优化, 并将其应用到三相并联型有源电力滤波器中。仿真结果表明: 基于微分进化算法的自抗扰控制算法简单、响应好、精度高, 相较于常规整定方法, 该方法优化了 ADRC 控制效果, 提高了 APF 谐波抑制能力, 降低了网侧电流的 THD, 改善了稳态性能。

参考文献:

- [1] 王兆安, 杨君, 刘进军. 谐波抑制和无功功率补偿 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [2] 史丽萍, 蔡儒军, 陈丽兵, 等. 三相三线制有源滤波器的改进无差拍控制 [J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(14): 32-37.
Shi Liping, Cai Rujun, Chen Libing, et al. A deadbeat control scheme for three-phase three-wire active power filter [J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(14): 32-37.
- [3] 孙伟, 于泳, 王高林, 等. 基于矢量控制的异步电机预测电流控制算法 [J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(21): 3448-3455.
Sun Wei, Yu Yong, Wang Gaolin, et al. A predictive current control scheme for induction motor with vector control [J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(21): 3448-3455.
- [4] 王智, 方炜, 刘晓东. 基于单周期控制的三相三开关 PFC 整流器的分析与设计 [J]. 电工电能技术, 2015, 34(1): 52-56.
Wang Zhi, Fang Wei, Liu Xiaodong. Design and analysis of three-phase three-switch power factor rectifier based on one-cycle control [J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2015, 34(1): 52-56.
- [5] 邱威, 张建华, 刘念. 微分进化算法在电力系统中的应用 [J]. 现代电力, 2009, 26(5): 12-17.
Qiu Wei, Zhang Jianhua, Liu Nian. Application of differential evolution to power systems [J]. Modern Electric Power, 2009, 26(5): 12-17.
- [6] 韩京清. 从 PID 技术到“自抗扰控制”技术 [J]. 控制工程, 2002, 9(3): 13-18.
Han Jingqing. From PID technique to active disturbances rejection control technique [J]. Control Engineering of China, 2002, 9(3): 13-18.

- [7] 韩京清. 自抗扰控制技术 [J]. 控制工程, 2007, 1(1): 24-31.
Han Jingqing. Auto disturbances rejection control technique [J]. Control Engineering of China, 2007, 1(1): 24-31.
- [8] 周雪松, 田程文, 马幼捷, 等. 基于 LADRC 的 SHAPF 模型及其电流跟踪控制策略 [J]. 电力自动化设备, 2013, 33(4): 49-54.
Zhou Xuesong, Tian Chengwen, Ma youjie, et al. SHAPF model based on LADRC and its current tracking control [J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(4): 49-54.
- [9] 徐榕, 于泳, 杨荣峰, 等. H 桥级联 STATCOM 直流侧电容电压平衡控制方法 [J]. 电力自动化设备, 2015, 35(5): 15-22.
Xu Rong, Yu Yong, Yang Rongfeng, et al. DC capacitor voltage balance control of H-bridge cascaded STATCOM [J]. Electric Power Automation Equipment, 2015, 35(5): 15-22.
- [10] 姜立强, 刘光斌, 郭铮. 基于差分进化算法的 PID 参数整定 [J]. 计算机仿真, 2009, 26(6): 204-206.
Jiang Liqiang, Liu Guangbin, Guo Zheng. Parameter tuning of PID controller based on differential evolution [J]. Computer Simulation, 2009, 26(6): 204-206.
- [11] 王朋, 刘林, 陈哲, 等. 基于改进 DE 算法的 PID 参数整定及其应用 [J]. 动力工程学报, 2015, 35(3): 191-196.
Wang Peng, Liu Lin, Chen Zhe, et al. PID parameter tuning based on improved DE algorithm and the application [J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2015, 35(3): 191-196.
- [12] 杨杰, 薛建平, 陈勇, 等. 基于 DE 算法的自抗扰控制器设计 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(10): 2686-2703.
Yang Jie, Xue Jianping, Chen Yong, et al. An ADRC controller design plan based on differential evolution algorithm [J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(10): 2686-2703.
- [13] 钟倩, 张研, 杨洁, 等. 非线性自动扰动抑制平行电力滤波器 [J]. IET Control Theory Appl, 2009, 3(7): 907-916.
- [14] 黄玉龙, 陈迅, 刘明波, 等. 动态负荷模型参数辨识的微分进化算法 [J]. 电工技术学报, 2013, 28(11): 270-277.
Huang Yulong, Chen Xun, Liu Mingbo, et al. Differential evolution algorithm for dynamic load model parameter identification [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(11): 270-277.
- [15] 赵光权, 彭喜元, 孙宁. 带局部增强算子的微分化改进算法 [J]. 电子学报, 2007, 35(5): 849-853.
Zhao Guangquan, Peng Xiyuan, Sun Ning. A modified differential evolution algorithm with local enhanced operator [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(5): 849-853.

(责任编辑 周蓓)

(上接第 463 页)

- [2] 钱富才, 朱少平, 刘丁. 噪声未知的 LQG 控制问题与研究 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(8): 1017-1022.
Qian Fucui, Zhu Shaoping, Liu Ding. On LQG problems with unknown noises [J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(8): 1017-1022.
- [3] 莫国端, 刘开第. 函数逼近论方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [4] 陈予恕, 唐云, 陆启超, 等. 非线性动力学中的现代分析方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [5] 张光澄, 王文娟, 韩慧磊, 等. 非线性最优化计算方法 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [6] 王竹荣, 杨波, 吕兴朝, 等. 一种改进的量子遗传算法研究 [J]. 西安理工大学学报, 2012, 28(2): 145-151.
Wang Zhurong, Yang Bo, Lu Xingchao, et al. An improved quantum genetic algorithm [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2012, 28(2): 145-151.
- [7] Dorigo M, Stutzle T. Ant colony optimization [M]. London: MIT Press, 2004.
- [8] 陈开周. 最优化计算方法 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1985.
- [9] 肯尼思·法尔科内. 分形几何——数学基础及其应用 [M]. 曾文曲, 刘世耀, 戴连贵, 等, 译. 沈阳: 东北大学出版社, 1991.
- [10] 宋巨龙, 林镇先, 宋国乡. Apollonius 填充在 CAD 中的应用 [J]. 计算机应用, 2005, 25(5): 1108-1109.
Song Julong, Lin Zhenxian, Song Guoxiang. Application of Apollonius fill in CAD [J]. Computation Application, 2005, 25(5): 1108-1109.
- [11] Song Julong, He Xiangjian, Lin Zhenxian. Global optimization under nonlinear constraints based on Apollonius fill [C]//Third International Conference on Natural Computation V5, Los Almitos, 2007: 39-45.

(责任编辑 周蓓)