

DOI: 10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2016.01.016

粘土颗粒等效孔径的算法研究

耿大新¹, 王迎迎¹, 李宇晗²

(1. 华东交通大学 土木建筑学院岩土工程研究所, 江西 南昌 330013;

2. 南京水利科学研究院 岩土工程研究所, 江苏 南京 210029)

摘要: 非饱和土中随机复杂的孔隙特征, 对土体的工程性质产生重要的影响。为研究土体微观特性, 以不同黏粒含量的江西重塑红粘土为研究对象, 进行土-水特征实验和土样一维毛细上升实验。研究得到土样孔隙分布情况, 提出粘土颗粒等效孔径的算法公式, 给出增量步取值方式并详细介绍了算法过程; 验证了等效孔径公式的合理性, 实现了微观结构的定量化; 同时为最大毛细上升高度的计算提供了一种有效的方法。

关键词: 非饱和土; 等效孔径; 毛细上升

中图分类号: TU4

文献标志码: A

文章编号: 1006-4710(2016)01-0091-05

Research on the algorithm of equivalent aperture of clay particles

GENG Daxin¹, WANG Yingying¹, LI Yuhang²

(1. Geotechnical Research Institute from School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Geotechnical Research Institute, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China)

Abstract: The characteristics of randomness and complexity about pores have a significant influence on the engineering properties of unsaturated soil. In order to analyze soil from microcosm, remolded red clay in Jiangxi Province with different clay contents are taken as research objects. The experiment on soil-water characteristic and experiment on one-dimensional capillary are conducted. The distribution of pores is obtained, and the algorithm of equivalent aperture of clay particles is given. Moreover, the method of incremental step and detailed algorithm progress are provided. The rationality of the formula is confirmed, a realization of the quantification of micro-structure. Meanwhile an effective method is provided for the calculation of the maximum height of capillary rise.

Key words: unsaturated soil; the equivalent aperture; capillary rise

针对非饱和土的土体结构, 其粒径方面的研究较多, 但土颗粒间的孔隙大小、形状及分布亦是土体结构组成的重要因素, 对土体的毛细作用等^[1-3]工程行为有着重要的影响。Arya 等^[4]建立经验模型, 将粒度分布转化为孔径分布进行分析, 通过土体的颗粒级配、容重等参数预测其水分特征。Griffiths 等^[5]对不同种类的粘土进行分析, 研究其固结过程中的孔隙尺寸分布情况。张先伟等^[6]通过室内压缩试验, 研究结构性粘土的孔隙变化规律, 以深入了解土的变形机制。梁建伟等^[7]经试验指出, 对于极细粘土, 孔隙微尺度效应是影响渗流特性的重要因素, 而土颗粒比表面积、孔隙尺度等是重要影响参数。

陶高梁等^[8]采用三种不同的试验方法, 通过压缩变形影响下土体结构内部孔隙孔径分布规律, 研究土-水特征曲线的变化规律, 指出在不同的压缩变形条件下, 土体累积孔隙体积及土-水特征曲线变化规律相近, 整体上呈“扫帚型”分布形式。孙德安等^[9]运用三种方法研究原状土和重塑土的土-水特征和孔隙分布, 指出两种土的孔隙结构依次为单峰和双峰, 且在不同干密度条件下, 压实样内部粒间孔隙分布几乎相同。宋盛渊等^[10]通过压泵试验并结合分形理论划分吹填土的孔径分布区间, 研究在不同的地基处理方式下, 吹填土的孔隙分布特征。

然而, 已有的研究多围绕土样的粒度、孔隙结构

收稿日期: 2015-09-08

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目(20142BAB206002)

作者简介: 耿大新, 男, 博士, 副教授, 研究方向为岩土工程、隧道工程等。E-mail: gengdaxin@ecjtu.jx.cn

及孔径分布等方面展开,并没有给出孔隙孔径的定量算法。土体内部孔径分布的随机性、复杂性、不均匀性等特点给孔径的计算增加了难度。本文首先通过理论推导,提出不同黏粒含量土样等效孔径的计算公式;再结合室内实验结果,验证其合理性与可行性。

1 算法研究

众所周知,Young-Laplace 方程是用于量化非零接触角的气-液-固三相交界面上压降的典型分析模型,该方程可表达为:

$$u_a - u_w = T_s \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \cos \alpha \quad (1)$$

式中: $u_a - u_w$ 为基质吸力; T_s 为液相表面张力; α 为土颗粒与孔隙水之间的接触角; r_1, r_2 为理想的土颗粒与气-水交界处弯液面的两个曲率半径; 对于直径为 d 的理想的圆柱形毛细管, $r_1 = r_2 = d/2$, 则式(1)可表达为:

$$u_a - u_w = (4T_s \cos \alpha) / d \quad (2)$$

土体孔隙结构决定了处于平衡状态的蒸汽压大小^[11]。于杨-拉普拉斯方程的基础之上, 1871 年, William Thomson 在不违背土体体系原有特性的前提下, 把土体孔隙理想化为一个直径为 d 、接触角为 α 、表面张力为 T_s 的毛细管, 提出了用以描述气-水交界面上的压力变化与交界曲面上方蒸汽压之间的联系的开尔文公式, 整理如下:

$$-\frac{RT}{v_w} \ln \frac{u_{v1}}{u_{v0}} = \frac{4T_s \cos \alpha}{d} = u_a - u_w \quad (3)$$

式中: $R=8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 为通用气体常数; $T=298 \text{ K}$ 为热力学温度; u_{v0} 为温度 T 条件下平衡状态的自由水饱和蒸汽压值(kPa); u_{v1} 为平衡状态的溶液蒸汽压值(kPa); $v_w=18 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ 为水蒸气的偏摩尔体积。定义 u_{v1}/u_{v0} 为相对湿度 RH , 根据式(3)可以建立相对湿度与基质吸力之间的函数关系:

$$RH = \exp\left(-\frac{(u_a - u_w)v_w}{RT}\right) \quad (4)$$

由以上推导可得, 毛细直径 d 用相对湿度表示为:

$$d = -\frac{4T_s v_w \cos \alpha}{RT \ln(RH)} \quad (5)$$

或表示为基质吸力形式:

$$d = \frac{4T_s \cos \alpha}{u_a - u_w} \quad (6)$$

当 RH 或 $u_a - u_w$ 为第 i 步增量时, 单位质量土体被气体或水填充的孔隙体积 $V_p^i (\text{m}^3/\text{kg})$ 定义为:

$$V_p^i = \omega^i / \rho_w \quad (7)$$

则每单位质量固体内水的排出量为:

$$\Delta V_p^i = V_p^{i-1} - V_p^i \quad (i = 2, 3, 4, \dots) \quad (8)$$

式中: ω^i 为含水量, 可借助土-水特征实验建立基质吸力 $u_a - u_w$ 与含水量之间的对应关系。假设固-液相互作用只对土颗粒表层附近水膜密度产生显著影响, 则毛细吸附区 ρ_w 本质上是常数, 即 $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$ 。

开尔文半径 r_k^i 可通过式(5)或式(6)来进行估算, 而实际孔隙半径 r_p^i 表达如下:

$$r_p^i = r_k^i + t^i \quad (9)$$

其中, 相对湿度在第 i 步增量时所对应的吸附水膜厚度 t^i 用 Halsey 方程表示如下:

$$t^i = \tau \left[-\frac{5}{\ln(RH^i)} \right]^{1/3} \quad (10)$$

式中: τ 表示吸附水分子的有效直径。

把计算得到的相邻两增量步之间的孔隙半径取平均值, 得平均孔隙半径:

$$(r_p^i)_{\text{avg}} = (r_p^i + r_p^{i-1}) / 2 \quad (i = 2, 3, 4, \dots) \quad (11)$$

然而, 以上推导是建立在毛细管假设的基础之上, 已有的研究并没有给出土体孔隙孔径的定量计算方法。考虑到土体结构内部孔隙大小不一、分布不均等特性, 以上理论推导为依托, 在总结了大量的实验结果的基础上, 按照统计理论中加权平均值计算公式, 给出粘土颗粒等效毛细直径的计算公式:

$$\tilde{d} = 2r = \frac{2}{\beta} \frac{\sum (\Delta V_p^i (r_p^i)_{\text{avg}})}{\sum \Delta V_p^i} \quad (12)$$

式中: r 为等效毛细半径; $(r_p^i)_{\text{avg}}$ 为孔隙体积 ΔV_p^i 在 0.01 cm^3 以上时所对应的平均孔隙半径, β 为无量纲修正系数。Faybishenko^[12] 采用毛细上升的方法饱和土样时, 测得土样孔隙中存在封闭气泡, 且几乎全是可移动的气泡。而非饱和土体中极易于孔隙中形成互不连通的与外界隔绝的封闭气泡, 封闭气泡的存在阻碍水相的流动, 降低渗透性。粘土中封闭气泡的阻渗效果较砂性土明显, 且干密度越大, 封闭气泡越多, 这种阻碍作用越显著。压实土体后, 孔隙变小, 虽然毛细管力比较大, 但由于封闭气泡的存在, 缺乏畅通的过水通道, 致使毛细上升并未达到理想的高度^[13-14]。在以上诸多因素的影响下, 考虑到计算时步长的设定及体积小于 0.01 cm^3 的孔隙的影响, 通过大量实验, β 取 0.02。

2 实验方案

为研究粘土土样孔径分布情况, 现于江西省南昌市孔目湖地区取土制样进行实验。取土后过 0.5 cm 的细筛, 原状土定名为 CL-61 (黏粒含量

60.8%),土粒比重为 2.71。掺入砂配置另外两种土样,根据黏粒含量定名为 CL-50(黏粒含量 50.2%)、CL-38(黏粒含量 38.4%),土粒比重分别为 2.68、2.65。将试样置于封闭的空间,实验期间室内温度控制在 20~25℃。

2.1 土-水特征实验

在最优含水率条件下对三种土样标准击实,采用 DIK-4303 土壤 pF 水分特征曲线测定仪进行土-水特征实验。首先将制好的三种土样放入真空饱和器中 24 h,以保证充分饱和;然后基质吸力分别控制为 25 kPa、50 kPa、75 kPa、100 kPa、125 kPa、160 kPa、200 kPa、250 kPa、300 kPa、350 kPa、400 kPa、500 kPa 进行加压,并且在每次加压前称取每个试样的质量。

2.2 土样一维毛细实验

使用高 1.1 m、直径 11 cm 的实验用 PVC 管制样,在最优含水率条件下每放入 300 g 后进行标准击实 30 次,装样高度为 100 cm。每组土样按上述方法制作 5 根,共 15 根分为 3 组进行编号。PVC 管底部放两层滤纸用纱网包裹,再用橡皮筋将其固定。



图 1 土样一维毛细实验

Fig. 1 One-dimensional capillary experiment of samples

将 3 组土样静置于水面高度恒为 20cm 的蓄水箱中(见图 1),水箱底部铺一层透水性良好的细砂以保证 PVC 管底面与水充分接触。静置 30d 后从下往上依次每隔 5cm 进行切割,并按照《公路土工试验规程》(JTG E40-2007)规定,测定切割后样块的含水率和压实度。

3 等效孔径计算

为排除每种土样人为压实误差的影响,将每组去掉一个最大值和一个最小值,得 3 种土样在脱湿过程中的土-水特征曲线(见图 2),CL-61(0.95)表示 CL-61 土样压实度为 0.95。当孔径范围大约为 $10^{-9} \sim 10^{-4}$ m,相应的基质吸力处于 0~144 000 kPa,相对湿度为 35%~100%时,毛细作用为土中孔隙持水的主要因素,适用于毛细孔径计算方法。

为得到较大吸力范围内的土-水特征曲线,使用

MATLAB 软件 Van Genuchten 模型(简称 VG 模型)进行拟合^[15],拟合方程为:

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left[\frac{1}{1 + a^n (u_a - u_w)^n} \right]^m + \theta_r \quad (13)$$

式中: a 、 m 、 n 均为相关系数; θ 、 θ_s 、 θ_r 分别为含水率、饱和含水率和残余含水率。

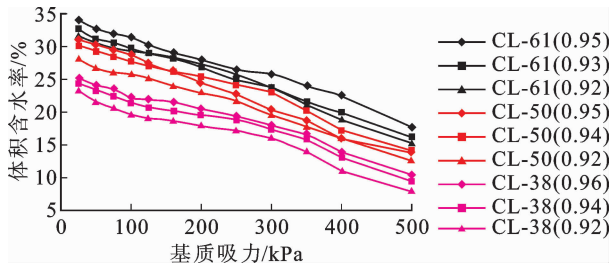


图 2 土-水特征曲线

Fig. 2 Soil-water characteristic curves

1996 年 Clayton 指出,当 m 和 n 为相互独立的变量时,所得拟合曲线能更好地与室内试验数据相吻合^[9],因此本文中土-水特征曲线的拟合将 a 、 m 和 n 均视为相互独立的参数。拟合参数见表 1。

表 1 SWCC 参数拟合结果
Tab. 1 Fitting results of SWCC parameters

土样	压实度	饱和含水率 θ_s /%	残余含水率 θ_r /%	a	n	m
CL-61	0.95	34.67	0.55	0.000 8	1.416 7	2.433 1
	0.93	33.04	0.61	0.000 9	1.644 5	2.412 8
	0.92	32.56	0.63	0.001 0	1.789 0	2.391 1
CL-50	0.95	31.73	1.40	0.001 2	2.175 3	2.890 4
	0.94	31.42	1.42	0.001 2	2.250 5	2.855 3
	0.92	30.96	1.47	0.001 3	2.371 0	2.785 2
CL-38	0.96	23.63	1.60	0.001 3	2.501 7	3.268 6
	0.94	23.30	1.69	0.001 3	2.539 9	3.558 8
	0.92	22.98	1.78	0.001 4	2.578 1	3.849 0

以 $(u_a - u_w)_i = (u_a - u_w)_{i-1} + 50(i - 1)$, $(i = 2, 3, 4, \dots)$, $(u_a - u_w)_1 = 100$ kPa 的方式选取基质吸力在 0~144 000 kPa 之间的数据进行计算,以 600 kPa、850 kPa 的 CL-50(0.95) 为例,则体积含水率:

$$\theta^{i-1} = (0.317\ 3 - 0.014\ 0) \left[\frac{1}{1 + (0.001\ 2 \times 600)^{2.175\ 3}} \right]^{2.890\ 4} + 0.014\ 0 = 10.99\%$$

$$\theta^i = (0.317\ 3 - 0.014\ 0) \left[\frac{1}{1 + (0.001\ 2 \times 850)^{2.175\ 3}} \right]^{2.890\ 4} + 0.014\ 0 = 5.24\%$$

转化为质量含水量: $w^{i-1} = 0.041\ 0$ (g/g), $w^i = 0.019\ 6$ (g/g)。

通过式(4)得到对应的相对湿度:

$$RH^{i-1} = \exp\left(-\frac{600 \times 0.018}{8.314 \times 298}\right) = 99.57\%$$

$$RH^i = \exp\left(-\frac{850 \times 0.018}{8.314 \times 298}\right) = 99.38\%$$

由式(7)计算单位质量土体被气体或水填充的孔隙体积,即:

$$V_p^{i-1} = 0.041\,0(\text{cm}^3/\text{g}), V_p^i = 0.019\,6(\text{cm}^3/\text{g})$$

则在第*i*步时,每单位质量固体内水所占的孔隙体积减小量为:

$$\Delta V_p^i = 0.041\,0 - 0.019\,6 = 0.021\,4(\text{cm}^3/\text{g})$$

假设接触角 $\alpha=0$,水的表面张力取 $T_s=0.072\,\text{N/m}$,由式(5)和式(6)得: $r_k^{i-1}=2\,400.0\text{\AA}$, $r_k^i=1\,694.1\text{\AA}$,其中 $\text{\AA}=1.0\times 10^{-10}\,\text{m}$ 。

假设液体水分子所占区域的横截面面积约为 $A=10.8\,\text{\AA}^2$,Avogadro 常数 $N_A=6.02\times 10^{23}/\text{mol}$,吸附水分子的有效直径:

$$\tau = \frac{v_w}{AN_A} = 2.77(\text{\AA})$$

代入到式(10)得吸附水膜的厚度为:

$$t^{i-1} = 2.77 \times \left[-\frac{5}{\ln(0.995\,7)}\right]^{1/3} = 29.0(\text{\AA})$$

$$t^i = 2.77 \times \left[-\frac{5}{\ln(0.993\,8)}\right]^{1/3} = 25.8(\text{\AA})$$

再由式(9)计算实际孔隙半径:

$$r_p^{i-1} = 2\,400.0 + 29.0 = 2\,429.0(\text{\AA})$$

$$r_p^i = 1\,694.1 + 25.8 = 1\,719.9(\text{\AA})$$

用(11)式计算平均孔隙半径:

$$(r_p^i)_{\text{avg}} = \frac{r_p^i + r_p^{i-1}}{2} = \frac{2\,429.0 + 1\,719.9}{2} = 2\,074.5(\text{\AA})$$

按照上述方式计算,汇总三种土样计算结果,根据公式(12)的适用条件,选择孔隙体积 ΔV_p^i 在 $0.01\,\text{cm}^3$ 以上的数据计算等效毛细直径,如表 2 所示。

表 2 等效毛细直径

Tab. 2 Equivalent capillary diameter

土样	压实度	等效孔径/ $\text{\AA}$
CL-61	0.95	334 519
	0.93	345 432
	0.92	352 264
CL-50	0.95	354 347
	0.94	366 548
	0.92	374 805
CL-38	0.96	399 373
	0.94	423 428
	0.92	429 462

4 公式验证

在非饱和土体结构内部,曲折连通的微小孔隙的存在使其具备了毛细上升的前提条件。在毛细管力的作用下,水分沿着相互连通的孔隙通道向上迁移。当毛细管内的水柱达到最大高度时,我们认为重力作用下的水柱质量与沿水-固交界面上的表面张力达到平衡。如图 3 所示,通过分析虚线圆圈内毛细上升水柱的力学平衡,可以推算毛细上升的最大高度 h_{max} ,见式(14)。

$$h_{\text{max}} = \frac{2\beta T_s \cos\alpha \sum \Delta V_p^i}{\rho_w g \sum (\Delta V_p^i (r_p^i)_{\text{avg}})} \tag{14}$$

式中: g 表示重力加速度。

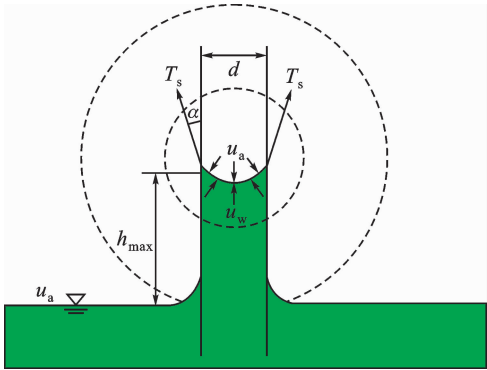


图 3 小直径管内毛细上升的力学平衡
Fig. 3 Mechanical equilibrium of capillary rise in small diameter tubes

将求得的等效毛细直径代入式(14),计算最大毛细上升高度,并与实验结果对比,如表 3 所示。由表 3 可知,计算值与实验值基本符合,说明该种计算方式具有一定的合理性。

表 3 计算与实验结果对比

Tab. 3 Comparison between calculation and experimental results

土样	计算值/cm	实验范围/cm
CL-61(0.95)	87.85	85~90
CL-61(0.93)	85.08	85~90
CL-61(0.92)	83.43	80~85
CL-50(0.95)	82.93	80~85
CL-50(0.94)	80.17	80~85
CL-50(0.92)	78.41	75~80
CL-38(0.96)	73.58	70~75
CL-38(0.94)	69.40	65~70
CL-38(0.92)	68.43	65~70

5 结 论

本文对重塑红粘土进行研究,通过理论计算和大量室内实验得到几点结论。

1) 根据实验总结并借助于统计理论,推导获得了粘土等效孔径的经验公式,增量步以非常数公差递增数列的方式取值,详细介绍了计算过程及公式的适用条件。

2) 根据公式法求得的毛细水最大上升高度和一维毛细实验结果较为接近,基本相符,证明了不同黏粒含量土样等效孔径计算公式是合理可行的。可为类似研究提供相应参考,同时也可作为估算路基最大毛细上升高度的一种方法。

3) 本文获得的经验公式是基于较多假设和简化而建立的,是对非饱和土孔隙定量研究的初步探讨,因此在后续研究中有必要进行完善和全面的分析。

参考文献:

- [1] LI J, ZHAO C, CAI G, et al. A model considering solid-fluid interactions stemming from capillarity and adsorption mechanisms in unsaturated expansive clays[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(26): 3314-3324.
- [2] 刘杰,姚海林,卢正,等. 非饱和土路基毛细作用的数值与解析方法研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(2): 421-427.
LIU Jie, YAO Hailin, LU Zheng, et al. Study of analytic and numerical methods for capillary action of unsaturated soil subgrade [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(2): 421-427.
- [3] 董斌,张喜发,李欣,等. 毛细水上升高度综合试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(10): 1569-1574.
DONG Bin, ZHANG Xifa, LI Xin, et al. Comprehensive tests on rising height of capillary water[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(10): 1569-1574.
- [4] ARYA L M, PARIS J F. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data[J]. Soil Science Society of America Journal, 1981, 45(6): 1023-1030.
- [5] GRIFFITHS F J, GOSHI R C. Changes in pore size distribution due to consolidation of clays[J]. Geotechnique, 1989, 39(1): 159-167.
- [6] 张先伟,孔令伟,郭爱国,等. 基于 SEM 和 MIP 试验结构性黏土压缩过程中微观孔隙的变化规律[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(2): 406-412.
ZHANG Xianwei, KONG Lingwei, GUO Aiguo, et al. Evolution of microscopic pore of structured clay in compression procession based on SEM and MIP test[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 31(2): 406-412.
- [7] 梁健伟,房营光. 极细颗粒黏土渗流特性试验研究[J].

- 岩石力学与工程学报, 2010, 29(6): 1222-1230.
- LIANG Jianwei, FANG Yingguang. Experimental study of seepage characteristics of tiny-particle clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 29(6): 1222-1230.
- [8] 陶高梁,张季如,庄心善,等. 压缩变形影响下的土-水特征曲线及其简化表征方法[J]. 水利学报, 2014, 45(10): 1239-1246.
TAO Gaoliang, ZHANG Jiru, ZHUANG Xinshan, et al. Influence of compression deformation on the soil-water characteristic curve and its simplified representation method[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(10): 1239-1246.
- [9] 孙德安,高游,刘文捷,等. 红黏土的土水特性及其孔隙分布[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(2): 351-356.
SUN Dean, GAO You, LIU Wenjie, et al. Soil-water characteristic and pore-size distribution of lateritic clay [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(2): 351-356.
- [10] 宋盛渊,王清,孙铁,等. 不同地基处理条件下吹填土孔隙分布特征[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2015, 35(2): 46-51.
SONG Shengyuan, WANG Qing, SUN Tie, et al. Pore distribution characteristics of dredger fill consolidated by different methods. [J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2015, 35(2): 46-51.
- [11] 卢宁,力科思. 非饱和土力学[M]. 韦昌富,侯龙,简文星,译,北京: 高等教育出版社, 2012.
- [12] FAYBISHENKO B A. Hydraulic behavior of quasi-saturated soils in the presence of entrapped air: Laboratory experiments [J]. Water Resources Research, 1995, 31(10): 2421-2435.
- [13] 张华,吴争光. 封闭气泡对一维积水入渗影响的试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(增刊 2): 132-137, 148.
ZHANG Hua, WU Zhengguang. Experimental research on the effect of entrapped air on one-dimensional ponded water infiltration[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(S2): 132-137, 148.
- [14] 谈云志,孔令伟,郭爱国,等. 压实红黏土水分传输的毛细效应与数值模拟[J]. 岩土力学, 2010, 31(7): 2289-2294.
TAN Yunzhi, KONG Lingwei, GUO Aiguo, et al. Capillary effect of moisture transfer and its numerical simulation of compacted laterite soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(7): 2289-2294.
- [15] 薛海斌,党发宁,尹小涛,等. 土水特征曲线形状对降雨条件下土质边坡稳定性的影响研究[J]. 西安理工大学学报, 2014, 30(3): 253-260, 250.
XUE Haibin, DANG Faning, YIN Xiaotao, et al. Research on the effect of shape of soil-water characteristic curve on soil slope stability under rainfall condition[J]. Journal of Xi'an university of Technology, 2014, 30(3): 253-260, 250.