DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2019.01.014

基于 ELECTRE 的犹豫二元语义多属性群决策方法

刘　蕊[1]，王秋萍[1]，肖燕婷[1]，闫海霞[2]

(1.西安理工大学 理学院，陕西 西安 710054；2.西安理工大学高科学院，陕西 西安 710109)

摘要： 针对属性权重完全未知，属性值为犹豫二元语义信息的多属性群决策问题，提出了一种基于 ELECTRE 的犹豫二元语义多属性群决策方法。定义了犹豫二元语义元比较的可能度公式，引入了犹豫二元语义元的距离测度。利用犹豫二元语义可能度公式确定和谐集、不和谐集与无差异集，分别根据可能度和距离测度确定和谐指数及不和谐指数，并构建相应的矩阵，通过和谐矩阵与不和谐矩阵余矩阵的 Hadamard 乘积确定综合优势矩阵，进而确定净优势值并实现方案间的排序。最后通过算例说明所提方法的可行性和有效性。

关键词： 犹豫二元语义信息；可能度公式；距离测度；ELECTRE 法；多属性群决策

中图分类号： C934　　**文献标志码：** A　　**文章编号：** 1006-4710(2019)01-0086-08

Hesitant 2-tuple linguistic multi-attribute group decision-making method based on ELECTRE

LIU Rui[1], WANG Qiuping[1], XIAO Yanting[1], YAN Haixia[2]

(1. School of Sciences, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China; 2. The Hi-tech College of Xi'an University of Technology, Xi'an 710109, China)

Abstract: A hesitant 2-tuple linguistic multi-attribute group decision-making method based on ELECTRE method is proposed to solve the multi-attribute decision-making problems in which the attribute weight is completely unknown, with the attribute value being of hesitant 2-tuple linguistic information. The possibility degree formula for comparing two hesitant 2-tuple linguistic elements is defined, with the distance measure introduced. The hesitant 2-tuple linguistic concordance set, discordance set, and the indifference set are determined by the possibility degree formula in the method. The hesitant 2-tuple linguistic concordance and discordance indices are respectively determined based on the possibility degree and the distance measure, with their corresponding matrices constructed. The comprehensive dominance matrix is determined via the Hadamard product between the concordance matrix and the complementary matrix of the discordance matrix, the net dominant value is determined, and the alternatives are ranked. Finally, an example is given to demonstrate the feasibility and effectiveness by using the proposed method.

Key words: hesitant 2-tuple linguistic information; possibility degree formula; distance measure; ELECTRE method; multi-attribute group decision-making

在现实决策过程中，由于客观事物的复杂性，决策信息有时以“好”、“坏”、“一般”这样的语言术语来表达，但在以往处理语言评价信息的过程中，往往存在着信息损失和集结结果不精确的问题。为此，Herrera 和 Martínez[1] 于 2000 年提出用由一个语言术语和[−0.5，0.5)中的一个数值组成的 2 元组，即二元语义模型来处理语言信息，避免了语言评价信息集成和运算过程中出现的信息损失和扭曲的问题[2]。2016 年，Beg 和 Rashid[3] 进一步提出了犹豫二元语义信息模型的概念。该模型考虑到了决策者在[−0.5，0.5)中的多个数值之间犹豫的情况，因此比二元语义模型更适合处理模糊性和不确定性。本文将研究属性值为犹豫二元语义信息的多属性群决策问题。

收稿日期： 2018-06-06

基金项目： 国家自然科学基金资助项目(11601419)；陕西省教育厅 2015 年科研计划资助项目(15JK2068)

作者简介： 刘蕊，女，硕士生，研究方向为模糊决策方法及应用。E-mail：369469802@qq.com

通讯作者： 王秋萍，女，博士，教授，研究方向为预测技术与决策分析。E-mail：qpwang@xaut.edu.cn

已有的大多数决策方法都是建立在承认属性间的完全可补偿性的假设之上的。也就是说，方案 A_i 在某个属性 j_1 上比 A_k 差，而且无论差多少，都可以通过其他属性 $j(j \neq j_1)$ 上的 $A_i \succ_j A_k$ 进行补偿，使方案对的总体比较结果为 $A_i \succ A_k$[4]。在实际决策过程中，这种处理方法有时是不合理的。比如，过期的食品即使很便宜人们也不会购买，即食品的价格属性不能完全补偿质量属性。因此，在决策过程中考虑属性间的部分可补偿性是非常有必要的。ELECTRE(法文 Elimination et Choice Translating Reality 的缩写)方法是一种基于级别高于关系[5-6]的多属性决策方法，它通过不和谐性检验反映决策人关于属性间的部分可补偿性。此外，该方法具有算理简明、过程清晰、对决策矩阵信息利用相对充分等特点[7]，众多学者对它进行了改进与应用[8-12]。文献[8]提出了犹豫模糊和谐集与不和谐集的概念，构造了强、弱级别高于关系，从而确定了方案间的排序。文献[9]提出了在区间二元语义环境下的 ELECTRE 和 ANP 的混合方法，其中，利用基于似然的偏好度定义和谐集、不和谐集和无差异集。文献[10]采用一种改进的 ELECTRE 方法[11]确定方案排序，以帮助消费者决定购买哪种农产品。针对决策信息为区间犹豫模糊集的决策问题，文献[12]提出了一种基于级别高于关系的决策新方法。

文献[12]将 ELECTRE 方法拓展到区间犹豫模糊决策环境中，受此启发，本文将 ELECTRE 方法拓展到犹豫二元语义决策环境中，提出了一种基于 ELECTRE 方法的犹豫二元语义多属性群决策方法。该方法基于犹豫二元语义可能度比较公式定义了犹豫二元语义和谐指数，结合文献[10－12]中的 ELECTRE 方法改进思想确定综合优势矩阵，并凭借净优势值对方案进行排序。最后，通过实例分析及与已有文献方法的比较分析说明所提方法的可行性和有效性。

1　基础知识

二元语义是基于符号转移值的概念提出来的，通常用二元组 (s_i, α) 来表示语言评价信息，s_i 是语言术语集 $S=\{s_0, s_1, \cdots, s_g\}$ 中的元素，α 为符号转换值并且 $\alpha \in [-0.5, 0.5)$。

定义 1[1]　设 $S=\{s_0, s_1, \cdots, s_g\}$ 为一个语言术语集，$\beta \in [0, g]$ 是语言术语经集结运算得到的实数，则与 β 对应的二元语义可通过函数 Δ 得到：

$$\Delta: [0, g] \to S \times [-0.5, 0.5)$$

$$\Delta(\beta)=(s_i, \alpha)=\begin{cases} s_i, & i=\mathrm{round}(\beta) \\ \alpha=\beta-i, & \alpha \in [-0.5, 0.5) \end{cases} \tag{1}$$

式中，round(·)表示通常的四舍五入取整运算。

定义 2[1]　设 $S=\{s_0, s_1, \cdots, s_g\}$ 为一个语言术语集，若 (s_i, α) 表示二元语义，则存在逆函数 Δ^{-1} 将二元语义转换成相应的数值 $\beta \in [0, g]$，即：

$$\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5) \to [0, g]$$

$$\Delta^{-1}(s_i, \alpha)=i+\alpha=\beta \tag{2}$$

为了定义犹豫二元语义元的可能度比较公式，本文首先给出两个二元语义间的二元关系。

定义 3　设 $S=\{s_0, s_1, \cdots, s_g\}$ 为一个语言术语集，(s_i, α_i) 和 (s_j, α_j) 为任意的两个二元语义，二元关系 p 定义为：

$$p((s_i, \alpha_i), (s_j, \alpha_j))=\begin{cases} 1, & (s_i, \alpha_i) > (s_j, \alpha_j) \\ 0, & (s_i, \alpha_i) \leqslant (s_j, \alpha_j) \end{cases} \tag{3}$$

2　犹豫二元语义术语集

定义 4[3]　设 X 为一论域，$S=\{s_0, s_1, \cdots, s_g\}$ 为一个语言术语集，X 上的一个犹豫语言术语集 A 可以表示为

$$A=\{(x, h(x)) \mid x \in X\} \tag{4}$$

式中，$h(x)=(s_i, \alpha_{ij})$，$x \in X$。

犹豫二元语义表达模型利用一个二元组 (s_i, α_{ij}) 表达犹豫语言信息，其中，s_i 为 S 上的一个语言术语，α_{ij} 是$[-0.5, 0.5)$的一个有限子集，表示 s_i 可能的符号转移值。

称 $h(x)=(s_i, \alpha_{ij})$ 为一个犹豫二元语义元，表示为 $h=(s_i, \alpha_{ij})=\{(s_i, a_k) \mid k=1,2,\cdots,l(h)\}$，$h$ 的上界为 $h^+=\max\{a_k \mid (s_i, a_k) \in h\}$，下界为 $h^-=\min\{a_k \mid (s_i, a_k) \in h\}$。

基于犹豫模糊语言可能度比较公式[13]的定义思想，本文将给出两个犹豫二元语义元大小的可能度比较公式。

定义 5　设 $h_1=(s_i, \alpha_{ij})=\{(s_i, a_k) \mid k=1,2,\cdots,l(h_1)\}$ 与 $h_2=(s_l, \alpha_{lm})=\{(s_l, b_n) \mid n=1,2,\cdots,l(h_2)\}$ 是任意的两个犹豫二元语义元，则 $h_1 \geqslant h_2$ 的可能度比较公式为：

$$P(h_1 \geqslant h_2)=\frac{0.5l(h_1 \cap h_2)+\sum_{k=1}^{l(h_1)}\sum_{n=1}^{l(h_2)} p((s_i, a_k), (s_l, b_n))}{l(h_1)l(h_2)} \tag{5}$$

式中，$(s_i, a_k) \in h_1$，$(s_l, b_n) \in h_2$，$h_1 \cap h_2 = \{(s_i, a_k) \mid (s_i, a_k) \in h_1$ 且 $(s_i, a_k) \in h_2\}$。

犹豫二元语义元的可能度比较公式具有如下性质。

1) 规范性：$0 \leqslant P(h_1 \geqslant h_2) \leqslant 1$。

2) 直观性：若 $h_1^- > h_2^+$，则 $P(h_1 \geqslant h_2) = 1$；若 $h_1^+ < h_2^-$，则 $P(h_1 \geqslant h_2) = 0$。

3) 互补性：$P(h_1 \geqslant h_2) + P(h_2 \geqslant h_1) = 1$。

4) 自反性：若 $h_1 = h_2$，则 $P(h_1 \geqslant h_2) = P(h_2 \geqslant h_1) = 0.5$。

5) 传递性：若 $P(h_1 \geqslant h_2) \geqslant 0.5$，$P(h_2 \geqslant h_3) \geqslant 0.5$，则 $P(h_1 \geqslant h_3) \geqslant 0.5$。

证明　易知定义5满足性质1)和5)，下面就性质2)～4)给出相应的证明。

2) 若 $h_1^- > h_2^+$，则：

$$P(h_1 \geqslant h_2) = \frac{0.5 \times 0 + l(h_1)l(h_2)}{l(h_1)l(h_2)} = 1 \tag{6}$$

若 $h_1^+ < h_2^-$，则：

$$P(h_1 \geqslant h_2) = \frac{0.5 \times 0 + 0}{l(h_1)l(h_2)} = 0 \tag{7}$$

3) $P(h_1 \geqslant h_2) + P(h_2 \geqslant h_1)$

$$= \frac{0.5l(h_1 \cap h_2) + \sum_{k=1}^{l(h_1)} \sum_{n=1}^{l(h_2)} p((s_i, a_k), (s_l, b_n))}{l(h_1)l(h_2)} + \frac{0.5l(h_1 \cap h_2) + \sum_{n=1}^{l(h_2)} \sum_{k=1}^{l(h_1)} p((s_l, b_n), (s_i, a_k))}{l(h_1)l(h_2)}$$
$$= \left(l(h_1 \cap h_2) + \sum_{k=1}^{l(h_1)} \sum_{n=1}^{l(h_2)} p((s_i, a_k), (s_l, b_n)) + \sum_{n=1}^{l(h_2)} \sum_{k=1}^{l(h_1)} p((s_l, b_n), (s_i, a_k))\right) \Big/ l(h_1)l(h_2) = 1 \tag{8}$$

4) 若 $h_1 = h_2$，则 $P(h_1 \geqslant h_2) = P(h_2 \geqslant h_1)$。又 $P(h_1 \geqslant h_2) + P(h_2 \geqslant h_1) = 1$，则 $P(h_1 \geqslant h_2) = P(h_2 \geqslant h_1) = 0.5$。

例1　设 $h_1 = (s_5, (0.2, 0.3))$ 与 $h_2 = (s_5, (-0.1, 0.1, 0.2))$ 是两个犹豫二元语义元，则 $P(h_1 \geqslant h_2) = \frac{0.5 \times 1 + 5}{2 \times 3} = 0.9167$，即 $h_1 \geqslant h_2$ 的可能度为0.916 7。

定义6[3]　设 (s_i, α_{ij}) 与 (s_l, α_{lm}) 是两个任意的犹豫二元语义元，且 $\alpha_{ij} = \{a_k \mid k = 1, 2, \cdots, l(\alpha_{ij})\}$，$\alpha_{lm} = \{b_n \mid n = 1, 2, \cdots, l(\alpha_{lm})\}$，则 (s_i, α_{ij}) 和 (s_l, α_{lm}) 之间的距离被定义如下：

$$d((s_i, \alpha_{ij}), (s_l, \alpha_{lm})) = |i - l| + \max\left\{\max_{a_k \in \alpha_{ij}}\left\{\min_{b_n \in \alpha_{lm}}(|a_k - b_n|)\right\}, \max_{b_n \in \alpha_{lm}}\left\{\min_{a_k \in \alpha_{ij}}(|a_k - b_n|)\right\}\right\} \tag{9}$$

例2　考虑例1中的犹豫二元语义元 h_1 和 h_2，根据定义6可得 h_1 和 h_2 之间的距离为 $d(h_1, h_2) = 0 + 0.3 = 0.3$。

3　基于ELECTRE的犹豫二元语义多属性群决策方法

针对犹豫二元语义多属性群决策问题，设方案集为 $A = \{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$，属性集为 $C = \{C_1, C_2, \cdots, C_n\}$，决策者集为 $D = \{D_1, D_2, \cdots, D_t\}$。决策者 $D_l \in D$ 给出的决策矩阵为 $\boldsymbol{X}^{(l)} = (x_{ij}^{(l)})_{m \times n} = ((s_{ij}^{(l)}, \alpha_{ij}^{(l)}))_{m \times n}$，其中，$x_{ij}^{(l)}(i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, n)$ 表示决策者 D_l 对候选方案 $A_i \in A$ 关于属性 $C_j \in C$ 的犹豫二元语义元形式的偏好信息。属性的权重向量为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)^{\mathrm{T}}$，满足 $\omega_j \in [0,1]$，$\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1$。

3.1　个体决策矩阵的集结

将 t 个决策者所给的犹豫二元语义决策矩阵 $\boldsymbol{X}^{(l)} = (x_{ij}^{(l)})_{m \times n} = ((s_{ij}^{(l)}, \alpha_{ij}^{(l)}))_{m \times n}(l = 1, 2, \cdots, t)$ 集结为群决策矩阵 $\boldsymbol{X} = (x_{ij})_{m \times n} = ((s_{ij}, \alpha_{ij}))_{m \times n}(i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, n)$，集结方法为：

$$s_{ij} = \nabla(s_{ij}^{(1)}, s_{ij}^{(2)}, \cdots, s_{ij}^{(t)}) \tag{10}$$

其中，算子 ∇ 的定义[3]为 $\nabla(s_i^{(1)}, s_j^{(2)}, \cdots, s_m^{(t)}) = s_{\mathrm{round}\left(\frac{i+j+\cdots+m}{t}\right)}$，round(·)表示通常的四舍五入运算，且：

$$\alpha_{ij} = \{a \mid a \in \alpha_{ij}^{(l)}, r_{p_{ij}} \leqslant a \leqslant r_{q_{ij}}, l = 1, 2, \cdots, t\} \tag{11}$$

其中，$r_{p_{ij}} = \min\{\min_{l=1}^{t}(\max \alpha_{ij}^{(l)}), \max_{l=1}^{t}(\min \alpha_{ij}^{(l)})\}$，$r_{q_{ij}} = \max\{\min_{l=1}^{t}(\max \alpha_{ij}^{(l)}), \max_{l=1}^{t}(\min \alpha_{ij}^{(l)})\}$。

属性分为效益型属性和成本型属性，本文利用式(10)构建规范化犹豫二元语义群决策矩阵 $\boldsymbol{Y} = (y_{ij})_{m \times n}$：

$$y_{ij} = \begin{cases} x_{ij}, & \text{效益型属性 } C_j \\ \mathrm{neg}(x_{ij}), & \text{成本型属性 } C_j \end{cases} \tag{12}$$

式中，$\mathrm{neg}(x_{ij})$ 可以根据式(13)确定。

$$\mathrm{neg}(h) = \{\Delta(g - (\Delta^{-1}(s_i, a_k))) \mid k = 1, 2, \cdots, l(h)\} \tag{13}$$

3.2 属性权重的确定

偏差最大化法是一种根据各属性下所有候选方案评价值之间的差异来确定属性权重的方法，差异越大的属性对决策的作用越大，其权重也就越大。计算第 $j(j=1,2,\cdots,n)$ 个属性下所有候选方案间的总偏差为 V_j：

$$V_j=\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}d(x_{ij},x_{kj}) \tag{14}$$

式中，$d(x_{ij},x_{kj})$ 表示候选方案 A_i 与 $A_k(i,k=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 在属性 C_j 下的距离。则第 $j(j=1,2,\cdots,n)$ 个属性的权重为：

$$\omega_j=V_j\Big/\sum_{j=1}^{n}V_j,\ j=1,2,\cdots,n \tag{15}$$

3.3 犹豫二元语义和谐性指数与不和谐性指数

在传统 ELECTRE 法中，通过方案在各属性下的成对比较 (A_i,A_k) 可以将属性的下标集 $J=\{j\mid j=1,2,\cdots,n\}$ 分为三类，即和谐集、不和谐集和无差异集。本文根据方案 A_i 不劣于方案 A_k 的可能度 $P_{ik}^{j}=P(x_{ij},x_{kj})(i,k=1,2,\cdots,m$ 且 $k\neq i;j=1,2,\cdots,n)$ 确定犹豫二元语义和谐集、不和谐集和无差异集：

$$J_{ik}^{+}=\{j\mid 1\leqslant j\leqslant n,\ P_{ik}^{j}>0.5\} \tag{16}$$

$$J_{ik}^{-}=\{j\mid 1\leqslant j\leqslant n,\ P_{ik}^{j}<0.5\} \tag{17}$$

$$J_{ik}^{=}=\{j\mid 1\leqslant j\leqslant n,\ P_{ik}^{j}=0.5\} \tag{18}$$

传统 ELECTRE 法中的和谐指数 I_{ik} 为：

$$I_{ik}=\Big(\sum_{j\in J_{ik}^{+}}\omega_j+\sum_{j\in J_{ik}^{=}}\omega_j\Big)\Big/\sum_{j=1}^{n}\omega_j \tag{19}$$

由于 $\sum_{j=1}^{n}\omega_j=1$，则式(19)为：

$$I_{ik}=\sum_{j\in J_{ik}^{+}}\omega_j+\sum_{j\in J_{ik}^{=}}\omega_j \tag{20}$$

传统 ELECTRE 法中的和谐指数 I_{ik} 是方案 A_i 不劣于方案 A_k 的那些属性的权重之和在所有属性权重的总和中所占的比例，没有考虑方案属性值之间的差异。因此，本文基于可能度比较公式定义犹豫二元语义和谐指数 c_{ik} 为方案 A_i 不劣于方案 A_k 的那些属性下可能度的加权之和，具体为：

$$c_{ik}=\sum_{j\in J_{ik}^{+}}\omega_j\cdot P_{ik}^{j}+\sum_{j\in J_{ik}^{=}}\omega_j\cdot P_{ik}^{j} \tag{21}$$

式中，$\omega_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为属性 $C_j\in C$ 的权重值，$c_{ik}\in[0,1]$ 表示方案 A_i 不劣于方案 A_k 的程度。c_{ik} 越大，表示方案 A_i 不劣于方案 A_k 的程度越大。

不和谐性指数 d_{ik} 是指方案 A_i 与方案 A_k 在不和谐属性下的相对差异，它反映了候选方案之间的有限补偿。也就是说，当某个属性下的两个候选方案之间的差异达到一定程度时，决策者将拒绝其他属性下的收益对于该属性下的损失的补偿。不和谐性指数 d_{ik} 具体由式(22)确定。

$$d_{ik}=\frac{\max\limits_{j\in J_{ik}^{-}}\omega_j d(A_{ij},A_{kj})}{\max\limits_{j\in J}\omega_j d(A_{ij},A_{kj})} \tag{22}$$

式中，$\omega_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为属性 C_j 的权重值。$d_{ik}\in[0,1]$ 能够反映方案 A_i 与方案 A_k 的相对劣势程度，并且 d_{ik} 越大，表示方案 A_i 劣于方案 A_k 的程度越大。

根据犹豫二元语义和谐性指数与不和谐性指数分别构建犹豫二元语义和谐性矩阵 $\boldsymbol{C}=(c_{ik})_{m\times m}$ 与不和谐性矩阵 $\boldsymbol{D}=(d_{ik})_{m\times m}$。

3.4 对候选方案排序

本文通过计算净优势值实现候选方案的排序。为此，需要根据犹豫二元语义和谐矩阵 $\boldsymbol{C}$ 及不和谐矩阵 $\boldsymbol{D}$ 的余矩阵 $\boldsymbol{D}'=(1-d_{ik})_{m\times m}$ 的 Hadamard 乘积确定综合优势矩阵 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{C}\circ\boldsymbol{D}'=(e_{ik})_{m\times m}$，其中：

$$e_{ik}=c_{ik}(1-d_{ik}) \tag{23}$$

e_{ik} 越大，表示方案 A_i 不劣于方案 $A_k(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$ 的程度越大。进一步的，根据式(24)确定方案 A_i 的净优势值：

$$N_i=\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{m}e_{ik}-\sum_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{m}e_{li} \tag{24}$$

式中，N_i 越大，说明方案 A_i 越优。

将各方案的净优势值按照降序的顺序排列，就可以得到各方案由优到劣的排序。

3.5 决策步骤

基于以上分析，提出一种基于 ELECTRE 的犹豫二元语义多属性群决策方法。具体步骤如下：

Step 1：根据 3.1 节集结决策者们的决策信息，得到群决策矩阵 $\boldsymbol{X}=(x_{ij})_{m\times n}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$，并根据式(12)～(13)构建规范化犹豫二元语义群决策矩阵 $\boldsymbol{Y}=(y_{ij})_{m\times n}$。

Step 2：根据式(14)～(15)确定属性权重。

Step 3：根据定义 5 计算属性 $C_j(j=1,2,\cdots,n)$ 下方案 A_i 和方案 $A_k(i,k=1,2,\cdots,m$ 且 $k\neq i)$ 两两比较的可能度，并构建可能度矩阵 $\boldsymbol{P}^{j}=(P_{ik}^{j})_{m\times m}$。

Step 4：根据式(16)～(18)确定和谐集、不和谐集和无差异集。

Step 5：构建和谐性矩阵 $\boldsymbol{C}=(c_{ik})_{m\times m}$，其中，和

谐指数 c_{ik} 由式(21)确定。

Step 6:构建不和谐性矩阵 $\boldsymbol{D}=(d_{ik})_{m\times m}$,其中,不和谐指数 d_{ik} 由式(22)确定。

Step 7:根据式(23)构建综合优势矩阵 $\boldsymbol{E}=(e_{ik})_{m\times m}$。

Step 8:根据式(24)确定各方案的净优势值,并按降序排序,即净优势值越大的候选方案越优。

4 算例分析

本文算例来自文献[3]。一家信贷公司要将资金投资于最佳候选企业。现有5个可供选择的投资企业:冰箱公司 A_1,食品公司 A_2,建筑公司 A_3,电影业 A_4,软件公司 A_5;4个评价属性:增长因子 C_1,税收问题 C_2,风险问题 C_3,社会影响 C_4。其中,C_1 与 C_4 是收益型属性,C_2 与 C_3 是成本型属性。设决策委员会有三位决策者 $D_l(l=1,2,3)$,决策者根据语言术语集 $S=\{s_0,s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6\}$={极差,非常差,差,中等,好,非常好,极好}给出的犹豫二元语义决策矩阵 $\boldsymbol{X}^{(l)}=(x_{ij}^{(l)})_{5\times 4}(l=1,2,3)$ 见表1~3。

本文所提方法的决策步骤如下。

Step 1:根据3.1节确定的群决策矩阵 $\boldsymbol{X}=(x_{ij})_{5\times 4}$ $(i=1,2,\cdots,5;j=1,2,\cdots,4)$,见表4。根据式(12)和式(13)构建的规范化群决策矩阵 $\boldsymbol{Y}=(y_{ij})_{5\times 4}$,见表5。

Step 2:根据式(14)~(15)得到属性权重分别为 $\omega_1=0.2401$,$\omega_2=0.2234$,$\omega_3=0.2155$,$\omega_4=0.3210$。

Step 3:根据定义5计算属性 $C_j(j=1,2,\cdots,4)$ 下方案 A_i 和 A_k $(i,k=1,2,\cdots,5$ 且 $k\neq i)$ 两两比较的可能度 P_{ik}^j,并构建可能度矩阵 $\boldsymbol{P}^j=(P_{ik}^j)_{5\times 5}$。

表1 犹豫二元语义决策矩阵 $\boldsymbol{X}^{(1)}$

Tab.1 Hesitant 2-tuple linguistic decision matrix $\boldsymbol{X}^{(1)}$

A	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_3,(-0.3,0,0.2))$	$(s_4,(0.2,0.32,0.45))$	$(s_2,(0.2,0.3))$	$(s_2,(-0.3,0.1))$
A_2	$(s_2,(0,0.1,0.2))$	$(s_3,(-0.48,-0.2,0))$	$(s_3,(-0.45,0.1))$	$(s_4,(-0.2,0.1,0.2))$
A_3	$(s_4,(-0.3,0.1,0.2))$	$(s_3,(-0.1,0.2))$	$(s_5,(-0.2,0,0.4))$	$(s_2,(-0.3,0.1,0.2))$
A_4	$(s_5,(-0.1,0,0.2))$	$(s_2,(0,0.2,0.4))$	$(s_2,(-0.5,-0.3))$	$(s_3,(-0.45,-0.25))$
A_5	$(s_6,(-0.4,-0.3,0.1))$	$(s_2,(-0.1,0.2,0.3))$	$(s_1,(-0.45,-0.2))$	$(s_4,(-0.4,-0.1,0))$

表2 犹豫二元语义决策矩阵 $\boldsymbol{X}^{(2)}$

Tab.2 Hesitant 2-tuple linguistic decision matrix $\boldsymbol{X}^{(2)}$

A	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_2,(-0.3,-0.1))$	$(s_5,(-0.1,0,0.1))$	$(s_1,(-0.2,0.3))$	$(s_3,(0.1,0.2,0.4))$
A_2	$(s_1,(0.4))$	$(s_2,(0.2,0.3))$	$(s_4,(0.3,0.4))$	$(s_5,(-0.45,-0.2,-0.1))$
A_3	$(s_3,(0.1,0.3))$	$(s_2,(-0.1,0.2))$	$(s_4,(0.1,0.3))$	$(s_1,(-0.3,-0.2,0))$
A_4	$(s_6,(0.2,0.4))$	$(s_3,(-0.4,0.3))$	$(s_2,(0.2,0.4))$	$(s_4,(0.1,0.3,0.4))$
A_5	$(s_4,(-0.2,0.1))$	$(s_3,(-0.2,0.15))$	$(s_2,(-0.1,0.2))$	$(s_5,(-0.1,0.3))$

表3 犹豫二元语义决策矩阵 $\boldsymbol{X}^{(3)}$

Tab.3 Hesitant 2-tuple linguistic decision matrix $\boldsymbol{X}^{(3)}$

A	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_4,(-0.5,0.1,0.2))$	$(s_5,(0.2,0.3))$	$(s_3,(0.1,0.2))$	$(s_1,(0,0.1,0.2))$
A_2	$(s_3,(-0.4,-0.1))$	$(s_2,(0,0.2,0.4))$	$(s_5,(-0.3,-0.2))$	$(s_3,(-0.2,-0.1,0))$
A_3	$(s_2,(-0.2,0,0.1))$	$(s_5,(-0.05,0.2))$	$(s_4,(0,0.1,0.25))$	$(s_1,(-0.3,-0.2,0))$
A_4	$(s_4,(-0.3,-0.1,0))$	$(s_4,(0,0.25,0.45))$	$(s_2,(0.1,0.2,0.3))$	$(s_3,(-0.1,0.2,0.3))$
A_5	$(s_3,(-0.1,0.1,0.3))$	$(s_2,(-0.2,-0.1,0))$	$(s_3,(0.1,0.4,0.45))$	$(s_6,(-0.05,0.25))$

表 4 犹豫二元语义群决策矩阵 $\boldsymbol{X}$

Tab. 4 Hesitant 2-tuple linguistic group decision matrix $\boldsymbol{X}$

A	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_3,(-0.3,-0.1))$	$(s_5,(-0.1,0.1,0.2))$	$(s_2,(0.2))$	$(s_2,(0.1))$
A_2	$(s_2,(-0.1,0,0.1,0.2,0.4))$	$(s_2,(0,0.2))$	$(s_4,(-0.2,0.1,0.3))$	$(s_4,(-0.2,-0.1))$
A_3	$(s_3,(0.1))$	$(s_3,(-0.05,0.2))$	$(s_4,(0.1,0.25))$	$(s_1,(-0.3,-0.2,0))$
A_4	$(s_5,(0,0.2))$	$(s_3,(0,0.2,0.25,0.3))$	$(s_2,(-0.3,0.1,0.2))$	$(s_3,(-0.25,-0.1,0.1))$
A_5	$(s_4,(-0.1,0.1))$	$(s_2,(-0.1,0))$	$(s_2,(-0.2,-0.1,0.1))$	$(s_5,(-0.05,0))$

表 5 规范化犹豫二元语义群决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$

Tab. 5 Normalized hesitant 2-tuple linguistic group decision matrix $\boldsymbol{Y}$

A	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_3,(-0.3,-0.1))$	$(s_1,(-0.2,-0.1,0.1))$	$(s_4,(-0.2))$	$(s_2,(0.1))$
A_2	$(s_2,(-0.1,0,0.1,0.2,0.4))$	$(s_4,(-0.2,0))$	$(s_2,(-0.3,-0.1,0.2))$	$(s_4,(-0.2,-0.1))$
A_3	$(s_3,(0.1))$	$(s_3,(-0.2,0.05))$	$(s_2,(-0.25,-0.1))$	$(s_1,(-0.3,-0.2,0))$
A_4	$(s_5,(0,0.2))$	$(s_3,(-0.3,-0.25,-0.2,0))$	$(s_4,(-0.2,-0.1,0.3))$	$(s_3,(-0.25,-0.1,0.1))$
A_5	$(s_4,(-0.1,0.1))$	$(s_4,(0,0.1))$	$(s_4,(-0.1,0.1,0.2))$	$(s_5,(-0.05,0))$

$$\boldsymbol{P}^1=\begin{bmatrix}0.5&1&0&0&0\\0&0.5&0&0&0\\1&1&0.5&0&0\\1&1&1&0.5&1\\1&1&1&0&0.5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}^2=\begin{bmatrix}0.5&0&0&0&0\\1&0.5&1&1&0.125\\1&0&0.5&0.8125&0\\1&0&0.1875&0.5&0\\1&0.875&1&1&0.5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}^3=\begin{bmatrix}0.5&1&1&0.1667&0\\0&0.5&0.5833&0&0\\0&0.4167&0.5&0&0\\0.8333&1&1&0.5&0.3889\\1&1&1&0.6111&0.5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}^4=\begin{bmatrix}0.5&0&1&0&0\\1&0.5&1&1&0\\0&0&0.5&0&0\\1&0&1&0.5&0\\1&1&1&1&0.5\end{bmatrix}$$

Step 4：根据式(16)～(18)确定和谐集、不和谐集和无差异集，其中，“—”表示不存在使得方案 A_i 与 A_k ($i,\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ 5$ 且 $k\neq i$) 满足集合 J_{ik}^{+}、J_{ik}^{-} 或 $J_{ik}^{=}$ 条件的属性。

$$(J_{ik}^{+})_{5\times5}=\begin{bmatrix}\text{—}&1,3&3,4&\text{—}&\text{—}\\2,4&\text{—}&2,3,4&2,4&\text{—}\\1,2&1&\text{—}&2&\text{—}\\1,2,3,4&1,3&1,3,4&\text{—}&1\\1,2,3,4&1,2,3,4&1,2,3,4&2,3,4&\text{—}\end{bmatrix}$$

$$(J_{ik}^{-})_{5\times5}=\begin{bmatrix}\text{—}&2,4&1,2&1,2,3,4&1,2,3,4\\1,3&\text{—}&1&1,3&1,2,3,4\\3,4&2,3,4&\text{—}&1,3,4&1,2,3,4\\\text{—}&2,4&2&\text{—}&2,3,4\\\text{—}&\text{—}&\text{—}&1&\text{—}\end{bmatrix}$$

$$(J_{ik}^{=})_{5\times5}=\begin{bmatrix}\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}\\\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}\\\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}\\\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}\\\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}&\text{—}\end{bmatrix}$$

Step 5：构建和谐性矩阵 $\boldsymbol{C}=(c_{ik})_{5\times5}$。

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}\text{—}&0.4556&0.5365&0&0\\0.5444&\text{—}&0.6701&0.5444&0\\0.4635&0.2401&\text{—}&0.2234&0\\0.9641&0.4556&0.7766&\text{—}&0.2401\\1&0.9721&1&0.6761&\text{—}\end{bmatrix}$$

Step 6：构建不和谐性矩阵 $\boldsymbol{D}=(d_{ik})_{5\times5}$。

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} - & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.7005 & - & 0.3136 & 1 & 1 \\ 0.9648 & 1 & - & 1 & 1 \\ 0 & 0.5014 & 0.0331 & - & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3740 & - \end{bmatrix}$$

Step 7:构建综合优势矩阵 $\boldsymbol{E}=(e_{ik})_{5\times5}$ 。

$$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} - & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1630 & - & 0.4600 & 0 & 0 \\ 0.0163 & 0 & - & 0 & 0 \\ 0.9641 & 0.2271 & 0.7509 & - & 0 \\ 1 & 0.9721 & 1 & 0.4232 & - \end{bmatrix}$$

Step 8:根据式(22)分别计算净优势值,得到 $N_1=-2.1434$, $N_2=-0.5762$, $N_3=-2.1946$, $N_4=1.5189$, $N_5=3.3953$。根据净优势值越大,相应方案越优的排序原则有 $N_5>N_4>N_2>N_1>N_3$,则 $A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$,故 A_5 为最佳候选企业。

为了说明本文所提和谐指数的有效性,基于本文所提方法,按式(20)计算和谐指数,可得本文算例中各方案的净优势值依次为 $N_1=-2.1793$, $N_2=-0.5426$, $N_3=-2.2562$, $N_4=1.3521$, $N_5=3.6260$。比较分析见表6。由表6可知,基于两种和谐指数的排序结果是一致的,但利用式(21)计算和谐指数所得各方案的净优势值间差异比式(20)的略小,这主要是因为式(21)的和谐指数进一步考虑了方案两两比较的可能度信息。

此外,将本文所提方法与文献[3]、文献[14]的方法进行比较分析,结果见表7。由表7可知,三种方法的排序结果均为 $A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$,最佳候选企业为 A_5,这说明本文所提方法是可行的。

表6 基于两种和谐指数的排序结果比较

Tab.6 Comparison of ranking results based on two kinds ofconcordance indices

和谐指数	净优势值					排序
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
式(20)的和谐指数	−2.179 3	−0.542 6	−2.256 2	1.352 1	3.626 0	$A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$
式(21)的和谐指数	−2.143 4	−0.576 2	−2.194 6	1.518 9	3.395 3	$A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$

表7 不同方法的排序结果

Tab.7 Ranking results by different methods

方法	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	排序
文献[3]的方法	0.383 1	0.459 5	0.297 9	0.651 9	0.737 7	$A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$
文献[14]的方法	0.151 4	0.191 0	0.147 0	0.228 0	0.282 6	$A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$
本文的方法	−2.143 4	−0.576 2	−2.194 6	1.518 9	3.395 3	$A_5>A_4>A_2>A_1>A_3$

5 结 语

针对犹豫二元语义多属性群决策问题,本文提出了一种基于ELECTRE的犹豫二元语义多属性群决策方法。

该方法利用可能度比较公式确定和谐集、不和谐集与无差异集,基于加权可能度确定和谐指数,基于距离测度确定不和谐指数,并根据净优势值实现对候选方案的排序。

所提方法对候选方案的排序是基于部分可补偿性的条件,同时避免了根据强弱关系图进行排序的复杂过程。

最后通过一个算例及与其他方法的比较分析,说明了该方法的可行性与有效性。

参考文献:

[1] HERRERA F, MARTINEZ L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, 8(6): 746-752.

[2] 丁勇,梁昌勇,朱俊红,等. 群决策中基于二元语义的主客观权重集成方法[J]. 中国管理科学, 2010, 18(5): 165-170.
DING Yong, LIANG Changyong, ZHU Junhong, et al. A subjective and objective weights integrated method based on 2-tuple linguistic for group decision making[J]. Chinese Journal of Management Science, 2010, 18(5): 165-170.

[3] BEG I, RASHID T. Hesitant 2-tuple linguistic information in multiple attributes group decision making[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2016, 30: 109-

116.

[4] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京：科学出版社，2003.

[5] CELIK E, GUMUS A T. An outranking approach based on interval type-2 fuzzy sets to evaluate preparedness and response ability of non-governmental humanitarian relief organizations[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 101: 21-34.

[6] ZHANG Hongyu, PENG Honggang, WANG Jing, et al. An extended outranking approach for multi-criteria decision-making problems with linguistic intuitionistic fuzzy numbers[J]. Applied Soft Computing, 2017, 59: 462-474.

[7] 赵岳，邢立宁，姚锋，等. 基于 ELECTRE 的航天测控方案评价方法[J]. 系统工程理论与实践，2014，34(9)：2457-2464.
ZHAO Yue, XING Lining, YAO Feng, et al. Space monitoring and control scheme evaluation based on the ELECTRE[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(9): 2457-2464.

[8] CHEN Na, XU Zeshui. Hesitant fuzzy ELECTRE II approach: a new way to handle multi-criteria decision making problems[J]. Information Sciences, 2015, 292: 175-197.

[9] WAN Shuping, XU Gaili, DONG Jiuying. Supplier selection using ANP and ELECTRE II in interval 2-tuple linguistic environment[J]. Information Sciences, 2017, 385-386: 19-38.

[10] LIAN J W, KE C K. Using a modified ELECTRE method for an agricultural product recommendation service on a mobile device[J]. Computers and Electrical Engineering, 2016, 56: 277-288.

[11] CHI Y L, LEE C W, CHEN C Y. A selection approach for optimized web services compositions[J]. Electronic Commerce Studies, 2004, 2(3): 297-314.

[12] 王亚萍，王秋萍，熊国强. 基于级别高于关系的区间犹豫模糊决策新方法[J]. 西安理工大学学报，2017，33(1)：86-92.
WANG Yaping, WANG Qiuping, XIONG Guoqiang. A novel method for decision-making with the interval-valued hesitant fuzzy set based on outranking relation [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2017, 33(1): 86-92.

[13] 冯向前，谭倩云，钱钢. 犹豫模糊语言的可能度排序方法[J]. 控制与决策，2016，31(4)：640-646.
FENG Xiangqian, TAN Qianyun, QIAN Gang. Possibility degree methods for ranking hesitant fuzzy linguistic sets[J]. Control and Decision, 2016, 31(4): 640-646.

[14] 冯向前，刘琦，魏翠萍. 基于犹豫模糊二元语义的多属性决策方法[J]. 运筹与管理，2018，27(1)：17-22.
FENG Xiangqian, LIU Qi, WEI Cuiping. Hesitant fuzzy 2-tuple linguistic multiple attribute decision making method[J]. Operations Research and Management Science, 2018, 27(1): 17-22.

（责任编辑　王绪迪）