DOI:10.19322/j. cnki. issn. 1006-4710. 2018. 01. 014

# 基于自由曲面设计的 LED 光源系统光束准直研究

刘国强,赵 恒,华灯鑫,张 佳

(西安理工大学 机械与精密仪器工程学院,陕西 西安 710048)

摘要:为了提高 LED 灯具效率和照明系统光效,提出了一种对光源光束进行准直设计的自由曲面 透镜设计方法。基于 LED 的朗伯型光强分布特性,采用 MATLAB 进行全内反射(TIR)透镜自由 曲面的数据计算,将获得的样条曲线导入 SolidWorks 中生成三维 TIR 结构,最后利用 TracePro 对 TIR 透镜进行光线追迹。准直模拟结果表明,光源的能量利用率在 90.5%以上,光束的发散半 角控制在±1.9°以内,得到了较好的准直效果,实现了较高的能量利用率。

关键词:发光二极管;自由曲面;全内反射透镜;准直

**中图分类号:** TN312<sup>+</sup>.8 文献标志码: A 文章编号: 1006-4710(2018)01-0087-05

#### Collimation of LED light source based on freeform surface

LIU Guoqiang, ZHAO Heng, HUA Dengxin, ZHANG Jia

(School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China) **Abstract:** In order to improve the efficiency of LED lamps and the luminous efficiency of the lighting system, a freeform surface lens design method is proposed. Based on the Lambertian intensity distribution of LED, the data of the freeform surface of the total internal reflection is calculated by MATLAB, with the obtained splines to import the SolidWorks to generate the 3D TIR structure, and thus the rays passing through the TIR lens are traced by TracePro. The collimation simulation results show that the energy utilization of the light source is above 90.5%, and that the divergence angle of the beam is controlled within  $\pm 1.9$  degrees. The better collimation and the higher energy utilization are obtained.

Key words: LED; freeform surface; total internal reflection lens; collimation

LED 作为第四代照明光源或绿色光源,具有效 率高、节能、寿命长、可靠性强、环保等优点,广泛应 用于各种指示、显示、装饰、户外照明、背光源<sup>[1]</sup>等领 域。LED 接近理论上的"点光源",在设计光学系统 时,易于精确地定位发光点,但因其朗伯型分布和发 散角较大,不能直接用于照明,需要进行二次光学设 计才能满足需求。二次光学设计首先是对光源发出 的光束进行准直,通常采用的光学元件主要有两种: 全内反射(TIR)透镜和复合抛物面聚光器(CPC),两 者都有较好的汇聚光线的作用。与 TIR 相比,CPC 设计需要有较长的轴向距离,而且当设计元件较小 时,会因集光角增大产生较大的几何聚光比<sup>[2]</sup>。

本文采用自由曲面拟合成的全内反射(TIR)透 镜来重新配光,以达到照明的需求。该光学器件的 设计方法主要有两种:一种是试错法<sup>[3]</sup>,该方法是通 过试验排除的方法进行设计研究,根据已有的知识 或设计经验进行最新模型的构建,通过光学软件和 改变光学器件参量来仿真每种情况,从而获得设计 曲面的模型,其不足之处是需花费很多时间和精力。 另一种是数值解法<sup>[47]</sup>,主要通过求解一系列微分方 程组来进行光学设计,用微分方程组将光源光束与 设计曲面相结合,限制光源出射光束的方向,使其能 够达到预设的目标。通过求解方程组,建立透镜模 型。综合比较后,本文选择数值解法进行自由曲面 结构设计。

### 1 TIR 透镜的数学建模

图1为TIR透镜结构示意图。图1中①和③

收稿日期: 2017-03-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51205308)

作者简介:刘国强,男,硕士生,研究方向为 LED 光源二次光学设计研究。E-mail:1241553321@qq.com

通讯作者: 赵恒,男,副教授,博士,研究方向为光机系统设计、光场耦合计算等。E-mail:540238946@qq.com

为自由曲线,即 TIR 透镜的反射部分和透射部分,除了这两部分,其他部分均为直线,②为 LED 光源。 该三维结构首先是通过数值计算得到差值曲线,再 将该曲线导入 SolidWorks 软件中,通过旋转一周得 到三维模型。



图 1 TIR 透镜结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of total internal reflection lens

# 1.1 自由曲面反射部分的坐标计算

TIR 透镜反射曲面的计算如图 2 所示。假定光 源在原点,光源设定为理想光源,全内反射透镜的中 心轴与 *x* 轴重合, $\theta_{max}$  是入射光线能够进入反射面 的最大角度,将该角平均分成 *N* 等份, $\theta_1$ , $\theta_2$ ,..., $\theta_i$ 为从 *x* 正半轴逆时针旋转至出射光线的角度,光线 经折射界面进入 TIR 中, $E_0$ , $E_1$ , $E_2$ ,..., $E_i$  是入射 光线 与 *y* = *R* 的交点, $F_0$ ( $x_0$ ,  $y_0$ ), $F_1$ ( $x_1$ ,  $y_1$ ),  $F_2(x_2, y_2)$ ,..., $F_i(x_i, y_i)$ 是光线入射到 TIR 透镜后 与反射线的交点,也是需要求解的坐标。



图 2 TIR 透镜反射曲面计算 Fig. 2 Calculation of reflection surface of TIR lens

图 2 中,  $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_i$ 分别表示入射和反射光线 在曲线上点  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_i$ 处的法向量,  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_i$ 分别 表示出射光线与透镜后端面的交点, R为 TIR 透镜 半径初始值。 该部分计算采用迭代法,要得到递推公式,首先 要求出  $F_0$ 和  $F_1$ 两点坐标的关系,进而求解其它 点。设  $E_0(0,R)$ , $F_0(x_0, y_0)$ , $OE_1$ 的方向单位矢量 为  $e_1$ , $EF_1$ 的方向单位矢量为  $f_1$ , $\theta_1$ 是  $OE_1$ 与 x轴 的夹角,则有  $E_1(R\cot\theta_1, R)$ ,由此可建立  $\theta_{max}$ 与  $\theta_i$ 的关系式:

$$\theta_i = 90^\circ - i \cdot \frac{\theta_{\max}}{N} \tag{1}$$

式中,*i*=0,1,2,…,*N*。 由空间 Snell 定理<sup>[8]</sup>有

$$n \cdot \boldsymbol{f}_1 - \boldsymbol{e}_1 = \lambda \cdot \boldsymbol{q}_1 \tag{2}$$

式中, $\lambda$ 为常量;n为折射率; $q_1$ 为单位法向向量,且 平行于 y轴,则有:

$$\boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{q}_1 = (0, \boldsymbol{U}_1) \tag{3}$$

式中,U1表示法向量的模长。

$$\boldsymbol{e}_1 = \frac{\boldsymbol{O}\boldsymbol{E}_1}{\mid \boldsymbol{O}\boldsymbol{E}_1 \mid} = (\cos\theta_1, \sin\theta_1) \qquad (4)$$

由(1)式和(2)式可得:

$$\boldsymbol{f}_1 = \frac{\boldsymbol{E}_1 \boldsymbol{F}_1}{\mid \boldsymbol{E}_1 \boldsymbol{F}_1 \mid} = \left(\frac{\cos\theta_1}{n}, \frac{U_1 + \sin\theta_1}{n}\right) \quad (5)$$

由图 2 可知,  $F_1G_1$  平行于 x 轴,则有  $F_1G_1$  单位 方向向量为 I, I = (1,0), 令  $T_1(M_{x1}, M_{y1})$ 为反射点  $F_1$ 点的法向向量,则对于反射光线  $E_1F_1$  和  $F_1G_1$ , 由空间 Snell 定理有:

$$n(1,0) - n \cdot f_1 = T_1 \tag{6}$$

由式(6)可得:

$$\mathbf{T}_{1} = \begin{bmatrix} n - \cos\theta_{1}, -(U_{1} + \sin\theta_{1}) \end{bmatrix}$$
(7)

反射曲线被分成 N 等分,当 N 取值较大时,可 认为线段  $F_0F_1$  为该条曲线在  $F_1$  点的切线, $F_0F_1 = (x_1 - x_0, y_1 - y_0)$ ,则  $F_0F_1 = T_1$  垂直。关系式为:

 $M_{x1} \cdot (x_1 - x_0) + M_{y1} \cdot (y_1 - y_0) = 0$  (8) 因为线段向量  $E_1 F_1 = f_1$ 是共线向量,坐标有 如下的关系式:

$$\frac{x_1 - R\cot\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{y_1 - R}{U_1 + \sin\theta_1} \tag{9}$$

$$\sin^2\theta_1 + \cos^2\theta_1 = 1 \tag{10}$$

由空间 Snell 定理和式(10),可知:

$$U_1 = \sqrt{n^2 - \cos^2 \theta_1} - \sin \theta_1 \tag{11}$$

通过式(1)~(11),能够计算出  $x_0$ 、 $y_0$ 、 $x_1$ 、 $y_1$ 之间的关系。可以通过递推公式得出其他点:

$$\begin{cases} U_{i} = \sqrt{n^{2} - \cos^{2}\theta_{i}} - \sin\theta_{i} \\ M_{xi} = n - \cos\theta_{i} \\ M_{yi} = -(U_{i} + \sin\theta_{i}) \\ \frac{x_{i} - R\cot\theta_{i}}{\cos\theta_{i}} = \frac{y_{i} - R}{U_{i} + \sin\theta_{i}} \\ M_{x_{i+1}} \bullet (x_{i+1} - x_{i}) + M_{y_{i+1}} \bullet (y_{i+1} - y_{i}) = 0 \end{cases}$$

$$(12)$$

其中 *i*=0,1,2,...,*N*。

由式(12),运用 MATLAB 编程,可以计算出曲线 上每个离散点的坐标,然后通过插值得到该样条曲线。

# 1.2 透射部分坐标计算

TIR 透镜透射部分的计算,如图 3 所示。图中 OE<sub>0</sub> 所在的直线与 x 轴的夹角  $\theta_{max}$  为该部分的最大 入射角,透射部分曲线被分成 N 等分,OE<sub>1</sub>,OE<sub>2</sub>, …,OE<sub>i</sub> 与 x 轴的夹角分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i$ (其中  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ),设 E<sub>0</sub>(Rcot $\theta_1, R$ ), E<sub>1</sub>( $x_1, y_1$ )。



图 3 TIR 透镜透射部分计算图 Fig. 3 Transmission section of TIR lens

图 3 中,  $N_0$ 、 $N_1$  表示入射和反射光线在  $E_0$ 、 $E_1$ 点处的法向量,  $G_0$ 、 $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_i$ 表示出射光线与 TIR 透镜后端面的交点。

由图 3 可以得到以下关系:

$$x_1 = y_1 \cdot \cot\theta_1 \tag{13}$$

$$\theta_i = \theta_{\max} - i \cdot \frac{\theta_{\max}}{N} \tag{14}$$

设入射光线  $OE_0$  的单位法向向量为  $e_0 =$ (cos $\theta_1$ , sin $\theta_1$ ),  $E_0$  点入射光线和透射光线的法线向 量为  $V_0 = (H_{x0}, H_{y0})$ , 因为线段  $E_0G_0$  平行于 x 轴, 则向量  $E_0G_0$  的单位方向向量为  $g_0 = (1,0)$ , 由空间 Snell 公式有:

$$\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{g}_0 - \boldsymbol{e}_0 = \boldsymbol{V}_0 \tag{15}$$

由式(15)可得:

$$\mathbf{V}_0 = (n - \cos\theta_1, -\sin\theta_1) \tag{16}$$

与求解反射面解法相同,当该曲线被无限均匀 分割时,*E*<sub>0</sub>*E*<sub>1</sub>垂直于*E*<sub>0</sub>点的法线,于是有:

$$\boldsymbol{E}_{0}\boldsymbol{E}_{1}\boldsymbol{\cdot}\boldsymbol{V}_{0}=0 \tag{17}$$

即:

$$(n - \cos\theta_1)(x_1 - x_0) + (-\sin\theta_1)(y_1 - y_0) = 0$$
(18)

由式(13)~(18),可以计算出 x<sub>0</sub>、y<sub>0</sub>、x<sub>1</sub>、y<sub>1</sub>之间的 关系式,依次类推就可以求出其它点的坐标,整体的 递推公式为:

$$\begin{cases} \theta_{i} = \theta_{\max} - i \cdot \frac{\theta_{\max}}{N} \\ H_{xi} = n - \cos\theta_{i} \\ H_{yi} = -\sin\theta_{i} \\ x_{i} = y_{i} \cdot \cot\theta_{i} \\ (n - \cos\theta_{i})(x_{i+1} - x_{i}) + (-\sin\theta_{i})(y_{i+1} - y_{i}) = 0 \end{cases}$$
(19)

通过式(19),再加上 MATLAB 对其进行编程,就可 以求出所有的离散点,然后再通过插值求出该样条曲线。

## 2 基于数值求解的 TIR 曲面建模

由第一部分所建立的数学模型,通过 MAT-LAB编程,建立透镜的初始结构,便可以得到反射 部分和透射部分的曲面。设计 TIR 透镜的初始参 数如表1 所示。

	表 1	设计 TIR 透镜的初始参数
Tah	1 Init	ial parameters of TIR lens desig

参数	取值
材料(PMMA)折射率	1.493 5
曲线份数 N	4 500
$E_0$ 纵坐标 $r/mm$	3.5
折射面最大入射角/(°)	60
透射面最大入射角/(°)	30
$F_0$ 纵坐标 $y_0/mm$	4

对数值方程进行求解,获得离散点,通过插值运算 得到自由曲线,所得的曲线和三维图如图4和图5所示。



由图 4(a)可知,该曲线的初始点为(0,4),运用 迭代方法求解出曲线上的坐标,终点为(11.88, 11.68),用微元的思想对其进行分割求解,最大化地 获得最佳曲线。图 4(b)是图 4(a)的曲线经过旋转 一周得到的 TIR 透镜反射部分三维模型,通过该模 型可以直观观察 TIR 外部反射面的形状,能够更好 的对其进行优化。



图 5 TIR 透镜透射面曲线和三维图图示 Fig. 5 TIR lens transmission surface curve and three dimensional diagram

图 5 为全内反射(TIR)透镜的透射面母线,该 母线起始点为(6.06,3.50),终点为(4.16,0),该条 曲线是按照坐标值由大到小来计算的,即已知点为 最大点,然后再向着坐标轴反方向求解,同样是通过 迭代法运用微元的思想进行计算。图 5(b)是图 5 (a)经过旋转一周得到的 TIR 透射面三维图。

最终得到的 TIR 透镜两部分曲线如图 6 所示。 图 6 显示了全内反射透镜完整的曲线部分,红色代 表反射曲线,蓝色代表透射曲线。

通过以上部分的设计、编程计算,得到了 TIR 透镜的曲线母线部分,即一系列的离散点,然后通过 三次样条插值得到曲线,将 MATLAB 计算得到的 样条曲线的各个点的坐标导入到 SolidWorks 软件 中,并对缺少的部分进行完善,构成封闭的图形,再 通过旋转 360°构造三维 TIR 透镜,得到的结构如图 7 所示。



图 6 TIR 透镜两部分曲线图 Fig. 6 Curves of the two part of the TIR lens



图 7 TIR 透镜三维实体图示 Fig. 7 3D solid lens of TIR lens

图 7 是在 SolidWorks 软件中建立的三维 TIR 模型,由于导入的是一系列的离散点,首先需要对这两条曲线进行实体转换,才能够进行正常的编辑操作。

## 3 LED 光源准直仿真及分析

将第二部分建立的三维 TIR 透镜模型导入到 TracePro中,进行光源光线追迹仿真。本文采用 CREE 公司的 Cree XLamp XR-E LEDS 光源,该光 源的参数如表 2 所示。

表 2 LED 光源的参数 Tab. 2 Parameters of the LED light source

参数	取值
器件轮廓尺寸/mm	$7 \times 9$
最大功率/W	4
最大的光输出/lm	251
最大的结温/℃	150
最大的分级功效/(lm/W)	99

将三维模型导入 TracePro 中,初始的出光效果 图如图 8 所示。图 8 显示了由 LED 封装及光源、 TIR 透镜、接收板组成的 LED 光源准直结构系统。 其中 TIR 材料为聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA),出射 光线波长选 0.546 1 μm,接收板设置为完全吸收, 尺寸比出射光线略宽,这样能够获得更好的照度图。



图 8 LED 光源准直系统示意图 Fig. 8 Schematic diagram of LED light source collimating system

图 9 展示了芯片尺寸为 0.01 mm×0.01 mm 和 0.5 mm×0.5 mm 的光源的光束准直结果。从 图 中 可 以 看 出,该 光 源 光 束 的 接 收 率 分 别 为 90.623%和 90.593%,光强主要集中在半径为 2 mm 和 6 mm 的圆形区域内,具有较高的准直效率。

图 10(a)、(c)分别为 0.01 mm 点光源光束准直的 直角和极坐标配光曲线图,图 10(b)、(d)分别为 0.5 mm 面光源光束准直的直角和极坐标配光曲线图。

从图 10(a)、(c)的配光曲线可以得出,LED 光 源在 0~180°、45°~225°、90°~270°、135°~315°四

个光照面上的光强分布基本相同,如表3所示。



图 9 边长为 0.01 mm 点光源和 0.5 mm 面光源准直照度图 Fig. 9 Collimating illumination map of the length of 0.01 mm point light source and 0.5 mm surface light source



Fig. 10 Right and the polar coordinates of 0.01 mm point light source beam collimation and 0.5 mm surface light source beam collimation

DOF cable-driven mechanism with rotation in wind tunnel [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics. & Astronautics, 2011, 43(1): 75-78.

- [5] MORIZONO T, KURAHASHI K, KAWAMURA S. Realization of a virtual sports training system with parallel wire mechanism [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, April, 1997, Albuquerque, New Mexico: Proceedings. IEEE Xplore. c1997: 3025-3030.
- [6] 张其林. 索和膜结构 [M]. 上海: 同济大学出版社, 2002.
- [7] 刘志华,唐晓强,邵珠峰,等.6自由度索并联机构的振动特性[J].机械工程学报,2013,49(3):49-55.
  LIU Zhihua, TANG Xiaoqiang, SHAO Zhufeng, et al. Vibration characteristic of 6-DOF cable-driven parallel manipulator [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013,49(3):49-55.

- [8] 李辉,朱文白. 柔索牵引并联机构的静刚度分析 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(3): 8-16.
  LI Hui, ZHU Wenbai. Static stiffness analysis of flexible-cable-driven parallel mechanism [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(3): 8-16.
- [9] 杜敬利,保宏,崔传贞.基于等效模型的索牵引并联机 器人的刚度分析 [J].工程力学,2011,28(5): 194-199.

DU Jingli, BAO Hong, CUI Chuanzhen. Stiffness analysis of cable-driven parallel manipulators using equivalent model [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28 (5): 194-199.

[10] DIAO X, MA O. Vibration analysis of cable-driven parallel manipulators [J]. Multibody System Dynamics, 2009, 21(4): 347-360.

(责任编辑 周 蓓)

#### (上接第 91 页)

由两者对比可知,芯片尺寸为 0.01 mm 时,可以 获得较大的光强和较小的发散角,且两者的发散半角 都保持在±1.9°以内,得到了较好的准直结果。

	表 3	图 10 印	<b> </b>	等参数对	比	
Tab. 3	Con	trast of	light	intensity	and	other

matona in Finuna 10

参数	芯片 1	芯片 2				
芯片尺寸/mm	0.01	0.5				
四光照面光强分布	相同	相同				
最大光强/cd	$1.537 \times 10^{5}$	$1.156 \times 10^{5}$				
发散半角/(°)	1.494	1.855				

### 4 结 语

本文主要提出了一种基于自由曲面设计的全内 反射(TIR)透镜的设计方法,运用空间 Snell 定理等, 推导出原点光源的出射光线经过自由曲面准直的一 系列微分公式,再采用迭代法结合 MATLAB 编程, 计算出自由曲面上点的坐标,将这些三维坐标导入 SolidWorks 中建立 TIR 实体模型。TracePro 仿真 结果显示,光能利用率在 90.6%以上,发散半角控制 在±1.9°以内。该方法设计出的透镜不仅结构紧凑, 而且保证了照射面的亮度,有利于后续光学系统的设 计,同时也为 LED 光束整形提供了新的思路和借鉴。

#### 参考文献:

- [1] LEE C H. Angularly positioned LED-based spatial-temporal color separation system [J]. Optics Express, 2012, 20(17): 19109-19118.
- [2] 刘灵芝,李戬洪. 复合抛物面聚光器(CPC)光学分析研究[J]. 电力与能源,2006,27(2):52-56.
  LIU Lingzhi, LI Jianhong. The optical performance of compound parabolic concentrators (CPC) [J]. Energy Technology, 2006,27(2):52-56.
- [3] KUDAEV S, SCHREIBER P. Automated optimization of non-imaging optics for luminaries [J]. Proc Spie, 2005, 5962(5962): 59620B-59620B-9.
- [4] DING Y, ZHENG Z R, GU P F. Freeform lens design for LED illumination [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(6): 1486-1490.
- [5] DING Y, LIU X, ZHENG Z R, et al. Freeform LED lens for uniform illumination [J]. Optics Express, 2008, 16(17): 12958-12966.
- [6] ZHEN R Z, XIANG H, XU L. Freeform surface lens for LED uniform illumination [J]. Applied Optics, 2009, 48 (35): 6627-6634.
- [7] 丁毅,顾培夫.实现均匀照明的自由曲面反射器 [J].光 学学报,2007,27(3):540-544.
  DING Yi, GU Peifu. Freeform reflector for uniform illumination [J]. Acta Optical Sinica, 2007, 27 (3): 540-544.
- [8] 李晓彤, 岑兆丰. 几何光学, 相差, 光学设计 [M]. 杭 州: 浙江大学出版社, 2009: 6.

(责任编辑 周 蓓)