

DOI: 10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2017.02.003

# 基于非负矩阵分解原理的方案优选方法及其应用

解阳阳<sup>1</sup>, 黄强<sup>1</sup>, 李向阳<sup>2</sup>, 刘赛艳<sup>1</sup>, 王义民<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学 西北旱区生态水利工程国家重点实验室培育基地, 陕西 西安 710048;

2. 中国电建集团西北勘测设计研究院有限公司, 陕西 西安 710065)

**摘要:** 为解决多指标方案优选问题,进一步丰富方案优选方法,本文提出基于非负矩阵分解原理的方案优选方法。该方法剔除方案集中的无用评价指标,构建归一化方案指标矩阵,建立方案优选模型;利用布谷鸟算法对该模型求解,将方案指标矩阵最大近似程度地分解为基向量和权向量;以基向量为方案指标向量的公度向量,按照权向量元素大小对各方案进行优劣排序。该方法被用于多个水资源工程方案优选案例,结果表明:该方法优选过程比较客观,在不考虑指标权重的情况下得到了可靠、易于决策的评价结果。因此,该方法可与其它常用评价方法相互佐证,为多指标方案优选问题提供可靠的决策结果。

**关键词:** 节水灌溉; 供水工程; 水资源配置; 方案优选; 非负矩阵分解; 布谷鸟算法

**中图分类号:** N945      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1006-4710(2017)02-0138-07

## Method for optimal selection of schemes based on the non-negative matrix factorization principle and its applications

XIE Yangyang<sup>1</sup>, HUANG Qiang<sup>1</sup>, LI Xiangyang<sup>2</sup>, LIU Saiyan<sup>1</sup>, WANG Yimin<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory Base of Eco-hydraulic Engineering in Arid Area, School of Water Resources and Hydroelectricity Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. Northwest Engineering Corporation Limited, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** The method based on the non-negative matrix factorization (NMF) principle is presented for the optimal selection of multi-index schemes and the development of optimization. The scheme-index matrix (SIM) is constructed after removing all the useless indexes from the original evaluation indexes. The optimal selection model is built based on the NMF principle, with the normalized SIM. Based on the cuckoo search algorithm, the normalized SIM is decomposed into a base vector and a weight vector, ensuring the minimum decomposition deviation of the model. Finally, the base vector is considered as the common unit of all the column vectors of the normalized SIM, and each element of the weight vector represents the corresponding scheme's superior degree. The NMF method is employed for the optimization of water resources engineering schemes, with the results showing that the evaluation processes are objective and fair, and that the evaluation results are reliable and convenient even without considering the weights of indexes. Therefore, the NFM method could be validated with other optimization selection methods, and could provide reliable decision results.

**Key words:** water saving irrigation; water supply engineering; water resources allocation; optimal selection of schemes; non-negative matrix factorization; cuckoo search algorithm

多指标方案优选就是综合权衡各种指标对不同方案做出整体评价的过程,在实际操作中经常遇到指标不可公度、指标权重难确定和指标信息冗余的问题。张庆华等<sup>[1]</sup>、陈欢等<sup>[2]</sup>和邓丽娟等<sup>[3]</sup>分别利

**收稿日期:** 2016-11-25

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(91325201);水利部公益性行业科研专项资助项目(201501058);陕西省重点科技创新团队研究方向为(2012KCT-10);陕西省教育厅重点实验室资助项目(13JS069)

**作者简介:** 解阳阳,男,博士生,研究方向为水资源系统工程。E-mail:xieryang\_yang\_cool@126.com

**通讯作者:** 黄强,男,教授,博导,研究方向为水文学与水资源。Email:sy-sj@.xaut.edu.cn

用层次分析法、属性识别法和 TOPSIS 模型评价了节水灌溉方式;王英等<sup>[4]</sup>和殷峻暹等<sup>[5]</sup>分别应用模糊决策理论确定了最优水资源规划方案和最佳城市防洪标准;赵抓强等<sup>[6]</sup>利用灰色关联法筛选出郑州新区的最优引黄供水方案;董洪茂等<sup>[7]</sup>和高军省<sup>[8]</sup>分别通过集对分析法对城市供水方案和节水灌溉方案进行了优选;金菊良等<sup>[9]</sup>根据投影寻踪理论提出一种新的方案优选模型;杨丽美<sup>[10]</sup>结合 BP 神经网络模型评价了天津市水资源配置方案;邵磊等<sup>[11]</sup>利用主成分分析和熵权法评价了山西省各地市的水资源承载力。以上方法尽管在多指标方案优选中发挥了重要作用,但都存在一定局限性。多方法联合评价能够克服单一评价方法的局限性,得到更为可靠的优选结果,是方案评价方法发展的必然选择,也对方案评价方法类型提出更多的要求<sup>[12-13]</sup>。非负矩阵分解原理(Non-negative matrix factorization, NMF)在保证非负矩阵分解后所有分量非负的前提下,实现了多维矩阵非线性的维数约减,能够有效辨析多维非负矩阵的内部结构特点<sup>[14-16]</sup>。本文根据 NMF 原理提出一种新的方案优选方法,旨在丰富方案优选方法库,更好地解决多指标方案优选问题。

## 1 基于 NMF 原理的方案优选方法

将 NMF 原理引入多指标方案优选,对方案指标矩阵中的各指标向量进行综合比较,从中得到最优方案。假定所有的指标均为非负值且越大越好,则容易建立这样的方案指标矩阵:矩阵的行元素为各方案同一指标的数值,矩阵的列元素为同一方案不同指标的数值。利用 NMF 原理将方案指标矩阵最大近似程度地分解成一个列向量与一个行向量的乘积,该列向量表示方案指标矩阵中各列向量的公度向量,该行向量的元素代表对应方案的指标向量相对公度向量的大小即对应方案的优劣程度。

### 1.1 基于 NMF 原理的方案优选模型

设某多指标方案优选问题有  $n$  个可行方案和  $m$  个评价指标,  $z_{ij}$  ( $0 \leq z_{ij} \leq 1$ ) 为第  $j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 方案的第  $i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 指标的取值,所有指标都为越大越好型且所有方案同一指标不完全相同,建立该问题的方案指标矩阵:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{m1} & z_{m2} & \cdots & z_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

根据矩阵非负分解原理<sup>[15]</sup>,将矩阵  $\mathbf{Z}$  近似分解成列向量  $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_m)^\top$  与行向量  $\mathbf{H} = (h_1,$

$h_2, \dots, h_n)$  的乘积,其中  $v_i \in [0, 1], h_j \in [0, +\infty)$ 。近似分解偏差平方和的定义式如下:

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (z_{ij} - v_i \cdot h_j)^2 \quad (2)$$

为最大近似程度地分解矩阵  $\mathbf{Z}$ , 偏差平方和  $f$  需要达到最小化。因此,对式(2)分别关于  $v_i$  和  $h_j$  求偏导数,并令各偏导数为 0,得

$$\begin{cases} v_i = \frac{\sum_{j=1}^n z_{ij} \cdot h_j}{\sum_{j=1}^n h_j^2} \\ h_j = \frac{\sum_{i=1}^m z_{ij} \cdot v_i}{\sum_{i=1}^m v_i^2} \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)可知:当  $f$  最小化时,如果  $\mathbf{V}$  的所有元素同时变成原来的  $\mu$  倍 ( $0 \leq \mu \cdot v_i \leq 1$ ), 则  $\mathbf{H}$  的所有元素都会变成原来的  $1/\mu$ 。因此,矩阵  $\mathbf{Z}$  最大近似程度分解后的  $\mathbf{V}$  与  $\mathbf{H}$  有无限组合,即  $f$  最小化时的解不唯一。为保证矩阵  $\mathbf{Z}$  最大近似程度分解的唯一性,增加如下独立条件:

$$\sum_{i=1}^m v_i^2 = 1 \quad (4)$$

在式(4)约束下,矩阵  $\mathbf{Z}$  最大近似程度分解后的列向量为  $\mathbf{V}^* = (v_1^*, v_2^*, \dots, v_m^*)^\top$  与行向量  $\mathbf{H}^* = (h_1^*, h_2^*, \dots, h_n^*)$ , 在方案优选中分别被称为基向量和权向量,其数学意义是:以基向量  $\mathbf{V}^*$  为公度向量,通过权向量  $\mathbf{H}^*$  的元素数值表征矩阵  $\mathbf{Z}$  各列向量的大小。权向量  $\mathbf{H}^*$  中某元素的数值越大,其对应的方案越优。

### 1.2 基于 NMF 原理的方案优选步骤

1) 剔除无用评价指标,对评价指标归一化。

当所有方案同一指标的取值相同时,该指标对方案优选没有任何帮助,故在指标归一化前将其从评价指标体系中剔除。评价指标有三种常见类型:越大越好型、越小越好型和适度型(指标取值与标准值偏离越小越好)。针对越大越好型指标、越小越好型指标和适度型指标,分别按式(5)、式(6)和式(7)进行归一化处理,从而建立归一化的方案指标矩阵  $\mathbf{Y}$ 。

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - [x_i]_{\min}}{[x_i]_{\max} - [x_i]_{\min}} \quad (5)$$

$$y_{ij} = \frac{[x_i]_{\max} - x_{ij}}{[x_i]_{\max} - [x_i]_{\min}} \quad (6)$$

$$y_{ij} = \frac{|x_{ij} - x_i^*|}{|x_{ij} - x_i^*|_{\max}} \quad (7)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $x_{ij}$ 为第*j*方案的第*i*指标的原始值; $y_{ij}$ 是相应指标的归一化值; $[x_i]_{\max}$ 和 $[x_i]_{\min}$ 分别为所有方案中第*i*指标的最大原始值和最小原始值; $x_i^*$ 是第*i*指标的标准值; $|x_{ij} - x_i^*|$ 为第*j*方案的第*i*指标原始值与标准值之差的绝对值; $|x_{ij} - x_i^*|_{\max}$ 是所有方案中第*i*指标原始值与标准值之差的绝对值的最大值。

2) 确定评价指标权重,对指标加权处理。

根据决策者对各评价指标的偏好及重视程度,利用层次分析法、专家调查法等主观赋权法<sup>[17]</sup>确定各指标的权重,建立加权的方案指标矩阵 $Z$ :

$$Z = \begin{bmatrix} \omega_1 y_{11} & \omega_1 y_{12} & \cdots & \omega_1 y_{1n} \\ \omega_2 y_{21} & \omega_2 y_{22} & \cdots & \omega_2 y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_m y_{m1} & \omega_m y_{m2} & \cdots & \omega_m y_{mn} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $\omega_i$ 为第*i*指标的权重,所有指标权重均为非负值且它们的总和等于1。

3) 求解方案优选模型,获得基向量 $V^*$ 和权向量 $H^*$ 。

基于NMF原理的方案优选模型属于多维非线性问题,利用传统优化算法求解比较困难。布谷鸟算法<sup>[18]</sup>(Cuckoo search,CS)是由Yang等2009年提出的一种新型生物启发算法。该算法搜索机制简

单,调整参数较少,算法容易实现且运行效率高,能灵活跳出局部极值,具有良好的全局搜索能力。因此,本文采用CS算法求解1.1节中提出的方案优选模型,以式(2)中*f*为适应度函数,以式(3)中 $v_i$ 为决策变量,经过多次反复迭代最终求得基向量 $V^*$ 和权向量 $H^*$ 。

4) 对方案进行优劣排序,推荐最优方案。

根据权向量 $H^*$ 中元素数值给相应方案进行优劣排序,权向量 $H^*$ 中元素数值越大,对应方案越优。因此,权向量 $H^*$ 中最大元素对应的方案为最优方案。

需要说明的是,方案优选中的步骤(2)并非必须进行的。当决策者存在明显偏好或必须区分指标重要性的情况下,方案优选进行步骤(2),对加权的方案指标矩阵进行非负分解;否则,方案优选跳过步骤(2),直接进入步骤(3)。

## 2 在水资源工程方案优选中的应用

水资源工程方案优选属于一类典型的多指标方案优选问题。本文选择三个水资源工程(节水灌溉、供水工程和水资源配置)方案优选案例,并结合其它评价方法研究结果,用于检验基于NMF原理的方案优选方法的合理性。

### 2.1 节水灌溉方式优选

某节水灌溉项目有管道灌溉、喷灌、滴灌、小管出流灌溉4个方案(方案1~4)供选择<sup>[1,8-9]</sup>,评价指标见表1所示。

表1 节水灌溉方式评价指标

Tab.1 Evaluation indexes of water-saving irrigation modes

评价指标	方案1	方案2	方案3	方案4
NPV/万元	11.26	9.2	10.8	9.6
RR/%	0.112	0.128	0.135	0.142
PP/a	12.8	13.2	14.2	11.5
BCR	1.86	2.10	1.94	1.65
IU/%	85.2	91.6	82.4	83.2
II/mm·h <sup>-1</sup>	9.3	9.1	8.6	9.2
WUR/%	85	92	95	90
SR/%	92	90	86	82
TA/%	100	100	100	100
CA/%	100	90	80	100
PD/%	100	80	70	90
CC/%	0.9	0.8	0.7	0.8

注:NPV—净现值,RR—收益率,PP—投资回收期,BCR—效益费用比,IU—灌水均匀度,II—灌水强度,WUR—灌水利用率,SR—安全可靠,TA—地形适应性,CA—作物适应性,PD—农民欢迎程度,CC—施工便利性。

节水灌溉方式优选的指标体系不存在适度型指标,剔除无用指标  $TA$ 。 $PP$  属于越小越好型指标,其它指标都为越大越好型。对保留的指标进行归一

化,并对 4 种节水灌溉方案进行评价,结果见表 2 所示。根据权向量  $H^*$ ,4 种节水灌溉方案优劣排序依次为:方案 1、方案 2、方案 4 和方案 3。

表 2 节水灌溉方式归一化指标及评价结果

Tab. 2 Normalized indexes and evaluation results of water-saving irrigation modes

评价指标	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	$V^*$
$NPV$	1.000 0	0.000 0	0.776 7	0.194 2	0.258 2
$RR$	0.000 0	0.533 3	0.766 7	1.000 0	0.269 5
$PP$	0.518 5	0.370 4	0.000 0	1.000 0	0.282 3
$BCR$	0.466 7	1.000 0	0.644 4	0.000 0	0.270 8
$IU$	0.304 3	1.000 0	0.000 0	0.087 0	0.208 1
$II$	1.000 0	0.714 3	0.000 0	0.857 1	0.396 2
$WUR$	0.000 0	0.700 0	1.000 0	0.500 0	0.240 8
$SR$	1.000 0	0.800 0	0.400 0	0.000 0	0.318 4
$CA$	1.000 0	0.500 0	0.000 0	1.000 0	0.385 4
$PD$	1.000 0	0.333 3	0.000 0	0.666 7	0.315 5
$CC$	1.000 0	0.500 0	0.000 0	0.500 0	0.316 1
$H^*$	2.325 9	1.889 5	0.949 8	1.833 8	

文献[1]通过层次分析模型得到 4 个方案的总排序指标权重向量为:(0.747, 0.730, 0.713, 0.716)。文献[8]利用集对分析法得到 4 个方案与最佳方案的联系数(经验取值)向量为:(0.2465, 0.2162, 0.0187, 0.1040)。文献[9]用投影寻踪法得到 4 个方案的投影值向量为:(2.423, 1.643, 0.399, 1.642)。层次分析法、集对分析法和投影寻踪法都

认为方案 1 最优,与基于 NMF 原理的方案优选方法得到的最优方案一致。

## 2.2 供水工程方案优选

郑东新区龙湖引黄供水工程有 6 种可行方案<sup>[6]</sup>,分别为方案 1~6,各方案的评价指标值如表 3 所示。

表 3 龙湖引黄供水工程方案评价指标

Tab. 3 Evaluation indexes of Yellow River-Long Lake water supply projects

评价指标	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5	方案 6
$WCLL/km$	4.51	16.43	15.34	13.03	13.03	28.39
$PI/万元$	36 300	12 065	12 968	13 950	15 320	8 054
$AOC/万元$	1 298.31	1 098.65	889.21	1 215.66	1 285.76	1 359.3
$PP/a$	9.75	8.53	8.62	8.72	9.12	11.2
$IFCYR$	14.33	7.17	7.17	3.58	3.58	10.75
$ROP$	7.03	14.06	11.71	3.87	2.34	16.4
$SDWW$	8.46	2.81	2.81	19.73	19.73	14.09
$OMD$	2.31	11.59	6.95	11.59	6.95	9.26
$WQGD$	16.98	4.85	7.27	9.7	12.13	2.42
$EEI$	2.03	14.26	10.19	18.33	6.11	8.14

注: $WCLL$ —输水线路长度, $PI$ —工程投资, $AOC$ —年运行费, $IFCYR$ —对黄河防洪影响, $ROP$ —对原工程利用, $SDWW$ —取水条件优越度, $OMD$ —运行管理难度, $WQGD$ —水质保证程度, $EEI$ —改善生态环境。

在供水工程方案优选的指标体系中,不存在无用指标和适度型指标。 $ROP$ 、 $SDWW$ 、 $WQGD$  和  $EEI$  都属于越大越好型指标,其余指标都为越小越好型。对所有评价指标进行归一化,并对 6 种供水

工程方案进行评价,结果如表 4 所示。根据权向量  $H^*$ ,6 种供水工程方案优劣排序依次为:方案 4、方案 3、方案 5、方案 2、方案 1 和方案 6。

表 4 龙湖引黄供水方案归一化指标及评价结果

Tab. 4 Normalized indexes and evaluation results of Yellow River-Long Lake water supply projects

评价指标	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5	方案 6	V*
WCLL	1.000 0	0.500 8	0.546 5	0.643 2	0.643 2	0.000 0	0.321 6
PI	0.000 0	0.858 0	0.826 0	0.791 3	0.742 8	1.000 0	0.412 6
AOC	0.129 7	0.554 5	1.000 0	0.305 6	0.156 4	0.000 0	0.224 9
PP	0.543 1	1.000 0	0.966 3	0.928 8	0.779 0	0.000 0	0.434 7
IFCYR	0.000 0	0.666 0	0.666 0	1.000 0	1.000 0	0.333 0	0.385 4
ROP	0.333 6	0.833 6	0.666 4	0.108 8	0.000 0	1.000 0	0.255 4
SDWW	0.333 9	0.000 0	0.000 0	1.000 0	1.000 0	0.666 7	0.290 7
OMD	1.000 0	0.000 0	0.500 0	0.000 0	0.500 0	0.251 1	0.190 3
WQGD	1.000 0	0.166 9	0.333 1	0.500 0	0.666 9	0.000 0	0.250 5
EEI	0.000 0	0.750 3	0.500 6	1.000 0	0.250 3	0.374 8	0.299 3
H*	1.209 9	1.810 4	1.916 8	2.134 2	1.900 3	1.150 1	

文献[6]利用灰色关联分析法得到 6 种方案的灰色关联度向量为:(0.577,0.557,0.550,0.693,0.633,0.574),与基于 NMF 原理的方案优选方法得到的最优方案相同。事实上,郑东新区的龙湖引黄供水工程的确采用了方案 4。

### 2.3 水资源配置方案优选

2010 年天津市选定了 8 个可行性强的水资源配置方案<sup>[10]</sup>,分别为方案 1~8,各方案的评价指标值如表 5 所示。

表 5 2010 年天津市水资源配置方案指标

Tab. 5 Evaluation indexes of Tianjin city water allocation schemes in 2010

评价指标	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5	方案 6	方案 7	方案 8
RWLR/%	29.69	26.26	21.77	18.34	22.28	17.82	11.97	7.50
IWLR/%	28.79	11.19	16.22	0.00	21.94	3.15	8.52	0.00
AWLR/%	45.36	45.36	35.05	35.05	31.11	31.11	18.12	18.12
IOPCMW/(万元/m <sup>3</sup> )	1 157.76	1 099.10	1 112.67	1 040.76	1 204.84	1 145.05	1 168.91	1 111.11
GRIVA/%	105.64	143.49	132.53	159.61	119.73	159.11	149.85	159.61
HEI/亿元	34.05	58.63	49.30	73.48	60.01	84.19	80.86	99.04
SRA/10 <sup>8</sup> m <sup>3</sup>	3.60	3.60	8.29	8.29	3.60	3.60	8.29	8.29
IWRR/%	80.00	80.00	80.00	80.00	85.00	85.00	85.00	85.00
UCAI	0.57	0.57	0.57	0.57	0.75	0.75	0.75	0.75
UWSPLR/%	18.00	18.00	18.00	18.00	12.00	12.00	12.00	12.00

注:RWLR—区域缺水率,IWLR—工业缺水率,AWLR—农业缺水率,IOPCMW—单方水工业产出,GRIVA—工业增加值增长率,HEI—水利工程投资,SRA—污水回用量,IWRR—工业用水重复利用率,UCAI—农业灌溉有效利用系数,UWSPLR—城市供水管网漏失率。

在水资源配置方案优选的指标体系中,不存在无益指标和适度型指标。RWLR、IWLR、AWLR、HEI 和 UWSPLR 都属于越小越好型指标,其余指标都为越大越好型。对所有评价指标进行归一化,并对 8 种水资源配置方案进行评价,结果如表 6 所示。根据权向量  $H^*$ ,8 种节水灌溉方案优劣排序依次为:方案 8、方案 7、方案 6、方案 5、方案 4、方案 3、方案 2 和方案 1。

文献[10]利用模糊优选评价模型得到 8 个方案

从属于最优方案的隶属度向量为(0.018 0, 0.122 3, 0.252 6, 0.345 6, 0.665 5, 0.817 2, 0.971 7, 0.944 5),认为方案 7 最优。此外,文献[10]还利用基于 BP 神经网络的评价模型得到 8 个方案的效用值向量为(0.199 8, 0.234 5, 0.310 5, 0.328 2, 0.682 8, 0.738 5, 0.807 8, 0.817 9),认为方案 8 最优。综合考虑实际问题特点及指标权重因素后,文献[10]最终将方案 8 作为 2010 年天津市水资源配置方案的推荐方案,与基于 NMF 分解原理

的优选方法的推荐方案相同。

表6 天津市2010年水资源配置方案归一化指标及评价结果  
Tab.6 Normalized indexes and evaluation results of Tianjin city water allocation schemes in 2010

评价指标	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5	方案6	方案7	方案8	V*
RWLR	0.000 0	0.154 6	0.356 9	0.511 5	0.333 9	0.534 9	0.798 6	1.000 0	0.291 4
IWLR	0.000 0	0.611 3	0.436 6	1.000 0	0.237 9	0.890 6	0.704 1	1.000 0	0.344 0
AWLR	0.000 0	0.000 0	0.378 5	0.378 5	0.523 1	0.523 1	1.000 0	1.000 0	0.313 6
IOPCMW	0.713 1	0.355 6	0.438 3	0.000 0	1.000 0	0.635 6	0.781 0	0.428 8	0.278 5
GRIVA	0.000 0	0.701 3	0.498 2	1.000 0	0.261 1	0.990 7	0.819 2	1.000 0	0.370 1
HEI	1.000 0	0.621 8	0.765 3	0.393 3	0.600 6	0.228 5	0.279 7	0.000 0	0.167 4
SRA	0.000 0	0.000 0	1.000 0	1.000 0	0.000 0	0.000 0	1.000 0	1.000 0	0.289 7
IWRR	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.352 1
UCAI	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.352 1
UWSPLR	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.352 1
H*	0.366 0	0.718 0	1.097 2	1.337 4	1.875 2	2.264 5	2.702 0	2.784 5	

通过分析以上三个案例得出:基于 NMF 原理的方案优选方法不依赖于评价指标权重,计算流程简便,评价结果可靠且便于决策。相比之下,层次分析法的方案综合评价结果相近,方案优选易受主观因素影响;集对分析法的联系数对差异度系数的取值比较敏感;投影寻踪模型需要多次人工调整窗口半径才能获得最佳投影方向,计算过程复杂;灰色关联分析法的评价结果易受指标权重的影响,不同的权重确定方法会产生不同的方案优选结果,不利于决策;模糊优选模型对指标数据信息的利用程度不高,评价结果同样易受指标权重影响;BP 神经网络评价模型往往需要大容量的样本进行训练,对方案优选要求比较苛刻,不便于操作。

### 3 结 语

本文利用非负矩阵分解(NMF)原理,提出一种新的方案优选方法。将方案集的指标进行归一化,形成方案指标矩阵;对方案指标矩阵进行非负分解,产生基向量和权向量;以基向量作为各方案的指标向量的公度向量,通过权向量元素表示方案指标向量的大小,对不同方案进行优劣评价。基于 NMF 原理的方案优选方法能够解决评价指标不可公度的问题,抓住方案指标矩阵的主要特征信息,避免了指标权重带给方案优选的不利影响。水资源工程方案优选案例验证表明:该方案评价过程比较客观,综合评价结果相对分散,优选结果与其它多种常用优选方法的分析结果一致。因此,基于 NMF 原理的方案优选方法可为多指标方案优选问题提供科学的决

策依据。

#### 参考文献:

- [1] 张庆华,白玉慧,倪红珍. 节水灌溉方式的优化选择[J]. 水利学报, 2002(1): 47-51.  
ZHANG Qinghua, BAI Yuhui, NI Hongzhen. Optimal choice of water saving irrigation mode [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002(1): 47-51.
- [2] 陈欢,叶少有. 基于属性识别模型的节水灌溉方案优选[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2009, 32(12): 1893-1895.  
CHEN Huan, YE Shaoyou. Optimization of water saving irrigation modes based on attribute recognition model [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2009, 32(12): 1893-1895.
- [3] 邓丽娟,马爱玲. 基于 CRITIC 权重与 TOPSIS 模型的节水灌溉方案优选[J]. 水科学与工程技术, 2010(2): 10-12.  
DENG Lijuan, MA Ailing. Discuss on water-saving irrigation schemes optimization based on TOPSIS model and CRITIC weights method [J]. Water Sciences and Engineering Technology, 2010(2): 10-12.
- [4] 王英. 水资源规划方案的模糊数学最佳选择[J]. 农业工程学报, 1998, 14(1): 247-247.  
WANG Ying. Optimization of water resources planning schemes based on fuzzy mathematics [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 1998, 14(1): 247-247.
- [5] 殷峻暹,陈守煜,梁国华. 应用模糊决策分析理论确定城市防洪标准研究[J]. 水电能源科学, 2001, 19(3): 52-54.

- YIN Junxian, CHEN Shouyu, LIANG Guohua. The fuzzy decision-making analysis theory and application on ascertaining standard of city flood control [J]. International Journal Hydroelectric Energy, 2001, 19(3): 52-54.
- [6] 赵抓强, 郭文献. 基于灰色关联度供水方案综合评价[J]. 水利科技与经济, 2010, 16(2): 148-150.  
ZHAO Zhuoqiang, GUO Wenxian. Grey relational degree for evaluating water-supply engineering schemes [J]. Water Conservancy Science and Technology and Economy, 2010, 16(2): 148-150.
- [7] 董洪茂, 唐言明, 吴成国. 基于集对分析的城市供水方案优选决策模型[J]. 供水技术, 2010, 4(5): 42-45.  
DONG Hongmao, TANG Yanming, WU Chengguo. Model of urban water supply for optimization decision-making based on set pair analysis [J]. Water Technology, 2010, 4(5): 42-45.
- [8] 高军省. 节水灌溉方案优选的集对分析方法[J]. 节水灌溉, 2010, (12): 81-83.  
GAO Junsheng. Optimal selection of water-saving irrigation schemes based on set pair analysis [J]. Water Saving Irrigation, 2010, (12): 81-83.
- [9] 金菊良, 刘永芳, 丁晶, 等. 投影寻踪模型在水资源工程方案优选中的应用[J]. 系统工程理论方法应用, 2004, 13(1): 81-84.  
JIN Juliang, LIU Yongfang, DING Jing, et al. Application of projection pursuit model to optimal choice of water resources engineering schemes [J]. Systems Engineering-Theory Methodology Applications, 2004, 13(1): 81-84.
- [10] 杨丽美. 天津市水资源配置方案评价研究[D]. 天津: 天津大学, 2007.  
YANG Limei. Research on water resources allocation schemes in Tianjin city [D]. Tianjin: Tianjin University, 2007.
- [11] 邵磊, 周孝德, 杨方廷, 等. 基于主成分分析和熵权法的水资源承载力及其演变趋势评价方法[J]. 西安理工大学学报, 2010, 26(2): 170-176.  
SHAO Lei, ZHOU Xiaode, YANG Fangting, et al. Research on water resources carrying capability and evaluation method of evolution tendency based on principle components analysis and entropy weight method [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2010, 26(2): 170-176.
- [12] 白雪梅, 赵松山. 多种综合评价方法的优劣判断研究[J]. 统计研究, 2000, (7): 45-48.  
BAI Xuemei, ZHAO Songshan. Research on advantages and disadvantages of evaluation based on various comprehensive methods [J]. Statistical Research, 2000, 7: 45-48.
- [13] 解阳阳, 赵梦龙, 王义民, 等. 榆林近期供水网络方案的多方法综合评价[J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2015, 43(3): 19-22.  
XIE Yangyang, ZHAO Menglong, WANG Yimin, et al. Comprehensive evaluation on schemes of recent water supply network in Yulin based on various methods [J]. Journal of Northwest Agriculture and Forest University (Natural Science Edition), 2015, 43(3): 19-22.
- [14] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. Nature, 1999, 401: 788-791.
- [15] 李乐, 章毓晋. 非负矩阵分解算法综述[J]. 电子学报, 2008, 36(4): 737-743.  
LI Le, ZHANG Yujin. A survey on algorithms of non-negative matrix factorization [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(4): 737-743.
- [16] 徐泰燕, 郝玉龙. 非负矩阵分解及其应用现状分析[J]. 武汉工业学院学报, 2010, 29(1): 109-114.  
XU Taiyan, HAO Yulong. The current research situation analysis of non-negative matrix factorization and applications [J]. Journal of Wuhan Polytechnic University, 2010, 29(1): 109-114.
- [17] 樊治平, 赵萱. 多属性决策中权重确定的主客观赋权法[J]. 决策与决策支持系统, 1997, 7(4): 87-91.  
FAN Zhiping, ZHAO Xuan. An objective and subjective synthetic approach to determine weights for multiple attribute decision making [J]. Journal of Decision Making and Decision Support Systems, 1997, 7(4): 87-91.
- [18] 张永韡, 汪镭, 吴启迪. 动态适应布谷鸟搜索算法[J]. 控制与决策, 2014, 29(4): 617-622.  
ZHANG Yongwei, WANG Lei, WU Qidi. Dynamic adaptation cuckoo search algorithm [J]. Control and Decision, 2014, 29(4): 617-622.

(责任编辑 杨小丽)