

DOI: 10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2017.03.009

基于模糊规则的自适应分数阶 PI^λ 控制器的研究

杨宁宁^{1,2}, 韩宇超^{1,2}, 田录林^{1,2}, 贾 嵘^{1,2}, 吴朝俊³

(1. 西安理工大学 西北旱区生态水利工程国家重点实验室培育基地, 陕西 西安 710048; 2. 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048; 3. 西安工程大学 电子信息学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 为提高分数阶 PI 控制器的鲁棒性, 实现更好的控制效果, 本文提出一种基于模糊规则的自适应阶数分数阶 PI^λ 控制器, 并对模糊规则和分数阶 PI^λ 控制器的设计过程进行了详细的阐述。最后, 仿真研究了基于模糊规则的自适应分数阶控制器的三相 PWM 整流器电压外环响应特性。与传统的整数阶 PI 控制器、分数阶 PI^λ 控制器控制效果相比, 自适应阶数分数阶模糊 PI^λ 控制器 (VOFFPI) 具有响应速度快, 超调量小, 对扰动具有较好的鲁棒性等优点。该方法可以有效的应用到含有非线性现象和多扰动输入的复杂控制系统中, 提高系统的鲁棒性, 达到更好的控制效果。

关键词: 分数阶微积分; 分数阶模糊 PI^λ 控制器; 数值仿真; Oustaloup 滤波器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1006-4710(2017)03-0304-06

Research on variable order fractional PI^λ controller based on fuzzy rules

YANG Ningning^{1,2}, HAN Yuchao^{1,2}, TIAN Lulin^{1,2}, JIA Rong^{1,2}, WU Chaojun³

(1. State Key Laboratory Base of Eco-hydraulic Engineering in Arid Area, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. School of Water Resources and Hydroelectric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 3. College of Electrics and Information Engineering, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

Abstract: In this paper, a variable order fractional PI^λ controller based on fuzzy rules is presented to improve the robustness of fractional-order PI controller, with the design process of fuzzy rule and fractional order PI^λ controller described in detail. A study is conducted of the voltage outer loop response characteristics of three phase PWM rectifier based on fuzzy rule adaptive fractional order controller by simulation. Compared with the traditional integer order PI controller and the fractional order PI^λ , the adaptive order fuzzy PI^λ controller (VOFFPI) has the advantages of immediate response, small overshoot and good robustness to disturbances. The method can be effectively applied to the complex control system under the condition of nonlinear phenomenon and multi disturbance input, improving the robustness of the system and achieving a better control effect.

Key words: fractional calculus; fractional fuzzy PI^λ controller; numerical simulation; Oustaloup filter

非线性现象广泛地存在于自然界和社会生活之中, 是体现自然界复杂性的典型特性之一。电力系统作为一个复杂的大系统, 表现出大量的非线性特性, 因此, 其控制难度较大。文献[1]考虑了系统的非线性特性, 提出了一种光伏馈电改进型静止无功补偿器, 使系统具有较强的鲁棒性。在风电领域, 同样也存在着大量的非线性现象。文献[2]研究了变速风力发电机的非线性控制, 得出其最优控制方案,

满足了负载对有功功率的需求。水力发电作为清洁、丰富的电力资源, 也存在着众多的非线性现象。水轮机调节系统工况复杂, 调速系统控制器运行情况常处于多变状态, 常规 PID 控制器参数整定无法满足需求。为了满足多工况下的控制要求, 常需要对常规 PID 控制进行优化。国内外学者对此做出了大量的研究。文献[3]提出了自适应粒子群算法, 有效地改善了水轮机控制系统过渡过程的动态性能

收稿日期: 2016-12-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51507134)

作者简介: 杨宁宁, 女, 讲师, 博士, 研究方向为分数阶控制。E-mail: yangning@xaut.edu.cn

和调节品质;文献[4]提出了自适应变参数 PID,提高了控制系统的鲁棒性;文献[5]使用神经网络设计自适应变参数 PID,提出自适应 PID 控制是解决非线性控制以及提高鲁棒性的关键。此外,变结构 PID 控制^[6]、自适应参数模糊 PID 控制^[7]、人工神经网络参数自整定 PID 控制^[8]等各种改进 PID 控制策略日渐普及。

近几年,随着分数阶微积分理论的发展和运用,分数阶控制器,特别是分数阶 PID 控制器^[9]得到了广泛关注。大量研究表明,分数阶 PID 控制器的控制效果比整数阶 PID 控制器更优越^[10,11],解决了生物、物理、控制理论等学科中的众多问题^[12,13]。但是复杂多干扰的工业环境的出现,使得提高分数阶 PID 控制器的鲁棒性及响应速度成为当前的研究热点。在改进分数阶单元近似程度的同时^[14],有些学者将遗传算法^[15]、BP 神经网络^[16]和模糊控制等方法加入分数阶 PID 控制器中,以提高其参数调节效率。

模糊控制器建立了输入输出之间的非线性关系,具有较强的容错能力和鲁棒性。如今,模糊控制器在 PID 以及滑模控制中都有运用^[17],并逐渐运用到工业系统中。文献[18]将分数阶模糊控制器运用在机器人操作臂上,文献[19]通过建立分数阶模糊控制器,解决煤矿挖掘通风系统的不稳定性问题,并实现了快速无超调的控制目标。也有学者将模糊控制与分数阶控制策略相结合^[20],提出了分数阶模糊 PID 控制器,达到了良好的控制效果^[21]。但其设计大多只针对特定的分数阶参数,无法模糊阶次。

本文基于分数阶微积分,结合模糊控制规则,提出一种自适应阶数的分数阶模糊 PI^λ 控制器(VOFF-PI)。使用一个常规的三阶系统以及电压外环控制的模型,证明在该控制器的作用下,不改变原始参数即可改良原有控制器性能,具有较强的鲁棒性。

1 分数阶微积分

分数阶微积分可以认为是经典整数阶微积分的拓展,但它却有自己独特的逻辑和语法规则。常用的分数阶微积分定义有:Riemann-Liouville(RL)定义、Grunwald-Letnikov(GL)定义和 Caputo 定义。

Riemann-Liouville(RL)定义,形式如下:

$${}^{\text{RL}}D_t^\alpha f(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (1)$$

式中, t 为积分时间, τ 为变上限积分中的被积函数, α 是分数阶微积分阶数, n 为整数,且满足 $n-1 < \alpha \leq n$, a 为初值, $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数。

Grunwald-Letnikov(GL)定义如下:

$${}^{\text{GL}}D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{(t-a)/h} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \quad (2)$$

式中, h 为步长, $\binom{\alpha}{j}$ 为二项式的系数,其具体计算方法见参考文献[22]。

Caputo 定义的微积分形式为:

$${}^{\text{C}}D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (3)$$

GL 定义与 RL 分数阶微积分定义是完全等效的^[22],Caputo 与 RL 的不同在于对常数求导的定义上,Caputo 定义对常数求导有界,而 RL 无界。

描述分数阶系统常用的工具是拉氏变换,整数阶拉氏变换推广到分数阶,其一般形式为:

$$L\left\{\frac{d^\alpha x(t)}{dt^\alpha}\right\} = s^\alpha X(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k \left[\frac{d^{n-(1+k)} x(t)}{dt^{n-(1+k)}}\right] \quad (4)$$

其中 $\alpha \in (n-1, n)$,通过上述公式将实变量函数 $x(t)$ 转化为复变量函数 $X(s)$ 。当系统初值为零时,式(4)可简化为:

$$L\left\{\frac{d^\alpha x(t)}{dt^\alpha}\right\} = s^\alpha X(s) \quad (5)$$

对于单输入单输出系统,在 $t=0$ 时刻,输入与输出信号 $x(t)$ 、 $y(t)$ 在变换后的关系为:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a_m s^{\beta_m} + a_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + a_0 s^{\beta_0}}{b_m s^{\alpha_n} + b_{m-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + b_0 s^{\alpha_0}} \quad (6)$$

其中 $(a_m, b_m) \in R, \forall n, m \in N$ 。

2 分数阶 PI^λ 控制器

分数阶 PID 控制器最早是由 I. Podlubny 教授提出来的。目前的研究认为,分数阶 PID 控制器比整数阶更加灵活多变,能够提高系统的控制效果。

将分数阶次引入整数阶 PI 控制器,使控制器的参数由传统的两个增加到了三个,演变成分数阶 PI^λ,其阶次 λ 是任意的。其传递函数模型为:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda}, (\lambda > 0) \quad (7)$$

根据式(7)可知,整数阶 PI 控制器是分数阶 PI^λ 控制器的特殊情况。分数阶 PI^λ 控制器除了增益环节系数 K_p 和积分环节系数 K_i ,多了一个可变参数 λ ,增加了控制器的自由度,从而可以达到更好的控制效果。

对于实际中的被控对象,可根据幅值裕量 A_m 和相位裕量 ϕ_m 来设计分数阶 PI^λ 控制器以满足系统的实际要求。

对于受控对象 G_p 以及控制器 G_c 应满足:

$$\phi_m = \arg[G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] + \pi \quad (8)$$

$$A_m = \frac{1}{G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)} \quad (9)$$

其中 ω_g, ω_p 分别满足:

$$|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)| = 1 \quad (10)$$

$$\arg[G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)] = -\pi \quad (11)$$

3 模糊控制器设计

由于分数阶 PI^λ 控制器不具备参数自整定功能,无法针对控制系统动态调整。因此,本文将模糊规则引入分数阶 PI^λ 控制器,根据模糊集合理论搭建模糊分数阶 PI^λ 控制器,确定 K_p, K_i 与误差变化率的关系。本文在此基础上对参数 λ 模糊化,实现 PI^λ 控制器中三个参数的动态调整,其控制策略如图 1 所示。

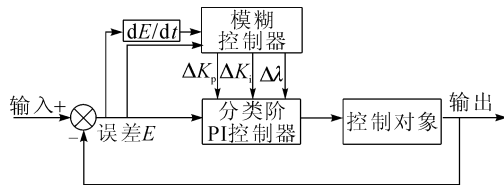


图 1 模糊分数阶 PI 控制策略

Fig. 1 Control logic of fractional-order fuzzy PI controller

图中,模糊控制器根据误差 E 以及误差变化率 E_c 的大小,不断的修正分数阶 PI^λ 控制器的参数,使其能够适应输入输出的变化,通过改变控制器参数来稳定多变的控制系统。

本文中的 $\Delta K_p, \Delta K_i$ 与误差以及误差变化率的二元函数关系为:

$$\Delta K_p = f_p(E, E_c) \quad (12)$$

$$\Delta K_i = f_i(E, E_c)$$

式中的模糊二元函数 f_p 和 f_i 表示输入输出与分数阶 PI^λ 控制器参数的关系。根据实际工程经验知识可以建立合适的模糊控制规则,这在众多文献中都有详细介绍,此处不再赘述^[23]。

为了研究积分环节阶数对控制效果的影响,本文设计了一个基于分数阶 PI^λ 控制的三阶系统(其传递函数如式(18)所示)。

逐渐改变分数阶 PI^λ 中积分环节阶数 λ ,可以得到如图 2 所示效果。

由图 2 可以看出,当控制器其他参数不变时,随着积分环节阶数 λ 的增加,超调量逐渐增大,响应时间也相应增加。当 λ 的取值大于 1 时,振荡加剧,甚至有发散的趋势,因此,为避免积分环节阶数过大而

导致系统振荡,本文中模糊控制器的输入输出论域均设定为 $[-0.3 \ 0.3]$,设置误差以及误差变化率模糊子集为 $\{NB \ NM \ NS \ ZO \ PS \ PM \ PB\}$,分别表示负大、负中、负小、零、正小、正中、正大,如表 1 所示。

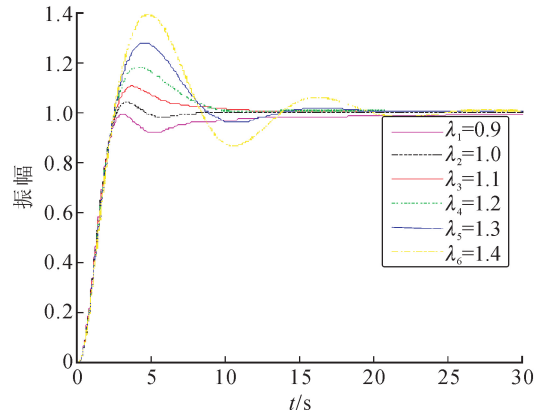


图 2 参数 λ 对于阶跃响应的影响

Fig. 2 Influence of fractional-order to step response

表 1 模糊参数 λ 控制规则

Tab. 1 Control rules of parameter λ

λ	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PM	PM	ZO	ZO
NM	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
NS	PM	PM	PS	PS	ZO	NS	NS
ZO	PM	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
PM	ZO	ZO	NS	NM	NM	NB	NB
PB	ZO	ZO	NS	NM	NB	NB	NB

常用的隶属函数有三角形、梯形、高斯型和钟型四种类型。由于三角形隶属度函数具有简化计算、易于实现以及控制性能较好的特点,为本文所选用,其表达式为:

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x < a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x < a_3 \\ 0 & x > a_3 \end{cases} \quad (13)$$

式中, a_1, a_2, a_3 分别为隶属度函数左端点、顶点和右端点。

由上述规律可以设计参数 λ 的模糊规则,见表 1。其非线性控制图如图 3 所示^[24]。

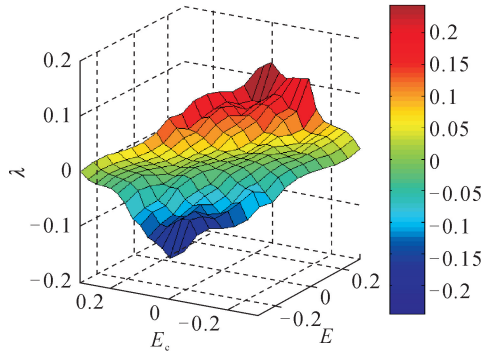


图3 控制面图 λ

Fig. 3 Control surface of parameter λ

4 仿真实例

本文采用 Matlab/Simulink 软件搭建仿真模型进行实验,选取固定步长的 ode3 算法。

4.1 分数阶次的仿真实例

文献[25]中介绍了多种连续滤波器的实现算法,本文使用 Oustaloup 算法。分数阶单元的实现基于间接离散法的思路,使用 Oustaloup 滤波算法将分数阶单元 $s^α$ 进行离散化近似:

$$s^α = K \prod_{i=1}^N \frac{s + \omega'_i}{s + \omega_i} \quad (14)$$

其中滤波器的零极点和增益分别可由以下三个公式得到:

$$\omega'_i = \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{2i-1-\alpha}{2N}} \quad (15)$$

$$\omega_i = \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{2i-1+\alpha}{2N}} \quad (16)$$

$$K = \omega_b^α \quad (17)$$

式中, N 是滤波器的阶数; ω_b 和 ω_h 分别拟合频率上下限,该方法在该区域内能够较好的拟合分数阶微分算子,而其外区域和微分算子相差很多。

4.2 整数阶 PI 控制器与 VOFFPI 对比

首先考虑一个传统的三阶被控对象,其传递函数为:

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)} \quad (18)$$

采用 Z-N(Ziegler-Nichols)方法整定后,得到整数阶 PI 控制器参数: K_p 为 1.6, K_i 为 33.76,设置 VOFFPI 的初值与整数阶 PI 控制器(OPI)相同,积分环节阶数设定为 0.8,调节模糊控制器的量化因子,使其适应模糊控制器的输入输出论域。

被控对象的阶跃响应如图 4 所示。在 Z-N 法整定的参数下,VOFFPI 仍然能够减小超调。当系统稳定后,同时在两种控制器中加入扰动,VOFFPI

对于扰动恢复时间缩短,具有较强的鲁棒性,抗干扰能力较强。

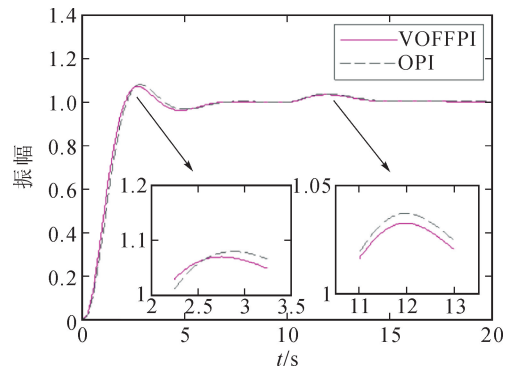


图4 VOFFPI 控制器与整数阶 PI 控制器对比

Fig. 4 Comparison between VOFFPI and integer-order PI controller

4.3 整数阶、分数阶 PI^λ 控制器与 VOFFPI 对比

PWM 整流器具有双向功率流动功能,低畸变率,是一种高效的电能变换器,是典型的非线性控制系统。电压外环的目的是稳定直流侧的电压,PI 控制器是目前技术较为成熟的一种控制方法。VOFFPI 的引入可以解决由于参数摄动和各种扰动引起的不确定性问题。

本文采用文献[26]提出的整流器电压外环控制模型,其控制框图如图 5 所示。

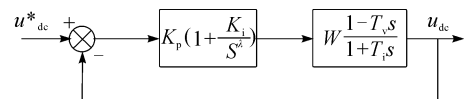


图5 电压外环控制框图

Fig. 5 Control logic of voltage outer loop

电压外环控制的传递函数为:

$$G_{p2}(s) = W \frac{1 - T_v s}{1 + T_i s} \quad (19)$$

式中, $T_i = 0.495$, $T_v = 0.000151$, $W = 9.06^{[27]}$ 。

按照前文叙述的整定方法可以得到分数阶 PI^λ 控制器如式(20)所示,按照整定的参数搭建分数阶控制器模块。

$$G_{c1}(s) = 1.6 + \frac{33.76}{s^{0.857}} \quad (20)$$

将整数阶 PI 控制器、自适应阶数分数阶模糊 PI^λ 控制器与分数阶 PI^λ 控制器(FOPID)采用同一组参数进行对比仿真研究。

系统的阶跃响应,如图 6 所示。

在同样一组参数下,自适应模糊分数阶 PI^λ 控制器依靠模糊自整定参数的优势,在阶跃响应中具有较短的上升时间以及较快的稳定时间。VOFFPI 控制器超调量为 1.665%,峰值时间为 0.0143 秒。

FOPI 超调量为 1.981%，峰值时间为 0.0156 秒。VOFFPI 各方面性能都优于分数阶 PI^λ 控制器。

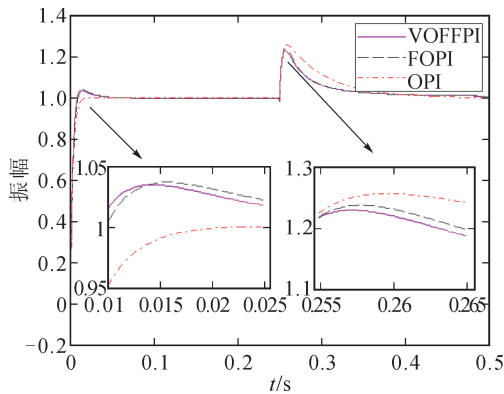


图 6 VOFFPI 控制器与分数阶 PI 控制器对比
Fig. 6 Comparison between VOFFPI and fractional-order PI controller

系统稳定后在 0.25 s 时加入负载扰动, 仿真结果如表 2 所示。

表 2 VOFFPI 与 FOPI 对负载扰动比较
Tab. 2 Comparison of VOFFPI and FOPI to load disturbance

项目	峰值	稳态值	调节时间/s
VOFFPI	1.227 5	1.009 0	0.349 8
OPI	1.257 0	1.001 7	0.379 6
FOPI	1.235 5	1.009 2	0.350 0

在加入扰动后, 三种控制器都能恢复稳定运行状态。其中 VOFFPI 在干扰波动后恢复快, 鲁棒性强于其他两种控制器, 分数阶控制器次之, 整数阶控制器最差。因此, 经过幅值裕量法设计的 VOFFPI, 能够针对扰动快速恢复, 并且响应时间相对最快, 能够满足电压外环稳定直流侧电压的需要, 且在三种控制器中性能最好。

5 结 语

本文提出了一种自适应阶数分数阶模糊 PI^λ 控制器, 其理论阶次可扩展到涵盖整数阶 PI 在内的任意阶次, 可以控制 PI^λ 控制器的三个参数自适应系统状况, 具有较大的调节自由度。通过仿真实验证明了将分数阶微积分运用到模糊控制器中, 可以增强控制器的鲁棒性, 减少超调量以及响应时间, 改善了控制器的效能。

自适应阶数分数阶模糊 PI^λ 控制器 (VOFFPI) 是将分数阶微积分理论运用到实际中的新的探索, 对于解决系统复杂工况下的多输入干扰等问题有着十分广泛的应用前景。

参考文献:

- [1] MISHRA S, RAY P. Nonlinear modeling and control of a photovoltaic fed improved hybrid DSTATCOM for power quality improvement [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2016, 75(9): 245-254.
- [2] BOUKHEZZAR B, SIGUERDIDJANE H, MAUREEN H. Nonlinear control of variable-speed wind turbines for generator torque limiting and power optimization [J]. Journal of Solar Energy Engineering, 2006, 128(4): 516-530.
- [3] 苏永亮, 周彬. 基于自适应粒子群算法的水轮机 PID 调速参数优化 [J]. 水电厂自动化, 2014, 35(2): 47-50. SU Yongliang, ZHOU bin. PID parameters optimization of hydraulic turbine based on adaptive particle swarm optimization algorithm [J]. Hydropower Plant Automation, 2014, 35(2): 47-50.
- [4] 赵坤耀. 水轮机调速器发展综述 [J]. 水力发电学报, 1996, 52(1): 78-83. ZHAO Kunyao. Development of water turbine governor [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1996, 52(1): 78-83.
- [5] QI Xuemei, ZHANG Jingdong. Study on adaptive PID control algorithm based on RBF neural network [J]. Telkomnika Indonesian Journal of Electrical Engineering, 2015, 13(2): 287-291.
- [6] HODEL A, HALL C. Variable-structure PID control to prevent integrator windup [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2001, 48(2): 442-451.
- [7] 刘国荣, 阳宪惠. 模糊自适应 PID 控制器 [J]. 控制与决策, 1995, 10(6): 558-562. LIU Guorong, YANG Xianhui. Fuzzy adaptive PID controller [J]. Journal of Control and Decision, 1995, 10(6): 558-562.
- [8] 霍亮生. 人工神经网络智能控制系统稳定性分析 [J]. 太原理工大学学报, 2015, 31(6): 682-685. HUO Liangsheng. Stability analysis of artificial neural network intelligent control system [J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2015, 31(6): 682-685.
- [9] 薛定宇, 赵春娜. 分数阶系统的分数阶 PID 控制器设计 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 771-776. XUE Dingyu, ZHAO chunna. Fractional order PID controller design for fractional order systems [J]. Journal of Control Theory and Applications, 2007, 24(5): 771-776.
- [10] MONJE C A, VINAGRE B M, FELIU V. Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications [J]. Control Engineering Practice, 2008,

- 16(7): 798-812.
- [11] ZAMANI M, KARIMI-GHARTEMANI M, SADATI N. Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(12): 1380-1387.
- [12] SWATI S H, YOGESH V. Fractional-order PI controller with specific gain-phase margin for MABP control [J]. *IETE Journal of Research*, 2015, 61(2): 142-153.
- [13] DAS S, PAN I, SHANTANU D. A novel fractional order fuzzy PID controller and its optimal time domain tuning based on integral performance indices [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2012, 25(2): 430-442.
- [14] XUE Dingyu, ZHAO Chunna, CHEN Yangquan. A modified approximation method of Fractional-order system [C]// *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. May, 15-19, 2006, Orlando, Florida, 21: 1043-1048.
- [15] INDRANIL P, SAPTARSHI D. Chaotic multi-objective optimization based design of fractional order $PI^\lambda D^\mu$ controller in AVR system [J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2012, 43(1): 393-407.
- [16] 樊波, 李玲, 张强, 等. 基于神经网络分数阶控制的逆变电源 [J]. *电测与仪表*, 2014, 12(20): 76-79.
FAN Bo, LI Ling, ZHANG Qiang, et al. Inverter power supply based on neural network fractional order control [J]. *Journal of Electrical Measurement and Instrumentation*, 2014, 12(20): 76-79.
- [17] RADU-EMIL P, HANS H. A survey on industrial applications of fuzzy control [J]. *Computers in Industry*, 2011, 62(3): 213-226.
- [18] RICHA S, RANA K P S, VINEET K. Performance analysis of fractional order fuzzy PID controllers applied to a robotic manipulator [J]. *Expert Systems with Applications*, 2014, 41(9): 4274-4289.
- [19] FU Hua, LI Yafei, XU Yaosong. Air volume regulating method for local ventilator based on fuzzy fractional-order PID control [J]. *Computer Simulation*, 2015, 32(8): 374.
- [20] 曹军义, 梁晋, 曹秉刚. 基于分数阶微积分的模糊分数阶控制器研究 [J]. *西安交通大学学报*, 2005, 39(11): 1246-1249.
CAO Junyi, LIANG Jin, CAO Binggang. Fuzzy fractional order controller based on fractional calculus [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2005, 39(11): 1246-1249.
- [21] PUNEET M, VINEET K, RANA K P S. A fractional order fuzzy PID controller for binary distillation column control [J]. *Expert Systems with Applications*, 2015, 42(22): 8533-8549.
- [22] IGOR P. *Fractional differential equations* [J]. Academic Press Inc San Diego Ca, 1999, 28(2): 2.
- [23] 王述彦, 师宇, 冯忠绪. 基于模糊 PID 控制器的控制方法研究 [J]. *机械科学与技术*, 2011, 30(1): 166-172.
WANG Shuyan, SHI Yu, FENG Zhongxu. Research on control method based on fuzzy PID controller [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2011, 30(1): 166-172.
- [24] LIU L, PAN F, XUE D. Variable-order fuzzy fractional PID controller [J]. *ISA Transactions*, 2015, 55: 227-33.
- [25] PODLUBNY I, PETRAS I, VINAGRE B M, et al. Analogue realization of fractional order controllers [J]. *Fberg Technical University of Kosice Kosice Slovak Isbn Edition*, 2002, 29(1-4): 281-296.
- [26] 杨德刚, 赵良炳, 刘润生. 三相高功率因数整流器的建模及闭环控制 [J]. *电力电子技术*, 1999(5): 49-51.
YANG Degang, ZHAO Liangbing, LIU Runsheng. Modeling and closed loop control of three phase high power factor rectifier [J]. *Power Electronic Technology*, 1999(5): 49-51.
- [27] WU Chaojun, ZHANG Yanbin. Vector control of three-phase voltage source PWM rectifier based on fractional-order controller [C]// *Control and Decision Conference. IEEE*, December 15-17, 2014, Los Angeles, California, 232: 2064-2069.

(责任编辑 周 蓓)