文章编号：1006-4710(2011)01-0074-05

纽介堡方程应用误差的理论探析

成刚虎，王西珍

（西安理工大学 印刷包装工程学院，陕西 西安 710048）

摘要：为了寻求纽介堡方程产生较大应用误差的本质根源，以其理论基础和目前流行的印前处理方法为依据，采用数学推理和模拟分析相结合的方法，揭示了其固有理论缺陷。结果显示：纽介堡方程在分色定量计算时无法进行正确的数学求解；其叠印关系（包括网点形态和分布）假设缺乏实际支持，难以避免计算误差。

关键词：色空间转换；纽介堡方程；德米切尔方程；分色误差

中图分类号：TS801.3，TP3　　**文献标志码**：A

Application Error Analysis to Neugebauer Equation

CHENG Ganghu, WANG Xizhen

(Faculty of Printing and Packaging Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to find the root of the application error caused by Neugebauer equation, in this paper, the inherent theory flaw of Neugebauer equation is revealed by the combination of mathematical derivation with simulation analysis based on its theoretical basis and popular treatment methods in pre-press. The result shows that it is impossible to solve the problems by Neugebauer equation in mathematics properly on quantitative calculating of color separation, and the calculation errors can not be avoided by the absence of practical support of the superimposition relation assumption (including dot shape and distribution).

Key words: color space conversion; Neugebauer equation; Demichel equation; color-separation error

无论色彩管理，还是彩色图像检测分析，都要进行色彩空间转化。纽介堡方程是一种常用的色彩空间转换方法，其理论价值被业内普遍认可，因而得到了广泛的工程应用。针对纽介堡方程使用中产生的误差，70 年来，人们一直在做改良性应用研究。1955 年[1]，克拉帕（Clapper）与尤尔（Yule）提出了纽介堡方程的指数修正。直到今天关于纽介堡方程的应用研究大多围绕其修正系数 n 值的取值问题而展开，而关于其固有的理论局限性很少有人关注。本文以三色印刷为例，以概率统计理论为依据，对纽介堡方程进行分析研究。

1 纽介堡方程及其理论价值[1-2]

纽介堡方程是一种印刷网点呈色数学模型，从色彩学角度建立了 CIE XYZ 颜色空间与 CMYK 颜色空间的转换机制，从数学角度描述了混合色三刺激值与各色油墨网点面积百分比之间的定量关系。对于三色印刷，其方程表达式如下：

$$\begin{cases} X = f_w X_w + f_y X_y + f_m X_m + f_c X_c + f_{y+m} X_{y+m} + \\ \quad f_{y+c} X_{y+c} + f_{m+c} X_{m+c} + f_{y+m+c} X_{y+m+c} \\ Y = f_w Y_w + f_y Y_y + f_m Y_m + f_c Y_c + f_{y+m} Y_{y+m} + \\ \quad f_{y+c} Y_{y+c} + f_{m+c} Y_{m+c} + f_{y+m+c} Y_{y+m+c} \\ Z = f_w Z_w + f_y Z_y + f_m Z_m + f_c Z_c + f_{y+m} Z_{y+m} + \\ \quad f_{y+c} Z_{y+c} + f_{m+c} Z_{m+c} + f_{y+m+c} Z_{y+m+c} \end{cases} \tag{1}$$

式中，X、Y、Z 为所生成色的三刺激值，y、m、c 分别为黄、品、青三色版的网点面积率，其他各个变量的具体含义如表 1 所示。

纽介堡方程是一种色空间转化模型，也是一种色度学平衡方程。由于其将定性分析与定量计算相结合，揭示了印刷半色调颜色形成的物理基础和数量关系，同时还将网点并列与重叠、印刷材料的呈色误差等影响因素也计入模型，增加了实用性。较之于其他同类方法，具有逻辑明晰、模型简单、操作方便等优势。因此，人们始终保留着扩大其应用范围的主观愿望。

收稿日期：2010-10-22

基金项目：陕西省教育厅专项科研计划研究基金资助项目(2010JK706)。

作者简介：成刚虎(1962-)，男，博士，教授，研究方向为印刷系统工程。E-Mail：chenggao@xaut.edu.cn。

表1　纽介堡方程中各变量的含义

Tab. 1　The meaning of different factors in Neugebauer equation

色别	实地块三刺激值	f
白(W)	X_w, Y_w, Z_w	$f_w = (1-y)(1-m)(1-c)$，即f_1
黄(Y)	X_y, Y_y, Z_y	$f_y = y(1-m)(1-c)$，即f_2
品(M)	X_m, Y_m, Z_m	$f_m = (1-y)m(1-c)$，即f_3
青(C)	X_c, Y_c, Z_c	$f_c = (1-y)(1-m)c$，即f_4
红($R = Y + M$)	X_{y+m}, Y_{y+m}, Z_{y+m}	$f_{y+m} = ym(1-c)$，即f_5
绿($G = Y + C$)	X_{y+c}, Y_{y+c}, Z_{y+c}	$f_{y+c} = y(1-m)c$，即f_6
蓝($B = M + C$)	X_{m+c}, Y_{m+c}, Z_{m+c}	$f_{m+c} = (1-y)mc$，即f_7
黑($BK = Y + M + C$)	X_{y+m+c}, Y_{y+m+c}, Z_{y+m+c}	$f_{y+m+c} = ymc$，即f_8

2　纽介堡方程的理论基础

对于纽介堡方程的建立逻辑并没有值得怀疑的，但是其中关于色元面积率的计算，即1924年提出的德米切尔方程(Demichel Equation)，对其正确性是值得思考的。

在利用三色版进行印刷过程中，其中任一像素的形成则依靠对应三色印版上的网点的逐次叠印。就某一像素而言，其形成过程很象三个连续独立事件的发生，这是一个古典概率问题。网点面积率就是曝光点数在记录栅格中所占比例，即曝光点数与网格内记录点总数之比，可以比拟为事件发生的概率，那么色元面积率就是对应事件发生的概率[3]。

其中，空白区域面积率的形成可以认为是三个连续事件都不发生的概率；黑色区域的面积率的形成可以认为是三个连续事件都发生的概率；油墨色单色区域面积率的形成可以认为是仅仅是单一事件发生(其他二个事件不发生)的概率；而两色油墨叠合形成的叠印色(红、绿、蓝)区域面积率的形成可以认为是与其相关两个事件发生(而另一事件不发生)的概率。

设c、m、y分别表示青、品、黄网点面积率，也就是三个基本事件发生的概率。很显然，依据概率论知识，各色元面积率，即各连续事件发生的概率如下：

$$\begin{cases} f_w = (1-y)(1-m)(1-c) \\ f_y = y(1-m)(1-c) \\ f_m = (1-y)m(1-c) \\ f_c = (1-y)(1-m)c \\ f_{y+m} = ym(1-c) \\ f_{y+c} = y(1-m)c \\ f_{m+c} = (1-y)mc \\ f_{y+m+c} = ymc \end{cases} \tag{2}$$

这就是纽介堡方程中各色元面积率计算公式，即德米切尔方程(Demichel Equation)取得的实质依据。

3　纽介堡方程计算误差的理论解析

数字加网中，根据加网线数，网目调单元内包含许多记录栅格(Recorder Grid)。网点由若干个记录栅格(记录点、或称机器点)组成，网点面积率表示曝光栅格数与网目调单元内的记录栅格总数的比例。对单色版而言，对应同样的网点面积率存在着很多种不同的点分布；不同色版进行叠合印刷时，其形成的各色元面积率不仅与色版网点面积率有关，而且还与曝光栅格点的分布有关。

在网目调单元中，所有记录栅格都服从两点分布，即曝光和不曝光(分别用“1”和“0”表示)两种自然状态。但是，针对于灰度均匀分布假设(即网点面积率无偏地取各种可能值)以及等灰度下的曝光点随机分布假设，在现行的不同加网方式中，同一色版上网目调单元内各记录点的分布概率(曝光概率)以及不同色版上对应点的分布概率都会有所不同，这样就形成了复杂的记录点状态(基本事件)对应关系，因而使色元面积率计算困难。

3.1　色元面积率的计算困难与误差根源分析

印刷网点中，各色元面积率与各色版面积率的对应关系可以借用图1进行分解描述，公式(3)表达了其数量关系(符号意义同前)。

$$\begin{cases} y = f_2 + f_5 + f_8 + f_6 \\ m = f_3 + f_5 + f_7 + f_8 \\ c = f_4 + f_6 + f_7 + f_8 \end{cases} \tag{3}$$

公式(3)揭示了c、m、y与f_i之间的关系，然而从这种必然关系中反求出的f_i与c、m、y之间的关系则是多解的，亦即f_i与c、m、y之间的关系不是唯一

的或确定的。如果欲取得一种确定解,那必须以某些假设为前提。一旦假设隐含的对应关系不成立或遭到破坏,必然会导致理论误差。这就是应用纽介堡方程(德米切尔方程)计算而引起分色误差的根本原因。

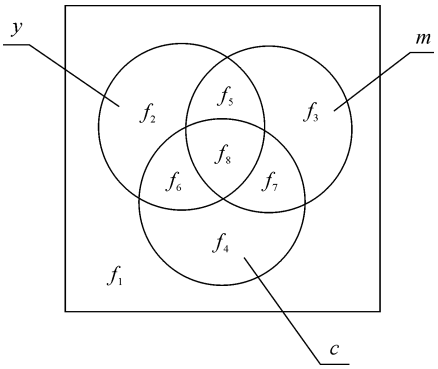

图1 色版面积率与色元面积率的关系
Fig. 1 Relations between plate coverage and color element coverage

3.2 不同加网方式下的误差分析

限于目前的技术经济发展状况,不同的加网方式下采用纽介堡方程进行分色计算引起的误差也有所不同。

3.2.1 调幅网[4]

调幅网可以有不同的网点形状和加网角度,采用不同的加网算法实现。受传统模拟加网概念的禁锢,目前采用的各种加网体系(包括网点形状、加网角度以及加网生成算法),其网点的形态和分布都是固定的,完全不具有随机特性。另外,即使假定灰度服从等概率分布,那么单元内各栅格点的曝光概率也并不相等,而且有的差异很大。单元中部网格记录点总是具有较高的曝光概率,而单元边沿网格记录点曝光概率很低,并且逐点变化。

不符合古典概率计算中基本事件的等概率随机假设,亦即单元内栅格点不服从等概率曝光假设,是调幅加网中纽介堡方程(或者说德米切尔方程)产生计算误差的具体原因之一。

对各色版而言,虽然它们承担不同的任务,但是仍然是同一工作的不同侧面而已。在加网体系确定之后,记录点的曝光顺序已被限定。当色版面积率确定之后,相应的曝光点(包括曝光点数及分布位置)便唯一确定。在各色版之间,网点内各色版上的记录点(曝光点)已经形成了由其网点面积率唯一确定的对应关系。此时无论各色版是否进行实际叠合印刷,各色元面积率已经得到实质性确定。

各色版网点中曝光点的分布不服从独立性假设,是调幅加网中纽介堡方程色元面积率计算产生误差的具体原因之二。

为简单说明起见,这里以14个灰度级的生长模型法为例讨论如下。

13	9	7	11	12
10	5	3	4	8
6	2	1	2	6
8	4	3	5	10
12	11	7	9	13

图2 14个灰度级的生长模型法记录点曝光顺序
Fig. 2 The order of grids exposed in 14 gray-scale growth models

生长模型法规定的0度网的曝光顺序如图2所示,图示中的序号即为其曝光顺序。显然,在各灰度级的发生服从等概率分布的假设条件下[3],记录点1(即序号1)的曝光概率为96.2%(25/26)(包括面积率为0的状态,共26种状态),即仅在空白时不曝光;记录点2的曝光概率为92.3%(24/26),即仅有一点曝光或面积率为0时不曝光;依次类推,记录点13的曝光概率仅为7.6%(2/26),即只有印刷实地时才曝光。

参照图2可知,45°加网角度曝光顺序为:序号1,3,2,4,5,7,6,11,10,8,9;而18.4°(15°的近似值)加网角曝光顺序为:1,3,2,4,5,11,10,7,6。同样也可对各点的曝光概率作出分析,这里不再赘述。

观察不同加网角度下的网点形成过程(曝光顺序),不难发现,由算法生成的单色版网点(曝光点)不服从随机分布。同时可以推知,无论那块色版,无论加网角度几何,也不论采取怎样的加网算法,只要是调幅加网,单元中部栅格点都具有较高的曝光概率。这表明,色版之间网点的分布并不是独立的,网点中部具有较高的重合概率。

综上,叠合色的色元面积率不但取决于色版面积率,而且还与加网角度、网点形状以及网点生成算法密切相关,一旦加网算法确定,则各种情况下的色元面积率都是确定的。但是,其计算较为复杂,一个简单的公式是无法概括的,因此纽介堡方程(或者说德米切尔方程)的正确性存在问题。

3.2.2 调频网(随机网)[5]

较之于调幅加网,调频加网的网点形成过程(网点形态)具有一定随机性,但这与数学上的随机过程不同。实践中不可能也没必要做到完整意义

上的随机加网。其理由有以下三点。

第一，调频加网也需要用算法来实现，同样会产生类似于调幅网的理论计算误差。因为网点的分布难以做到完全随机，反之会由于技术条件限制而产生太大代价，至今为止还没有完全随机的调频加网算法问世。

第二，更重要的是，因为印刷本身是大量复制原稿，印版是一次制成的，数字印刷也是一样。即使做到了完全的随机调频加网，按照德米切尔方程计算色元面积率，也会因引入系统误差而导致色偏的。因为只要不重新制版，网点的分布最多只能算作随机过程的一次抽样，实际分布形成的各色版对应关系与随机分布描述的统计关系可能相去甚远。

第三，在数字时代，完整意义上的随机加网在理论上已成为可能，但是，技术上很难做到这一点，同时，实践中也根本没必要这样做。

完全的随机加网意味着：针对同一幅图像原稿而印刷一批印品时，加网制版一次，仅印刷一张印品，然后再加网再印刷，如此循环，直至印完。并且，每次加网都要保证张与张之间都是随机的、色与色之间是独立的。这样做，印刷图像中像素的形成（即由网点面积率形成色元面积率）的过程就是一个随机过程。可以证明：各色元网点面积率的数学期望满足公式（3）。然而这个结论在实践中又是毫无意义的。因为网点是一个基本的构象单位，每幅（连续的）印刷图像由大量（无数）的离散网点组成。采用完全随机加网的结果是：印刷一批复制品，花费大量的资源，理论上仅仅能获得不同印张上不同像素（概率为各色元网点面积率之积）的忠实再现，却几乎无法获得一张完整的无误差印刷品（概率为所有网点各色元网点面积率之积）。

3.2.3 混合加网

将调频加网和调幅加网进行有机结合，形成混合加网，实用中确实解决了一些问题。但是，只要分色时采用了纽介堡方程，只要用德米切尔方程计算色元面积率，同样也回避不了其原理性误差（可进行类比分析，这里不再赘述）。

3.3 纽介堡方程的局限性和误差分析

长期的研究实践与资料分析表明，纽介堡方程存在不少应用局限性，采用其计算色元面积率，造成了计算误差。

1）其应用局限性表现。因为纽介堡方程中包含较少的变量和参数，应用时只需要对少数色元数据进行实验测试，因而必须保证其数据的绝对正确性和准确性。否则，将会大大影响其分色结果，并且其影响甚或超过其他方法。另外，纸张和油墨总是存在呈色性能的分散性问题，如果将这种分散性影响误入系统误差，就必然会降低建模精度。因此，建模时必须要经过反复大量的实验和测试，然后进行复杂的数据分析才可以从操作上保证分色效果。

2）其应用误差表现。网点面积率表征了单色网点的大小，固然是一种有效的描述方法，但网点的形态和分布对色元面积率影响很大。而在印前处理中，通常首先确定网点面积率（分色），而后进行网点形态和分布（加网）安排。凭借随机性和独立性假设，德米切尔方程解决了纽介堡方程中色元面积率的计算困难，但同时也加进了计算误差。其理论依据有三：①在现行的诸多调幅加网方法中，加网是由算法实现的，网点的分布（网点形态与网点在网格中的相对位置）特性是确定的（与事先选择有关），不具有随机特性，原假定缺乏物理基础；②印刷制版是一次性的，即使采用调频加网，符合完全随机性要求，一次制版操作只相当于随机过程的一次抽样，而一次抽样不能代表一个随机过程，其具体分布与统计分布不是一回事，极少可能具有一样的数字特征（即面积率）；③即使采用完整意义下的随机加网，每张印品都不一样，由网点面积率形成色元面积率的过程可以看作独立的随机过程，色元面积率的分布均值（数学期望）与纽介堡方程一致，但这一方面毫无价值，另一方面也回避不了分色误差，因为分布方差（即面积率计算误差）总是存在的。

4 结 论

纽介堡方程逻辑清晰，数学描述简单，具有方法论意义，可以说是迄今为止在颜色领域最有影响的分色理论和方法之一。但是客观上其应用局限性也很突出，应用误差更是不容忽视。由于德米切尔方程隐含了网点分布的假设，如果加网计算后网点的形态和分布与原假设不一致，必然会产生分色误差。值得警惕的是，根本不存在与德米切尔方程假设相一致的网点形态和分布。这就是目前为止应用纽介堡方程时必然引入原理误差的原因。

参考文献：

[1] 胡成发. 印刷色彩与色度学[M]. 北京：印刷工业出版社，1993.

[2] 周世生，董明达，郑崇勋. 三原色印刷复制工艺的计算机数据化管理探讨[J]. 印刷杂志，1995，(3)：34-35.

Zhou Shisheng, Dong Mingda, Zheng Chongxun. Research about color reproduction with three primary additive colors [J]. Printing Field, 1995,(3):34-35.

[3] 汪荣鑫. 数理统计[M]. 西安:西安交通大学出版社,1986.

[4] 王汉洲. 调幅加网在丝网版画网目调印刷中的应用[J]. 丝网印刷,2006,(10):42-44.
Wang Hanzhou. Application of AM screening in serigraphy [J]. Serigraphy Printing,2006,(10):42-44.

[5] 李延雷. 调频加网呈色模型研究[D]. 西安:西安理工大学,2006.
Li Yanlei. Research on FM Color Model[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology,2006.

[6] 黎新伍. 一种基于BP神经网络和呈色原理的扫描仪色彩管理新模型[J]. 电子器件, 2007,30(4):1432-1435.
Li Xinwu. Scanner color management model based on BP neural network and color rendering principal[J]. Chinese Journal of Electron Devices, 2007,30(4):1432-1435.

[7] 黎新伍. 数码相机色空间转换方法[J]. 数据采集与处理, 2008,23(5):559-562.
LI Xinwu. Color space conversion for digital camera[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2008, 23(5): 559-562.

[8] 薛扬, 曾平. 一种基于Neugebauer方程的3D-LUT均匀化方法[J]. 计算机工程与应用, 2003,(32):76-77.
Xue Yang, Zeng Ping. A uniform 3D-LUT method based on Neugebauer model[J]. Computer Engineering and Applications, 2003,(32):76-77.

[9] 周祎, 曹从军. 基于数码打样CMYK到$L^*a^*b^*$色彩空间转换方法的研究[J]. 包装工程,2007,28(12):89-90.
Zhou Yi, Cao Congjun. Study on color space conversion from CMYK to $L^*a^*b^*$ based on digital proofing[J]. Packaging Engineering, 2007,28(12):89-90.

[10] Jongpil K, Yamashita J, Murakata T, et al. Color prediction of halftoning by modified Neugebauer equations[J]. Japan Hardcopy, 2002,2002:459-460.

[11] Amidror Isaac, Hersch R D. Neugebauer and Demichel: dependence and independence in n-screen superpositions for colour printing[J]. Color Research, 2000,25(4): 267-277.

(责任编辑 王卫勋)

简 讯

陕西省印刷包装工程重点实验室通过建设验收

陕西省科技厅2011年3月10日组织有关专家对依托西安理工大学印刷包装工程学院建设的陕西省印刷包装工程重点实验室进行了验收。专家组在听取了汇报、进行了质询和现场考察后一致认为,印刷包装工程重点实验室立足印刷包装工程科学研究与创新人才培养,注重教学、科研和工程实践相结合,积极开展国际合作,定位准确,特色鲜明。建设期间措施得力,建设到位,科研和人才培养的成果和进步明显,水平国内领先,完成了建设任务,达到了陕西省印刷包装行业技术创新、人才培养和学术交流基地的建设目标,一致同意通过建设验收,并希望实验室今后更加注重发挥科技平台优势,服务于印刷包装工程行业,为陕西科技和经济发展做出新贡献。

(摘自西安理工大学新闻网2011-03-15)