

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2020.01.014

基于有限元可靠度的大跨度悬索桥颤振稳定性评估

吴向男

(西安理工大学 土木建筑工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 针对已有的大跨度悬索桥颤振及静风稳定性可靠度分析方法中,均存在难以满足工程应用要求的问题,本文将可靠度理论和有限单元法相结合,建立大跨度悬索桥颤振及静风稳定性可靠度分析方法。以西堽门大桥为研究对象,采用基于FORM的有限元可靠度方法计算西堽门大桥的颤振及静风稳定性可靠度指标,分析随机变量均值、随机变量变异系数以及差分步长对西堽门大桥颤振及静风稳定性可靠度指标的影响。研究表明,在大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度评价中,有必要计入参数随机性的影响,可采用本文提出的方法进行大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度评估,参数的随机性对西堽门大桥颤振稳定性可靠度指标有重要影响,忽略参数的随机性有可能导致结构的颤振稳定性偏于不安全。

关键词: 大跨度悬索桥; 颤振稳定性; 有限元可靠度; 可靠度指标; 随机性

中图分类号: U447

文献标志码: A

文章编号: 1006-4710(2020)01-0100-07

Flutter instability assessment on long-span suspension bridges based on finite element reliability

WU Xiangnan

(School of Civil Engineering and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The existing reliability analysis methods for flutter and aerostatic stability of long-span suspension bridges are difficult to meet the requirements of engineering application. Based on the finite element method and the reliability theory, the approach to reliability analysis of flutter and aerostatic instability of long-span suspension bridges is proposed. The reliability of flutter instability of long-span suspension bridges is estimated by using the proposed method with Xihoumen Bridge as an example. The reliability indexes for flutter instability of Xihoumen Bridge are calculated using the finite element reliability method based on the FORM approach. The influences of mean value and coefficient of variation of random variables, and the iterative step length of finite difference to the reliability index of flutter instability of Xihoumen Bridge are analyzed. The results indicate that it is necessary to consider uncertainties of random variables in reliability assessment on flutter instability of long-span suspension bridges with the proposed method recommended to assess reliability for flutter instability of long-span suspension bridges. The randomness of the parameters has an important influence on the reliability index for the flutter stability of the Xihoumen Bridge. Neglecting the randomness of the parameters might result in the instability of the structure.

Key words: long span suspension bridges; flutter stability; finite element reliability; reliability index; randomness

在大跨度悬索桥的各种风振形式中,颤振失稳对悬索桥的安全威胁最大,一旦发生就可能造成整座桥

梁的坍塌。因此,在大跨度悬索桥的抗风设计中,人们首先就要求大跨度悬索桥的颤振失稳临界风速大于来

收稿日期: 2018-11-28; 网络出版日期: 2020-04-26

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20200426.1558.006.html>

基金项目: 陕西省教育厅自然科学基金专项资助项目(16JK1550); 校博士科研启动基金资助项目(107-400211414)

第一作者: 吴向男,女,博士,讲师,研究方向为桥梁结构健康监测及可靠性。E-mail:149966834@qq.com

流风速,以保证悬索桥的颤振和静风稳定性。风环境和悬索桥结构自身的不确定性,使得大跨度悬索桥的颤振和静风失稳成为一个随机事件。

为了在悬索桥颤振可靠度评估过程中计入结构参数和荷载参数的随机性,部分学者^[1-7]采用简化的极限状态方程对颤振可靠度评价方法进行了研究,皆以结构的失效概率作为衡量颤振可靠度的标准,定量地给出了结构安全性的数量,给人以清晰概念。然而,由于某些物理关系难以简单表达,颤振可靠度评价方法都采用了简化的极限状态方程,在简化的极限状态方程表达式中,某些随机变量的概率分布特征难以确定,只能人为的引入某些假定。这些不足都影响了颤振可靠度评价的精度。

也有部分学者^[8-14]采用随机有限元法或 Monte Carlo 数值模拟方法进行颤振可靠度研究。然而随机有限元法或 Monte Carlo 数值模拟方法在进行颤振可靠度计算时存在建模复杂且计算效率低下的问题。

为了同时解决在颤振可靠度计算过程中采用简化极限状态方程计算精度不高和使用随机有限元法或 Monte Carlo 数值模拟方法计算效率低下的问题,Cheng 等^[15]提出了将响应面、有限元和 Monte Carlo 相结合的方法进行大跨度悬索桥颤振可靠度分析,该方法首先采用响应面和有限元相结合得到大跨度悬索桥的颤振响应表达式,然后采用 Monte Carlo 法计算大跨度悬索桥颤振可靠度指标。

综上所述,国内外学者已对大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度评价问题展开了比较广泛的研究,并取得了一定的研究成果。然而,在大跨度悬索桥颤振及静风稳定性可靠度分析中,结构的极限状态方程非线性程度比较高,通常为随机变量的隐式函数,因此对可靠度计算方法提出了很高的要求。已有的大跨度悬索桥颤振及静风稳定性可靠度分析方法中,均存在难以满足工程应用要求的问题。因此,如何建立一套计算准确、高效、方便实用且满足工程应用要求的大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度分析方法值得研究。

1 颤振稳定性可靠度分析模型

1.1 随机变量的选择

由于大跨度悬索桥颤振及静风稳定性可靠度分析过程中存在着大量不确定性,这些不确定性参数包括几何参数、材料参数、气动参数和荷载参数等。为了简化分析起见,在大跨度悬索桥颤振可靠度分析过程中主要考虑结构阻尼比、颤振导数和设计风速的

影响,在大跨度悬索桥静风稳定性可靠度分析过程中主要考虑静力三分力系数和设计风速的影响。

1.2 极限状态方程的建立

关于大跨度悬索桥颤振稳定性问题,极限状态函数可以表示为:

$$g = C_w \cdot V_{cr} - G_s \cdot V_b \quad (1)$$

式中: V_{cr} 为计入结构特性中不确定因素的颤振稳定性临界风速,可以通过三维非线性有限元计算确定; C_w 为计入风场特性中不确定性因素的临界风速转换系数; G_s 为考虑最大脉动风影响的阵风因子; V_b 为桥址处桥面高度的 10 min 时距平均基准风速,可根据现有的风速记录来推算。

为了简化起见,本文中颤振稳定性临界风速的计算仅考虑结构阻尼比和颤振导数的影响,颤振稳定性临界风速为结构阻尼比和颤振导数的隐式函数,可表示为:

$$V_{cr} = V_{cr}(H_i^*, A_i^*, P_i^*, \xi) \quad (2)$$

1.3 基于确定性有限元的颤振稳定性临界风速的计算

由式(1)分析可知,颤振稳定性临界风速 V_{cr} 的计算在大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度分析过程中非常重要,由于颤振稳定性临界风速 V_{cr} 为其影响因素的隐式表达式,本文采用基于确定性的有限单元法进行颤振稳定性临界风速的计算。本文采用基于 ANSYS 平台的时域方法^[16]进行大跨度悬索桥颤振稳定性分析。

在 ANSYS 中实现大跨度悬索桥颤振分析的过程为如下。

- 1) 基于 APDL 建立结构有限元计算模型,同时将主梁断面的颤振导数以 TABLE 方式存储。
- 2) 假定初始风速搜索 U_0 和初始频率 k_0 。
- 3) 以无量纲风速确定 MATRIX27 单元的刚度矩阵和阻尼矩阵,对系统进行结构瞬态动力学分析。
- 4) 从结构的响应时程中提取出结构的振动频率 k_1 。若 $(k_1 - k_0) / k_1 > 10^{-3}$,令 $k_0 = k_1$,回到 3); 否则进入 5)。
- 5) 确定结构响应的对数衰减率 λ 。若 $\lambda > 0$,增加风速返回 3); 若 $\lambda < 0$,减小风速返回 3); 若 $\lambda = 0$,说明结构处于颤振临界状态,此时, $U_f = U$, $k_f = k$,停止搜索。
- 6) 输出结果。

2 颤振稳定性有限元可靠度评估方法

2.1 基于 FORM 的有限元可靠度分析方法

本文在分析过程中采用基于 FORM 的有限元

可靠度分析方法^[17],现对该方法内容做简要介绍。结构的失效准则常用荷载效应向量 \mathbf{S} 表示,而结构的统计信息则用基本随机向量 \mathbf{X} 表示。 \mathbf{S} 与 \mathbf{X} 的关系可以表示为:

$$\mathbf{S}=\mathbf{S}(\mathbf{X}) \quad (3)$$

式(3)通常称为“力学变换”。在实际工程中,由于力学变换一般为隐式形式,因而只能采用数值算法(如有限单元法)求解。

对于有限元一次可靠度方法,极限状态函数为:

$$g(\mathbf{S}, \mathbf{X})=G(\mathbf{u}) \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_{i+1}=\frac{\nabla G\left(\mathbf{u}_i\right)^T \mathbf{u}_i-G\left(\mathbf{u}_i\right)}{\|\nabla G\left(\mathbf{u}_i\right)\|^2} \nabla G\left(\mathbf{u}_i\right)-\mathbf{u}_i \quad (5)$$

式中: i 是迭代次数。极限状态函数值 $G(\mathbf{u})$ 可通过有限元分析得到,因而梯度 ∇G 的计算成为关键。根据链式微分法则,得到 ∇G 和极限状态函数 $g(\mathbf{S}, \mathbf{X})$ 的梯度 ∇g 的关系为:

$$\nabla G=\left(J_{u, X}^{-1}\right)^T \nabla_{X} g \quad (6)$$

$$\nabla_{X} g=\nabla_{S} g J_{S, X} \quad (7)$$

$$\nabla G=\left(J_{u, X}^{-1}\right)^T \nabla_{X} g J_{S, X} \quad (8)$$

式中: $\nabla_{S} g$ 为极限状态函数 $g(\mathbf{S}, \mathbf{X})$ 对 \mathbf{S} 的梯度; $\nabla_{X} g$ 为极限状态函数 $g(\mathbf{S}, \mathbf{X})$ 对 \mathbf{X} 的梯度; $J_{u, X}$ 为概率变换的 Jacobian 矩阵; $J_{S, X}$ 为力学变换的 Jacobian 矩阵。

本文采用中心差分计算极限状态函数的梯度。

2.2 颤振可靠度分析流程

本文采用有限元分析 ANSYS 软件和可靠度分析 MATLAB 软件相结合的方法实现基于 FORM 的大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度有限元分析方法。基于 FORM 的大跨度悬索桥颤振稳定性有限元可靠度详细分析步骤为如下。

第一步:设定随机变量初值,一般情况下可选择随机变量均值作为初始迭代值。

第二步:建立极限状态函数并以初始迭代值为搜索点进行正态当量化概率变换。

第三步:将随机变量值输入至 ANSYS 软件,采用确定性方法计算颤振稳定性临界风速。

第四步:将第三步计算得到的颤振稳定性临界风速输入至 Matlab 程序,计算极限状态函数值。

第五步:采用差分法进行 ANSYS 颤振稳定性临界风速灵敏度分析,并计算极限状态函数梯度值。

第六步:计算可靠度指标。

第七步:判断是否收敛。如收敛,计算结束;否则,转至第二步继续计算。

以上流程见图 1。

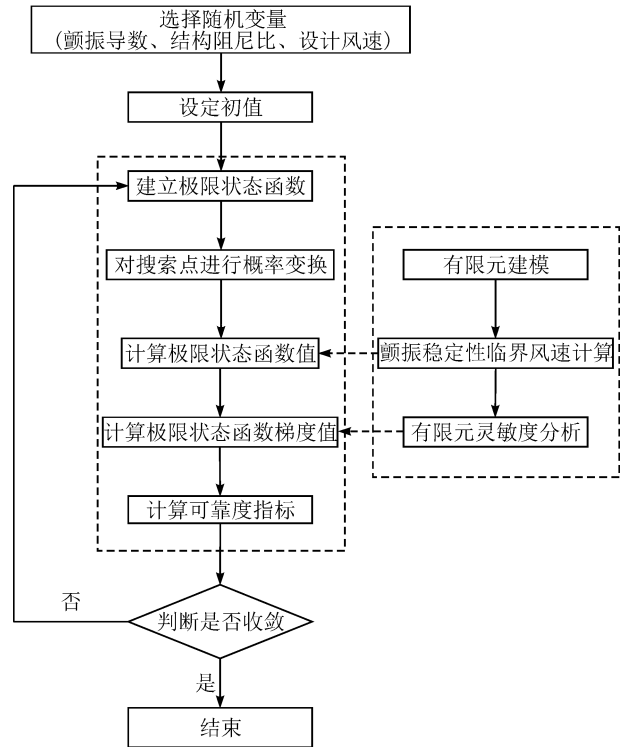


图 1 颤振稳定性可靠度分析流程
Fig. 1 Reliability analysis flow of flutter stability

3 工程应用

3.1 工程概况

西堽门大桥主桥为主跨 1 650 m 的两跨连续漂浮体系的钢箱梁悬索桥,跨径布置为 578 m+1 650 m+485 m,钢箱梁连续总长为 2 228 m。主跨跨径居世界第二、国内第一,主桥总体布置见图 2,加劲梁结构设计见图 3。

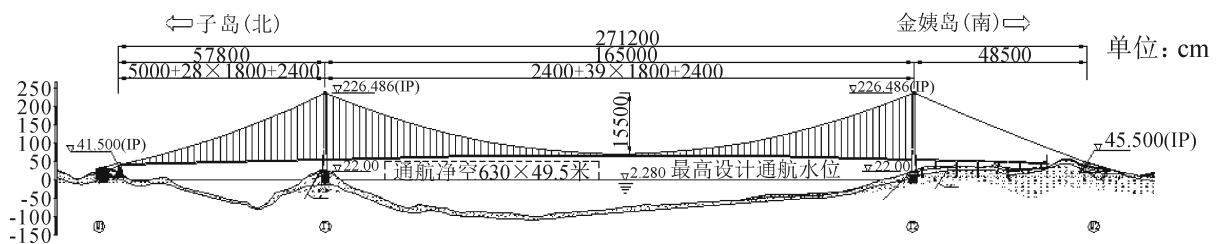


图 2 西堽门大桥总体布置图
Fig. 2 General layout of Xihoumen Bridge

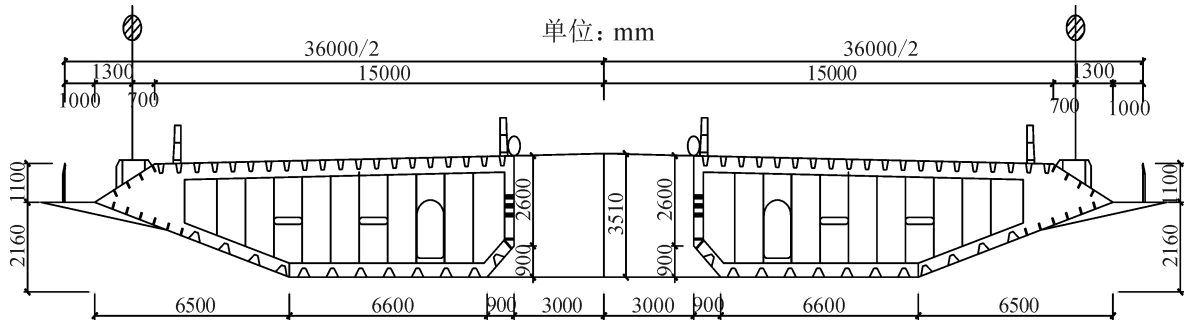


图3 西堍门大桥钢箱梁标准断面图

Fig. 3 Standard cross section of steel box girder of Xihoumen Bridge

3.2 颤振临界风速计算

西堍门大桥每延米广义质量 $m=28\ 177\ \text{kg/m}$,每延米广义质量惯性矩为 $I_m=3\ 955\ 905\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{m}$;结构阻尼比为 0.005。采用时域法对西堍门大桥颤振稳定性进行计算,搜索了 0° 风攻角下西堍门大桥一阶竖弯和扭转振动在各级风速下的阻尼比,见图 4。

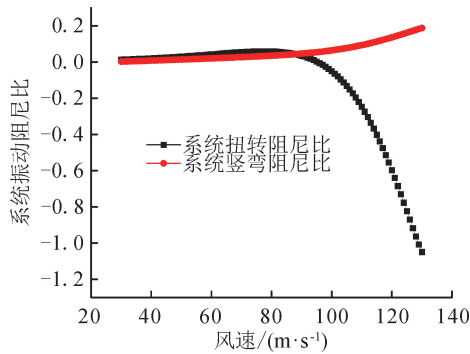


图4 系统阻尼比随风速的变化

Fig. 4 Variation of system damping ratio with wind speed

由图 4 分析可知,当风速小于 $95.3\ \text{m/s}$ 时,系统扭转阻尼比和竖弯阻尼比均为正;当风速为 $95.3\ \text{m/s}$ 时,系统扭转阻尼比为 0,系统竖弯阻尼比为正,此时系统的扭转频率为 $0.213\ 5\ \text{Hz}$,系统的竖弯频率为 $0.101\ 7\ \text{Hz}$;当风速大于 $95.3\ \text{m/s}$ 时,系统扭转阻尼比为负,系统竖弯阻尼比为正。同理,可分别算得 -3° 和 $+3^\circ$ 风攻角下西堍门大桥的颤振临界风速为 $87.8\ \text{m/s}$ 和 $80.6\ \text{m/s}$ 。西堍门大桥的颤振临界风速计算结果与文献(西南交通大学风工程试验研究中心,2006)中的风洞试验结果是一致的,下文如无特别说明均采用 $95.3\ \text{m/s}$ 作为西堍门大桥的颤振临界风速进行可靠度分析。

3.3 极限状态方程

由于在西堍门大桥颤振稳定性分析过程中,仅考虑颤振导数 $A_1^* \sim A_4^*$ 、 $H_1^* \sim H_4^*$ 以及结构阻

尼比的影响,西堍门大桥颤振稳定性极限状态方程为:

$$g = C_w \cdot V_{cr}(A_1^*, A_2^*, A_3^*, A_4^*, H_1^*, H_2^*, H_3^*, H_4^*, \xi) - G_s \cdot V_b \quad (9)$$

式(9)中各随机变量统计特性见表 1,其中 A_1^* 为与气动力矩相关的竖向振动位移有关的颤振导数, A_2^* 为与气动力矩相关的竖向振动速度有关的颤振导数, A_3^* 为与气动力矩相关的扭转振动角度有关的颤振导数, A_4^* 为与气动力矩相关的扭转振动角速度有关的颤振导数; H_1^* 为与气动力相关的竖向振动位移有关的颤振导数, H_2^* 为与气动力相关的竖向振动速度有关的颤振导数, H_3^* 为与气动力相关的扭转振动角度有关的颤振导数, H_4^* 为与气动力相关的扭转振动角速度有关的颤振导数。由于桥梁基本为南北走向,因此采用气象站偏西(W)风向的基本风速变量的相关系数。

表 1 随机变量统计特性

Tab. 1 Statistical properties of random variables

随机变量	分布类型	均值	标准差	变异系数	参考文献
A_1^*	正态分布	1	0.2	0.2	[12]
A_2^*	正态分布	1	0.2	0.2	
A_3^*	正态分布	1	0.2	0.2	
A_4^*	正态分布	1	0.2	0.2	
H_1^*	正态分布	1	0.2	0.2	
H_2^*	正态分布	1	0.2	0.2	
H_3^*	正态分布	1	0.2	0.2	
H_4^*	正态分布	1	0.2	0.2	
ξ	对数正态分布	1	0.4	0.4	[14]
C_w	正态分布	1	0.1	0.1	[8]
G_s	正态分布	1.2	0.12	0.1	[8]
V_b	极值-I型分布	19.35	3.88	0.2	[19]

3.4 可靠度评估

采用基于 FORM 的有限元可靠度方法进行西堍门大桥颤振稳定性可靠度分析,可靠度指标 β 为 4.348 5,失效概率为 $6.853 6 \times 10^{-6}$ 。

影响大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度指标的主要因素有:随机变量均值和随机变量变异系数(或标准差)。

1) 随机变量均值

为了研究随机变量均值对大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度指标的影响,每次分别改动一个随机变量的均值,即变化后的随机变量均值分别为原随机

变量均值的 0.9、1.0、1.1 倍,同时其余随机变量的均值取原值。

各随机变量的均值对西堍门大桥颤振稳定性可靠度指标影响的具体计算结果见图 5。

由图 5 可知,颤振导数 A_4^* 和 H_4^* 的均值对颤振稳定性可靠度指标几乎没有影响,颤振导数 A_1^* 、 H_2^* 和 H_3^* 的均值对颤振稳定性可靠度指标影响不大,颤振导数 A_2^* 、 A_3^* 和 H_1^* 的均值对颤振稳定性可靠度指标有重要影响,结构阻尼比、临界风速转换系数、阵风因子和设计风速的均值对颤振稳定性可靠度指标有重要影响。

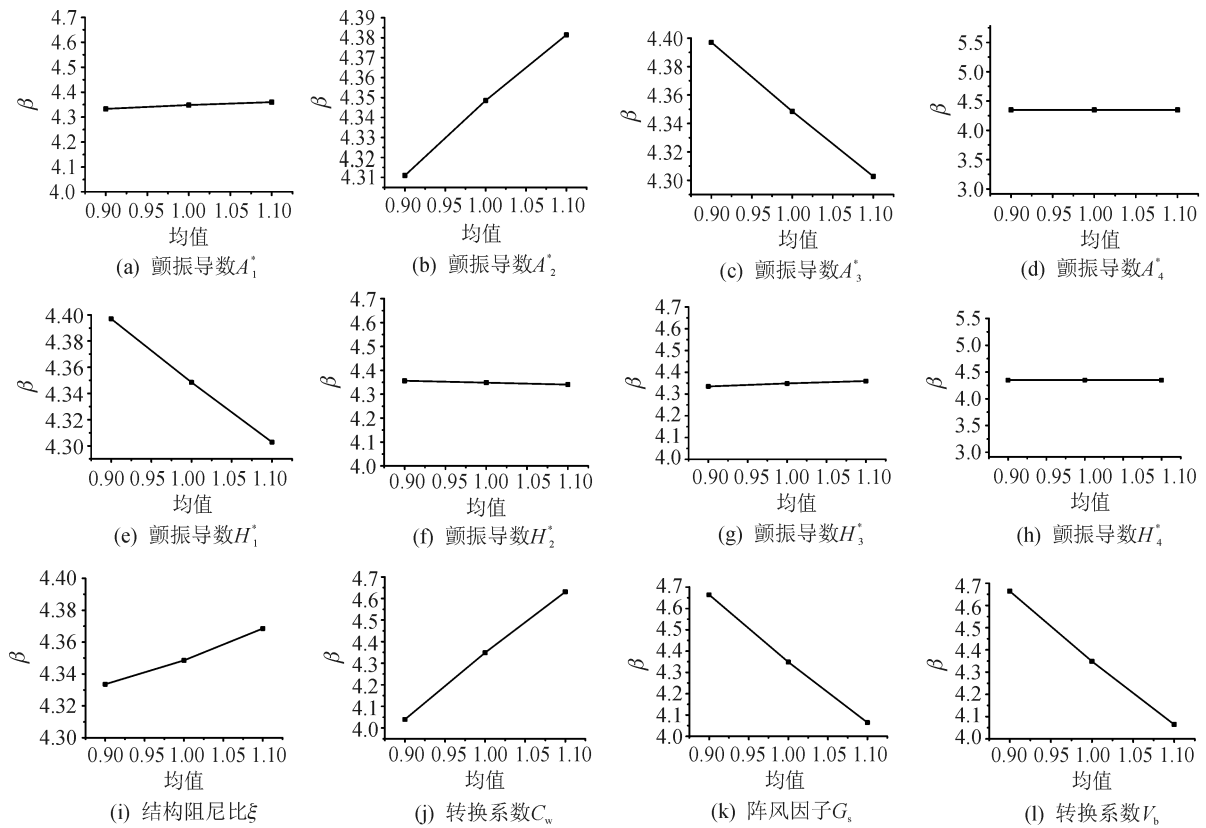


图 5 随机变量均值对西堍门大桥静风稳定性可靠度指标的影响

Fig. 5 Influence of the mean value of random variables on the reliability index of Xihoumen Bridge Stability

2) 随机变量变异系数

为了研究随机变量变异系数对大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度指标的影响,每次分别改动一个随机变量的变异系数,同时其余随机变量的变异系数取原值。

各随机变量变异系数对西堍门大桥颤振稳定性可靠度指标影响的具体计算结果见图 6。

由图 6 可知,颤振导数 A_4^* 和 H_4^* 的变异系数对颤振稳定性可靠度指标几乎没有影响,颤振导数 A_1^* 、 H_2^* 和 H_3^* 的变异系数对颤振稳定性可靠度指标略微有影响,颤振导数 A_2^* 、 A_3^* 和 H_1^* 的变异系数对颤振稳定性可靠度指标有重要影响,结构阻尼比、临界风速转换系数、阵风因子和设计风速的变异系数对颤振稳定性可靠度指标有重要影响。

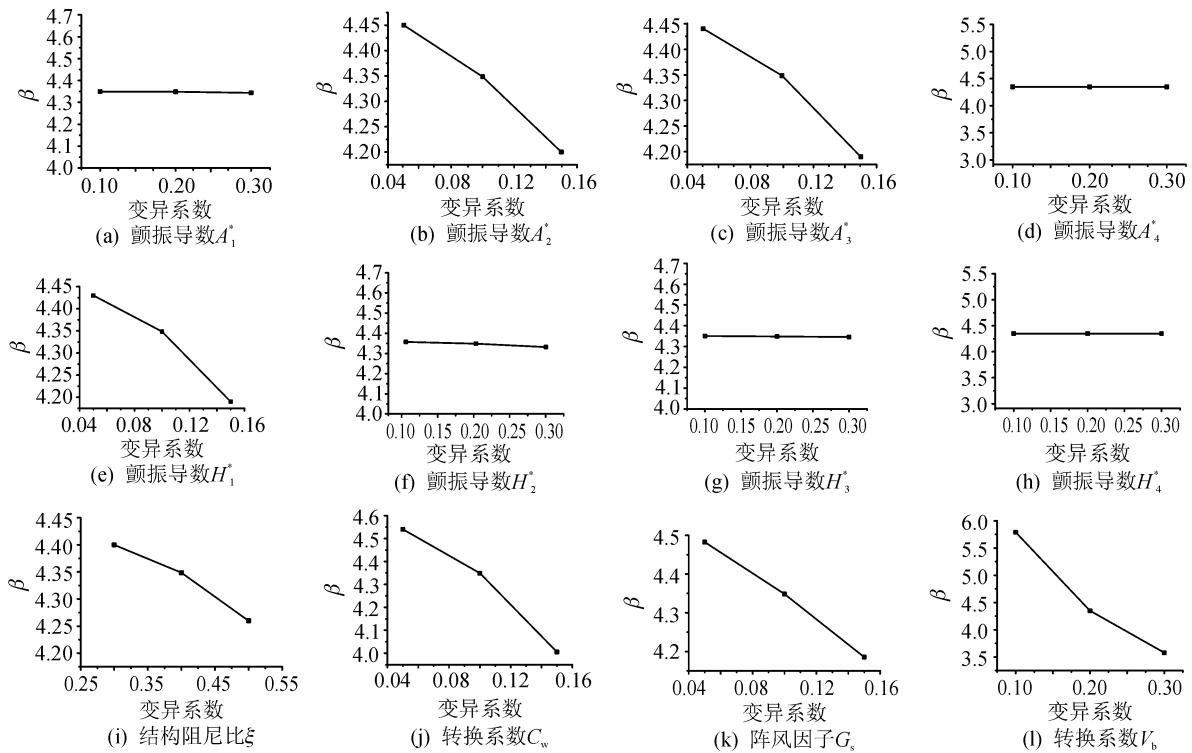


图 6 随机变量变异系数对西堍门大桥颤振稳定性可靠度指标的影响

Fig. 6 Influence of random variable coefficient of variation on reliability index for Xihoumen Bridge flutter stability

4 结论

以大跨度悬索桥为研究对象,进行了大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度分析方法研究。以西堍门大桥为工程应用实例,评价了西堍门大桥颤振稳定性可靠度,并进行了参数敏感性分析。归纳起来,本文所做的主要工作和得到的主要结论为如下。

1) 将可靠度理论与有限单元法相结合,提出了大跨度悬索桥颤振及静风稳定性可靠度分析方法。采用基于 FORM 的有限元可靠度方法进行西堍门大桥颤振及静风稳定性可靠度分析,结果表明:颤振稳定性可靠度指标为 4.3485。

2) 在大跨度悬索桥颤振稳定性可靠度评价中,有必要计入参数随机性的影响,可采用本文提出的方法进行大跨度悬索桥颤振稳定可靠度评估。参数的随机性对西堍门大桥颤振稳定性可靠度指标有重要影响,忽略参数的随机性有可能导致结构的颤振稳定性偏于不安全。

3) 西堍门大桥颤振稳定性可靠度指标随着颤振导数 A_2^* 、结构阻尼比和临界风速转换系数均值的增加而增加,随着颤振导数 A_3^* 、颤振导数 H_1^* 、阵风因子和设计风速均值的增加而减小,随着颤振导数 A_2^* 、颤振导数 A_3^* 、颤振导数 H_1^* 、结构阻尼比、临界风速转换系数、阵风因子和设计风速变异系

数的增加而减小。

4) 影响西堍门大桥颤振稳定性可靠度指标的主要因素有:颤振导数 A_2^* 、颤振导数 A_3^* 、颤振导数 H_1^* 、结构阻尼比、临界风速转换系数、阵风因子和设计风速;在大跨度悬索桥实际工程中,可针对性地控制颤振导数 A_2^* 、颤振导数 A_3^* 、颤振导数 H_1^* 、结构阻尼比、临界风速转换系数、阵风因子和设计风速的随机性,进一步明确符合工程实际的随机变量概率分布特性,来保证大跨度悬索桥的颤振稳定安全性。

参考文献:

[1] ITO M, YAMAGUCHI H. A probabilistic study of torsional flutter of suspension bridge under fluctuating wind[C]//Shinozuka M. Proceedings of the 4th International Conference on Structural Safety and Reliability. ASCE, 1985, 145-160.

[2] MADSEN H O, OSTENFELD-ROSEATHAL P. Wind criteria for long span bridges-aerodynamics of large bridges[M]. Rotterdam: Balkema, 1992.

[3] OSTENFELD-ROSEATHAL P, MADSEN H O, LARSEN A. Probabilistic flutter criteria for long span bridges[J]. Journal of Wind Engineering Industrial Aerodynamics, 1992, 42(1/2/3):1265-1276.

[4] 高亮,白桦,刘健新,等. 复杂地形条件下的西部强风特性实测分析[J]. 西安理工大学学报, 2018, 34(1):

- 61-67.
GAO Liang, BAI Hua, LIU Jianxin, et al. Field measurement analysis of wind characteristics of the typical complex terrain conditions in the western area[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2018, 34(1): 61-67.
- [5] 白桦,方成,王峰,等. 桥梁颤振稳定性快速评价参数及其应用[J]. 中国公路学报,2016,29(8):92-98.
BAI Hua, FANG Cheng, WANG Feng, et al. Rapid evaluation parameters of flutter stability of bridge and their application[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(8): 92-98.
- [6] 周峥,葛耀君,杜柏松. 桥梁颤振概率性评价的随机有限元法[J]. 工程力学,2007,24(2):98-104,114.
ZHOU Zheng, Ge Yaojun, DU Baisong. Probabilistic assessment of bridge flutter based on stochastic finite element method[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(2): 98-104,114.
- [7] GE Y J, XIANG H F. Recent development of bridge aerodynamics in China[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2008, 96(6/7): 736-768.
- [8] 葛耀君,项海帆. 桥梁颤振的随机有限元分析[J]. 土木工程学报,1999,32(4):27-32.
GE Yaojun, XIANG Haifan. Stochastic finite element analysis of bridge flutter[J]. China Civil Engineering Journal, 1999, 32(4): 27-32.
- [9] SEO D W, CARACOGLIA L. Estimation of torsional-flutter probability in flexible bridges considering randomness in flutter derivatives[J]. Engineering Structures, 2011, 33(8): 2284-2296.
- [10] KUSANO I, BALDOMIR A, JURADO J Á, et al. Probabilistic optimization of the main cable and bridge deck of long-span suspension bridges under flutter constraint[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2015, 146: 59-70.
- [11] KUSANO I, BALDOMIR A, JURADO J Á, et al. Reliability based design optimization of long-span bridges considering flutter[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2014, 135: 149-162.
- [12] MANNINI C, BARTOLI G. Aerodynamic uncertainty propagation in bridge flutter analysis[J]. Structural Safety, 2015, 52(Part A): 29-39.
- [13] CANOR T, CARACOGLIA L, DENOËL V. Application of random eigenvalue analysis to assess bridge flutter probability[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2015, 140: 79-86.
- [14] UBERTINI F, COMANDUCCI G, LAFLAMME S. A parametric study on reliability-based TMD design against bridge flutter[J]. Journal of Vibration and Control, 2015, 23(9): 1518-1534.
- [15] CHENG Jin, XIAO Rucheng. Probabilistic free vibration and flutter analyses of suspension bridges[J]. Engineering Structures, 2005, 27(10): 1509-1518.
- [16] 华旭刚,陈政清,祝志文. 在 ANSYS 中实现颤振时程分析的方法[J]. 中国公路学报,2002,15(4):32-34.
HUA Xugang, CHEN Zhengqing, ZHU Zhiwen. Approach of time-history analysis of flutter in ANSYS[J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(4): 32-34.
- [17] 黄炎生,韩大建. 一种随机有限元新方法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版),1995,23(1):100-105.
HUANG Yansheng, HAN Dajian. A new stochastic finite element method[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science), 1995, 23(1): 100-105.
- [18] 西南交通大学风工程试验研究中心. 浙江舟山连岛工程西堠门大桥抗风性能试验研究[R]. 2006.
- [19] XU F. Investigations on coefficient of variation of extreme wind speed[J]. Wind & Structures An International Journal, 2014, 18(6): 633-650.

(责任编辑 王绪迪)