

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2019.03.010

# 基于亚像素边缘的棋盘格的角点检测

艾裕丰<sup>1</sup>, 赵敏<sup>2</sup>, 张琪<sup>2</sup>, 雷杰<sup>3</sup>, 白小亮<sup>1</sup>

(1. 中国石油集团石油管工程技术研究院, 陕西 西安 710077; 2. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048; 3. 西安捷创测控技术有限公司, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 棋盘格标定广泛应用于高精度机器视觉中。针对棋盘格标定中最关键的角点检测技术, 本文提出了一种基于亚像素边缘的角点检测算法。先确定棋盘格边缘线法线方向, 再在法线方向插入虚拟像素; 根据边缘像素灰度变化趋势, 用反正切函数进行曲线拟合; 然后通过曲线梯度, 确定亚像素边缘。在得到各亚像素边缘后, 根据边缘相交形式, 采用形心法确定角点位置。本算法建立了边缘法向方向亚像素定位算法, 不受棋盘格角点方位影响。采用结合像素插值和灰度曲线拟合的方法提取亚像素边缘, 有效的提高检测精度。实验表明本算法相对 Harris 角点检测算法精度提高一倍。本算法已成功应用于石油管螺纹的图像检测中, 满足实际应用需求。

**关键词:** 棋盘格; 角点检测; 亚像素; 边缘

**中图分类号:** TP391.7

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-4710(2019)03-0333-05

## Corner detection of checkerboard based on sub-pixel edge

AI Yufeng<sup>1</sup>, ZHAO Min<sup>2</sup>, ZHANG Qi<sup>2</sup>, LEI Jie<sup>3</sup>, BAI Xiaoliang<sup>1</sup>

(1. CNPC Tubular Goods Research Institute, Xi'an 710077, China; 2. School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 3. Xi'an Jiechuang Measurement and Control Technology Ltd., Xi'an 710048, China)

**Abstract:** Checkerboard calibration is widely used in a high precision machine vision. Aiming at the most critical corner detection technology in checkerboard calibration, a novel corner detection algorithm based on the sub-pixel edge is proposed. According to the edge line direction of the checkerboard, the normal direction is determined. Then the virtual pixels are inserted in the normal direction. The tangent function is used to fit the gray variation of the edge pixels, with the sub-pixel edge determined through the curve gradient. The corner position is determined by the centroid method based on the intersection of edges. The sub-pixel location algorithm in edge normal direction is established, which is not affected by the orientation of checkerboard corners. The sub-pixel edge is extracted by combining pixel interpolation and gray-scale curve fitting to improve the detection accuracy effectively. Experimental results indicate that the algorithm proposed here is twice as accurately as the Harris corner detection algorithm. The algorithm has been successfully applied to image detection of petroleum pipe threads, which is suitable for a real factory environment.

**Key words:** checkerboard; corner detection; sub-pixel; edge

图像测量技术在现代工业中应用愈来愈广泛, 为了提高测量精度, 首先要求相机畸变得得到控制, 因此相机标定是图像测量和机器视觉应用中很重要的一个环节。相机标定需要使用标定模板, 通常标定模板采用等间距的国际棋盘格图案。黑白棋盘格角点检测的准确与否将会对标定结果的精确性产生很大影响。

角点是图像中的强特征点, 其对图像处理、匹配、计算机视觉具有重要作用。在棋盘格标定中, 角点检测是相机标定的关键步骤。目前棋盘格角点检测算法主要分为两类<sup>[1-2]</sup>: 基于图像角点的检测方法和基于图像边缘的检测方法。基于图像角点的检测方法是一种基于图像灰度的检测方法, 这类方法主要考虑像素邻域点的灰度变化, 将与临点亮度对比

收稿日期: 2018-07-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51405382)

作者简介: 艾裕丰, 男, 硕士, 工程师, 研究方向为石油管螺纹检测与校准。Email: aiyufeng@cnpc.com.cn

足够大的点定义为角点。现有角点检测比较成熟的算法有 SUSAN 算法、Harris 算法、FAST 算法等<sup>[3-5]</sup>。角点检测算法的精度依赖于参数设置,并且对图像噪声比较敏感,因此检测结果的鲁棒性不高。基于图像边缘的检测方法要先对图像进行边缘检测<sup>[6]</sup>,然后通过 Hough 变换等手段求取直线,再通过两条直线的交点求出角点的精确坐标,这种方法简单易行。基于边缘的角点检测,由于利用了大量边缘信息,通过多点平均,可以有效地滤除噪声点误差,提高结果的鲁棒性。目前利用边缘检测方法,是采用整像素边缘,再计算线段交点,获取棋盘格角点。由于整像素带来的舍入误差,会传递到角点计算中,降低检测精度。

本文提出一种亚像素边缘角点检测方法。采用结合像素插值和灰度曲线拟合的方法提取亚像素边缘,再通过边缘相交获得角点位置。本算法可有效的提高角点检测精度且不受棋盘格角点方位影响。

## 1 亚像素边缘检测

### 1.1 边缘检测

图像边缘提取,目前常见的算法有 Prewitt 算法、Sobel 算法、Canny 算法和 Laplacian 算法<sup>[7-9]</sup>。这些典型的一阶导数边缘检测算子仅在两个方向上计算边缘强度,且只在灰度变化最大的方向上求解梯度,在没有模糊干扰的情况下,一个理想的边缘灰度分布就可模拟为一个阶跃函数(一维条件下):

$$f(x) = \begin{cases} h, & x \leq R \\ h+k, & x > R \end{cases} \quad (1)$$

式中: $f(x)$ 表示位于像素处的灰度值, $h$ 和 $k$ 分别表示灰度背景和灰度反差, $R$ 为设定值。

然而,由于模糊效应在图像形成的过程中对视觉系统的影响,阶跃模型并不能真实体现边缘灰度的分布情况,但是这些算法通过合理的参数设置,可以得到单像素图像边缘位置。亚像素边缘是在整像素边缘的基础上,通过灰度曲线梯度得到的,见图1。

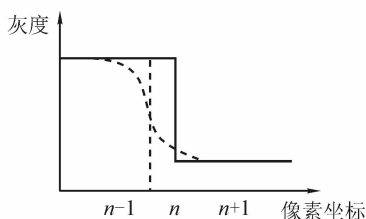


图1 整像素边缘与亚像素边缘

Fig. 1 Pixel edge and sub-pixel edge

为了提高边缘的位置精度,需要确定亚像素边缘。目前已有插值、矩法及曲线拟合等多种方法<sup>[10-11]</sup>。

其中,拟合类亚像素边缘检测算法,由于对噪声具有良好的鲁棒性,能够较好的保证检测精度,获得了较广泛的应用。而结合插值和曲线拟合的方法将进一步提高亚像素边缘检测精度。

目前插值和曲线拟合的方法大都是在水平或垂直方向计算,得到亚像素边缘,但在棋盘格角点检测时,边缘线大多是倾斜位置,因此要建立边缘法向方向亚像素定位算法。

### 1.2 像素灰度插值

根据图像质量,本文采用边缘5个点拟合检测亚像素边缘。点数增多会引入无关信息,降低拟合精度。

为了确定边缘法线方向,首先取当前边缘像素点 $5 \times 5$ 邻域,见图2。取两个最外端像素点连线作为边缘方向,即可得到法线方向 $F_n$ 。

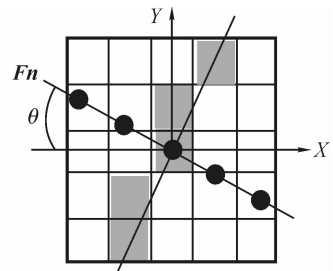


图2 边缘像素点 $5 \times 5$ 邻域

Fig. 2  $5 \times 5$  neighborhood of edge pixel point

在法线方向以单个像素距离在中心像素两端各插值两个像素点,得到5个法线方向虚拟像素点,通过5个虚拟像素点,拟合出法线方向灰度变化曲线,计算梯度极值,得到法线方向亚像素点坐标。虚拟像素点灰度值通过其相邻四个像素灰度值插值计算,见图3。

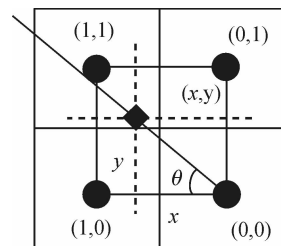


图3 虚拟像素点灰度插值

Fig. 3 Gray interpolation of virtual pixels

虚拟像素点在4个整像素中坐标为 $(x, y)$ ,到中心像素点 $(0, 0)$ 的距离为1,即:

$$x = \cos\theta \quad (2)$$

$$y = \sin\theta \quad (3)$$

对虚拟像素点 $I_{xy}$ 灰度采用双线性插值方法计算:

$$I_{xy}^1 = (I_{10} - I_{00})x + I_{00} \quad (4)$$

$$I_{xy}^2 = (I_{11} - I_{01})x + I_{01} \quad (5)$$

$$I_{xy} = (I_{xy}^{x_2} - I_{xy}^{x_1})y + I_{xy}^{x_1} = (I_{11} + I_{00} - I_{10} - I_{01})xy + (I_{10} - I_{00})x + (I_{01} - I_{00})y + I_{00} \quad (6)$$

式中:  $I_{00}$ 、 $I_{01}$ 、 $I_{10}$ 、 $I_{11}$  分别为像素(0, 0)、(0, 1)、(1, 0)、(1, 1)的灰度值,  $I_{xy}^{x_1}$  表示像素(0, 0)和(1, 0)的灰度在水平方向的线性插值,  $I_{xy}^{x_2}$  表示像素(0, 1)和(1, 1)的灰度在水平方向的线性插值,  $I_{xy}$  表示虚拟像素点(x, y)的灰度值。

### 1.3 灰度曲线拟合

拟合类亚像素边缘检测的基本思路是先给出近似真实边缘灰度分布的拟合函数模型, 然后获得模型中的参数, 从而实现亚像素边缘定位。Gauss 模型边缘检测求解的时间往往较长, 很难满足实时检测的需求。

分析发现反正切函数图像与边缘区域灰度分布非常相似。为了进一步确认, 增加了不同拟合函数的对比实验。相关指数  $R$  表征拟合效果的好坏, 其数值越大拟合效果越好<sup>[12]</sup>。Gauss 拟合  $R_1=0.996\ 68$ , 反正切拟合  $R_2=0.998\ 17$ , 双曲正切拟合  $R_3=0.987\ 58$ 。根据实验对比, 利用反正切函数可以简单、准确拟合边缘实际的灰度分布情况。边缘模型拟合函数为<sup>[13-14]</sup>:

$$y = a_1 \arctan(a_2 x + a_3) + a_4 \quad (7)$$

式中:  $a_1$  表示将反正切函数趋于的最大值与最小值扩大至原来的  $a_1$  倍;  $a_2$  和  $a_3$  表示反正切函数曲线弯曲的程度,  $a_2$  和  $a_3$  的值越大, 曲线弯曲的程度越大;  $a_4$  表示反正切函数在  $y$  轴的偏移量。用最小二乘法拟合, 可以计算出  $a_1, a_2, a_3, a_4$ 。考虑到运算效率, 可以采用数值计算的牛顿法解决该问题。

### 1.4 亚像素边缘

在计算出拟合曲线后, 定义亚像素边缘在函数斜率最大坐标点处。即对函数求导:

$$y' = \frac{a_1 a_2}{1 + (a_2 x + a_3)^2} \quad (8)$$

再对  $x$  求导:

$$\frac{dy'}{dx} = -\frac{2a_1 a_2^2 (a_2 x + a_3)}{[1 + (a_2 x + a_3)^2]^2} = 0 \quad (9)$$

得:

$$x = -\frac{a_3}{a_2} \quad (10)$$

此即为亚像素点位置。

## 2 角点检测

相比较于基于灰度的角点检测算法, 基于边缘的角点算法具有更好的抗噪声能力和更高的定位精度。基于边缘的角点检测技术, 是通过棋盘格亚像素边缘点拟合直线, 再根据直线交点确定棋盘格角

点<sup>[15]</sup>。边缘直线在角点处相交有三种形式, 见图 4。

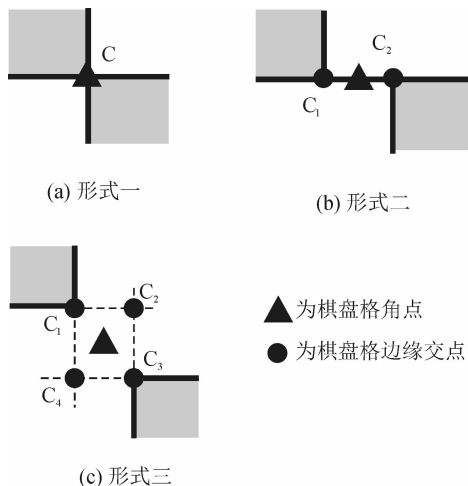


图4 边缘交点形式

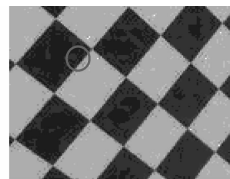
Fig. 4 Styles of edge intersection

在图 4 的三种形式中: 形式一, 一个交点即为棋盘格角点; 形式二, 棋盘格角点为两个交点中心点; 形式三, 棋盘格角点为四个交点中心点。在以上三种交点形式中, 角点是通过边缘交点形心确定。

## 3 实验

### 3.1 仿真实验

为了验证算法的有效性, 对任意位置放置的棋盘格模板, 见图 5。通过亚像素边缘的检测, 再根据边缘线交点定位图像角点。以整像素边缘坐标(76, 44)为例, 计算此点亚像素坐标。



(a) 灰度图

0	0	0	1	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	0	0	0

(b) 边缘像素

24	25	25	49	155
31	20	32	138	175
36	30	97	183	175
35	58	181	181	191
30	141	183	209	200

(c) 灰度值

图5 棋盘格灰度数据

Fig. 5 Grayscale data of chessboard

法线方向灰度拟合曲线见图 6, 式(7)中参数分别为  $a_1=56.8, a_2=3.3, a_3=-10.1, a_4=106.3$ 。

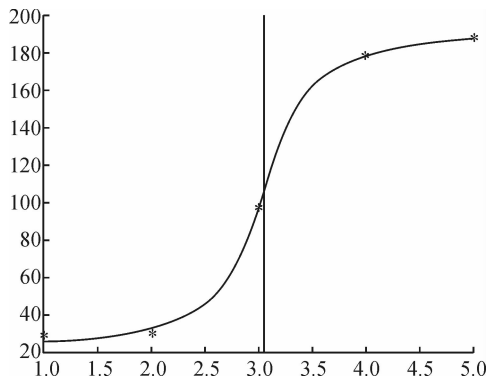


图 6 灰度拟合曲线

Fig. 6 Grayscale fitting curve

由上式得亚像素点位置  $x=3.06$ 。根据整像素边缘点坐标(76, 44), 得棋盘格上该边缘点亚像素坐标为(76.514, 44.309)。计算棋盘格角点四个边缘亚像素坐标, 将亚像素边缘做直线拟合, 得到四条棋盘格边缘线, 根据边缘线相交三种形式, 可计算出亚像素角点坐标。

### 3.2 检测对比实验

为了进一步验证算法精度, 对图 7 的棋盘格角点进行了检测对比试验, 验证角点距离方差, 见式(11)。对比本文算法和 Harris 角点检测法检测角点的精度。试验中认为棋盘格为理想精度, 即各角点都是等距离分布。

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^N (L_i - L')^2}{N} \quad (11)$$

式中:  $L'$  为检测得到各对角点距离均值,  $L_i$  为第  $i$  对角点距离,  $N$  为角点对数。方差越小表示检测结果越稳定可靠。

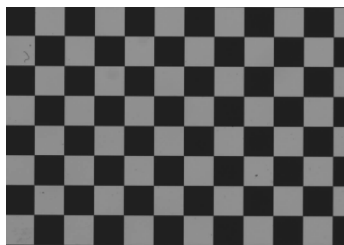


图 7 棋盘格模板

Fig. 7 Checkerboard template

本实验检测了 10 对角点位置, 本文算法方差为: 0.043 5 pixel, Harris 角点检测算法方差为 0.087 2 pixel。通过试验可以看出, 本文算法可以有效提高检测精度, 满足实际应用需求。

## 4 结 语

针对棋盘格标定中关键的角点检测问题, 提出了一种基于亚像素边缘的角点检测算法。采用结合像素插值和灰度曲线拟合的方法提取亚像素边缘: 先确定棋盘格边缘线法线方向, 再在法线方向插入虚拟像素, 利用反正切函数准确地拟合边缘灰度模型, 再通过曲线梯度, 确定亚像素边缘。在得到各亚像素边缘后, 根据边缘相交形式, 采用形心法确定角点位置。

本算法建立了边缘法向方向亚像素定位算法, 不受棋盘格角点方位影响。实验表明本算法有效的提高了检测精度, 相对 Harris 角点检测算法精度提高一倍, 已成功应用于石油管螺纹的图像检测中, 满足实际应用需求。

### 参考文献:

- [1] 刘博超, 赵建, 孙强. 基于边缘改进的 Harris 角点检测方法[J]. 液晶与显示, 2013, 28(6): 939-942.  
LIU Bochao, ZHAO Jian, SUN Qiang. Improved Harris corner detection method based on edge[J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2013, 28(6): 939-942.
- [2] 李海, 张宪民, 陈忠. 基于直线检测的棋盘格角点自动提取[J]. 光学精密工程, 2015, 23(12): 3480-3489.  
LI Hai, ZHANG Xianmin, CHEN Zhong. Automatic corner detection of checkerboard based on LSD[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(12): 3480-3489.
- [3] 王晓辉, 程健庆, 韩瑜. 基于 Harris 的棋盘格角点检测改进算法[J]. 电子测量技术, 2013, 36(10): 51-54.  
WANG Xiaohui, CHENG Jianqing, HAN Yu. Improved checkerboard corner detection algorithm based on the Harris[J]. Electronic Measurement Technology, 2013, 36(10): 51-54.
- [4] 杨幸芳, 黄玉美, 李艳, 等. 基于改进的 SUSAN 算子的棋盘格亚像素角点检测算法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(21): 2541-2545.  
YANG Xingfang, HUANG Yumei, LI Yan, et al. Sub-pixel corner detection algorithm of chessboard image based on improved SUSAN operator[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(21): 2541-2545.
- [5] 刘亮, 王平, 孙亮. 基于区域灰度变化的自适应 FAST 角点检测算法[J]. 微电子学与计算机, 2017, 34(3): 20-24.  
LIU Liang, WANG Ping, SUN Liang. Adaptive FAST corner detection algorithm based on regional grayscale change[J]. Microelectronics & Computer, 2017, 34

- (3): 20-24.
- [6] 范彩霞,朱虹. 基于物理模型的目标边缘检测方法[J]. 西安理工大学学报,2014,30(4):437-442.  
FAN Caixia, ZHU Hong. Object edge detection based on physical model[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2014, 30(4): 437-442.
- [7] 段振云,单紫薇,赵文辉,等. 数字图像边缘的快速提取算法研究[J]. 组合机床与自动化加工技术,2017,(12):12-14.  
DUAN Zhenyun, SHAN Ziwei, ZHAO Wenhui, et al. Study on the image edge extracting algorithm for machine vision measuring system[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2017, (12): 12-14.
- [8] 张珊珊,曹锟,朱志琨. 基于量子柔性表示的图像边缘提取算法[J]. 计算机工程与设计,2018, 39(6): 1697-1703.  
ZHANG Shanshan, CAO Kun, ZHU Zhikun. Edge extraction algorithm based on quantum flexible representation[J]. 2018, 39(6):1697-1703
- [9] 陈恺焯,刘昕,王咚. 基于图像掩模和击中击不中变换的优化边缘提取算法[J]. 西安理工大学学报. 2018, 34(1): 116-121.  
CHEN Kaixuan, LIU Xin, WANG Dong. An algorithm for optimized edge detection based on image mask and Hit-miss transform [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2018, 34(1): 116-121.
- [10] 陈小卫,徐朝辉,郭海涛,等. 利用极值梯度的通用亚像素边缘检测方法[J]. 测绘学报 2014, 43(5): 500-507.  
CHEN Xiaowei, XU Zhaohui, GUO Haitao, et al. Universal sub-pixel edge detection algorithm based on extremal gradient[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2014, 43(5): 500-507.
- [11] 孙秋成,周亚洲,宁闯,等. 基于三次样条插值的亚像素边缘检测方法[J]. 控制工程 2014,21(2):290-293.  
SUN Qiucheng, ZHOU Yazhou, NING Chuang, et al. A sub-pixel edge detection method based on cubic spline interpolation[J]. Control Engineering of China, 2014, 21(2): 290-293.
- [12] 费业泰. 误差理论与数值处理[M]. 北京:机械工业出版社,1981.
- [13] SUN Q C, HOU Y Q, TAN Q C, et al. A robust edge detection method with sub-pixel accuracy[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(14): 3449-3453.
- [14] 孙秋成,孙维健,徐中宇,等. 基于反正切函数拟合的亚像素边缘检测方法[J]. 控制工程 2017,24(4): 905-908.  
SUN Qiucheng, SUN Weijian, XU Zhongyu, et al. Sub-pixel edge detection algorithm based on arctangent function fitting [J]. Control Engineering of China, 2017, 24(4): 905-908.
- [15] 高建林. 基于边缘的角点分类和描述算法[J]. 电子技术. 2016,29(12):81-84.  
GAO Jianlin. Contour-based corner classification and description [J]. Electronic Science and Technology, 2016, 29(12): 81-84.

(责任编辑 王绪迪)