

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2019.04.013

# 改进的樽海鞘群算法及在焊接梁问题中的应用

王彦军, 王秋萍, 王晓峰

(西安理工大学 理学院, 陕西 西安 710054)

**摘要:** 针对樽海鞘群算法的求解精度较低, 收敛速度较慢等缺陷, 提出一种改进的樽海鞘群算法。首先, 对领导者个体执行精英反向学习策略以平衡算法的勘探和开发能力; 然后, 为提高算法的求解精度, 受差分进化算法的启发, 引入一种差分策略来更新追随者位置; 最后, 在搜索过程中对食物位置进行 Gauss 变异以避免陷入局部最优, 为算法进行全局搜索奠定基础。在 10 个标准测试函数和一个经典工程问题上进行了实验, 结果表明, 改进的樽海鞘群算法的搜索性能明显优于其对比算法。

**关键词:** 樽海鞘群算法; 精英反向学习; 差分策略; Gauss 变异

**中图分类号:** TP301.6      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1006-4710(2019)04-0484-10

## An improved salp swarm algorithm and its application to welding beam problem

WANG Yanjun, WANG Qiuping, WANG Xiaofeng

(School of Sciences, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** An improved salp swarm algorithm is proposed to solve the problems of low accuracy and slow convergence. Firstly, elite opposition-based learning strategy is applied to leader individual to balance the exploration and exploitation ability of the algorithm. Then, in order to improve the accuracy of the algorithm, a difference strategy is introduced to update the follower position inspired by the difference evolution. Finally, Gaussian mutation of food location is carried out in the search process to avoid falling into local optima, laying a foundation for the global search for the algorithm. Experiment results on 10 standard test functions and a classical engineering problem show that the search performance of the improved salp swarm algorithm is better than that of the contrast algorithm.

**Key words:** salp swarm algorithm; elite opposition-based learning; difference strategy; Gaussian mutation

群体智能(SI)技术是受自然启发的元启发式算法, 是现在最为流行的寻优算法, 在诸多领域中得到了成功应用。Mirjalili 等模拟自然界中樽海鞘的群体行为, 于 2017 年提出樽海鞘群算法(Salp Swarm Algorithm, SSA), 该算法只有一个主要控制参数, 因此算法结构较为简单, 易于实现, 且研究结果表明该算法的寻优性能优于飞蛾火焰算法(MFO)、灰狼优化算法(GWO)和人工蜂群算法(ABC)等<sup>[1]</sup>。因此, SSA 算法在科学和工程等领域中有着广泛应用。

然而, 与其他群智能算法类似, SSA 算法也存

在求解精度低、易陷入局部最优等缺陷。国内外学者针对这些缺陷提出了一系列改进。

Sayed<sup>[2]</sup>等提出一种基于混沌理论的 SSA 算法以解决 SSA 算法易陷入局部最优、收敛速度慢的缺点。

Ibrahim 等<sup>[3]</sup>利用粒子群算法(PSO)的全局收敛性, 提出一种基于 SSA 和 PSO 的混合优化算法以平衡算法的勘探和开发能力。

Faris 等<sup>[4]</sup>使用交叉算子来代替平均算子, 提出了一种带交叉的二进制 SSA 算法以增强算法的全局探索。

**收稿日期:** 2019-01-27

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61772416)

**作者简介:** 王彦军, 男, 硕士生, 研究方向为智能计算。E-mail: 1725917163@qq.com

**通讯作者:** 王秋萍, 女, 博士, 教授, 研究方向为智能计算, 预测技术与决策分析。E-mail: qpwang@xaut.edu.cn

王梦秋等<sup>[5]</sup>分析了 SSA 算法,发现追随者位置更新方程具有一定的盲目性,在一定程度上限制了算法的搜索能力,提出了一种改进的 SSA 算法并将其应用于 PMSM 参数辨识。

为进一步提高基本 SSA 算法的求解精度和收敛速度,本文提出了一种改进樽海鞘群算法(Improved Salp Swarm Algorithm, ISSA)。该算法首先采用精英反向学习策略,有效地平衡算法的勘探和开发能力。然后,为增大搜索范围,提高算法求解精度,引入一种差分策略来更新追随者位置。最后,对食物位置进行 Gauss 变异,以避免算法陷入局部最优。对 10 个标准测试函数和一个经典工程问题的实验结果表明,本文所提出的 ISSA 算法具有较好的搜索性能。

## 1 樽海鞘群算法

### 1.1 樽海鞘群算法

樽海鞘属于海樽科,有着透明的圆柱形身体,是一种与水母非常相似的海洋生物。在海洋中,樽海鞘有一种被称为樽海鞘链的群体行为,有关学者认为这种行为是为了帮助它们快速觅食和躲避天敌。基于这一行为,Mirjalili 等建立了樽海鞘链数学模型,并在优化问题中测试了该模型的有效性。

SSA 算法首先将种群分成两部分,即领导者和追随者。领导者引导群体,追随者相互追随。与其他基于种群的算法类似,樽海鞘的位置是在  $n$  维搜索空间中定义的,其中  $n$  表示给定问题的维数。因此,所有樽海鞘的位置都存储在一个  $N \times n$  二维矩阵  $\mathbf{x}$  中( $N$  是种群规模)。

假设在搜索空间中有一个叫做  $\mathbf{F}$  的食物源作为种群的搜索目标。

领导者根据下式更新位置:

$$x_i^1 = \begin{cases} F_i + r_1((ub_i - lb_i)r_2 + lb_i), r_3 \geq 0.5 \\ F_i - r_1((ub_i - lb_i)r_2 + lb_i), r_3 < 0.5 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $x_i^1$  表示樽海鞘(领导者)位置的第  $i$  维;  $ub_i$ 、 $lb_i$  是第  $i$  维的上、下界;  $F_i$  是食物位置的第  $i$  维;  $r_2$ 、 $r_3$  是  $[0, 1]$  范围内服从均匀分布的随机数,前者表示步长因子,后者主要作用是决定领导者移动的方向;  $r_1$  是收敛因子,它平衡算法在迭代过程中的勘探与开发能力,是算法中最重要的控制参数,数学公式如下:

$$r_1 = 2e^{-\frac{4t}{T}} \quad (2)$$

式中:  $t$  是当前迭代次数;  $T$  是最大的迭代次数。

使用下式更新追随者位置:

$$x_i^j = \frac{1}{2}(x_i^j + x_i^{j-1}) \quad (3)$$

式中:  $j \geq 2$ ,  $x_i^j$  表示第  $j$  个追随者第  $i$  维的位置;  $x_i^{j-1}$  表示第  $j-1$  个追随者第  $i$  维的位置。

### 1.2 改进的樽海鞘群算法

本文选取一半的樽海鞘个体作为领导者,其余个体作为追随者。领导者( $j \leq N/2$ )按式(4)更新之后,执行精英反向学习策略。

$$x_i^j = \begin{cases} F_i + r_1((ub_i - lb_i)r_2 + lb_i), r_3 \geq 0.5 \\ F_i - r_1((ub_i - lb_i)r_2 + lb_i), r_3 < 0.5 \end{cases} \quad (4)$$

采用差分策略更新追随者位置,对食物位置进行 Gauss 变异使其跳出局部最优。

#### 1.2.1 精英反向学习策略

由于反向学习策略<sup>[6]</sup>通过同时对当前候选解和反向候选解进行评估,可以提供更多的机会找到更接近全局最优的候选解。因此反向学习策略在群智能优化算法中有效地提高了算法的搜索性能。

然而,反向学习策略并不能适用于所有类型的优化问题。例如,在求解多峰函数问题时,变换后的候选对象可能会偏离全局最优。为了避免这种情况的发生,汪慎文等<sup>[7]</sup>在一般反向学习的基础上引入精英个体的良好信息,提出了精英反向学习策略,并给出了关于精英反向学习策略在群智能优化算法中具有全局收敛性的证明。

实验结果表明,精英反向学习策略具有更优良的性能<sup>[7]</sup>。

**定义 1** 精英反向学习: 设  $\mathbf{x}^j(t)$  和  $\mathbf{x}^j(t)^*$  分别为第  $t$  代的第  $j$  个当前解和反向解,  $x_i^j(t)$  和  $x_i^j(t)^*$  分别为第  $i$  维上的值。  $m(2 \leq m \leq N)$  个精英个体表示为  $\{e^1(t), e^2(t), \dots, e^m(t)\} \subseteq \{\mathbf{x}^1(t), \mathbf{x}^2(t), \dots, \mathbf{x}^N(t)\}$ , 则  $\mathbf{x}_i^j(t)^*$  定义为:

$$x_i^j(t)^* = \lambda(a_i(t) + b_i(t)) - x_i^j(t) \quad (5)$$

式中,  $\lambda$  是  $[0, 1]$  区间服从均匀分布的随机数,  $a_i(t)$ 、 $b_i(t)$  表达式为:

$$a_i(t) = \min(e_i^1(t), e_i^2(t), \dots, e_i^m(t))$$

$$b_i(t) = \max(e_i^1(t), e_i^2(t), \dots, e_i^m(t))$$

在文献<sup>[7]</sup>中,作者对精英反向学习策略进行了分析。精英反向学习策略在反向解与当前解中选出优秀个体进入下一代群体中以增强种群的多样性,降低算法陷入局部最优的概率。如果算法能收敛到全局最优解,则精英个体所构成的搜索区间必将收敛到最优解所在的区域。因此,在精英个体所构成的搜索区间上产生反向解,引导搜索过程向最优解逼近,从而提高算法的收敛速度。从而,精英反向学

习策略可以较好地平衡算法的勘探和开发能力。

反向学习策略可以增加种群多样性<sup>[8]</sup>。因此,本文利用领导者个体的搜索信息,在领导者个体所构成的搜索空间上产生反向解。

对反向解和当前解,采用贪心保留策略,选出更加优秀的个体进入下一代以增加种群多样性,可以更好地避免算法陷入局部最优,且提高算法的收敛速度。

### 1.2.2 差分策略

在基本 SSA 算法中,由式(3)可以看出,第  $j$  个樽海鞘的位置更新只与自身和跟随的第  $j-1$  个樽海鞘的位置信息有关。这种在单向接收第  $j-1$  个樽海鞘的位置信息后立即更新位置,在一定程度上限制了算法搜索效果。

针对算法的这种缺陷,我们将引入第  $j-2$  个樽海鞘的位置信息,来引导追随者个体增大搜索范围,避免算法陷入局部最优,改善算法的搜索效果和提高了算法的求解精度。

受文献[9]的启发,引入差分策略:从种群中选取彼此相互跟随的三个个体  $x_i^{j-2}(t)$ 、 $x_i^{j-1}(t)$ 、 $x_i^j(t)$ ,则第  $j$  个追随者个体位置更新如下:

$$x_i^j(t+1) = x_i^j(t) + c_1(x_i^{j-1}(t) - x_i^j(t)) + c_2(x_i^{j-2}(t) - x_i^j(t)) \quad (6)$$

式中:  $x_i^j$  表示第  $j$  个樽海鞘位置的第  $i$  维,  $j \geq N/2$ ;  $c_1, c_2$  是  $[0, 1]$  之间服从均匀分布的随机数。

### 1.2.3 Gauss 变异策略

在樽海鞘群算法中,所有个体都直接或间接地向种群当前最好个体(食物)学习,在迭代后期种群多样性的丢失是不可避免的。一旦最好个体陷入局部最优,则易导致群体出现搜索停滞,算法出现早熟收敛现象。

受文献[10]启发,本文将对食物进行 Gauss 变异操作,以提高跳出局部最优的能力。而另一方面,我们将对变异结果采取贪心保留策略,以保证算法有较好的全局收敛性。

在优化过程中,如果当前最好个体(食物)的适应度值连续  $s_{\max}$  次迭代没有得到改善( $s_{\max}$  设置为 10),则对食物执行 Gauss 变异,具体为:

$$F' = F_i(1 + \lambda\xi) \quad (7)$$

式中:  $\xi$  是服从标准正态分布的随机变量,  $\lambda = 0.5$ 。对 Gauss 变异的结果  $F'$  采用贪心保留策略,即:

$$F = \begin{cases} F', & \text{fit}(F') < \text{fit}(F) \\ F, & \text{否则} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\text{fit}(x)$  为  $x$  的适应值。

### 1.2.4 算法伪代码

综上所述,ISSA 算法伪代码为如下。

初始化参数,种群规模  $N$ , 维数  $n$ , 最大迭代次数  $T$ , 在初始解空间中随机初始化樽海鞘群的位置,进行适应度评估,排序,记录当前最好个体位置  $F$ 。

**while** ( $t < T$ ) **do**

    利用式(2)更新  $r_1$

**for**  $j = 1$  to  $N$  **do**

**if**  $j \leq N/2$

            利用式(4)更新领导者个体

            利用式(5)执行精英反向学习策略

**else**

            利用式(6)更新追随者个体

**end if**

    根据变量的上下界对种群个体进行修正

    适应度评估,更新食物位置

**if**  $s == s_{\max}$

        ( $s$  为食物适应值连续没有改善的次数)

        用式(7)~(8)对食物执行 Gauss 变异

**end if**

**end for**

$t = t + 1$

**end while**

**return F**

接下来计算 ISSA 算法的时间复杂度。

1) 分析算法迭代一次所需要的基本操作。

2) 更新领导者位置,追随者位置和基于变量的上下界修正樽海鞘个体的位置的复杂度是  $O(Nn)$ ;

3) 计算适应度值和更新食物位置的复杂度是  $O(2N)$ ;

4) 对食物进行 Gauss 变异操作是  $O(kn)$ , 其中  $k$  是变异的次数;

5) 进行精英反向学习策略的复杂度是  $O(Nn/2)$ 。

则算法迭代一次的复杂度是:

$$O(Nn) + O(2N) + O(kn) + O(Nn/2) = O(CNn)$$

因此该算法的整体复杂度是  $O(CNnT)$ , 其中  $N$  是种群规模,  $n$  是维数,  $T$  是最大迭代次数,  $C$  是常数。

## 2 仿真实验

### 2.1 参数设置和结果分析

利用一组经典的基准函数,包括 10 个不同的函数(单峰和多峰函数),来评价该算法的优化性能。基准函数的定义及其细节见表 1。

表1 标准测试函数  
Tab.1 Benchmark test functions

函数	表达式	下界	上界	维数	类型
$F_1$	$\sum_{i=1}^n x_i^2$	-100	100	30	单峰
$F_2$	$\sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $	-100	100	30	单峰
$F_3$	$\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n x_j)^2$	-100	100	30	单峰
$F_4$	$\max_i \{  x_i  : 1 \leq i \leq n \}$	-100	100	30	单峰
$F_5$	$\sum_{i=1}^n [100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2]$	-30	30	30	单峰
$F_6$	$\sum_{i=1}^n ix_i^4 + \text{random}[0,1]$	-1.28	1.28	30	单峰
$F_7$	$\sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	-5.12	5.12	30	多峰
$F_8$	$-20\exp(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	-32	32	30	多峰
$F_9$	$\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	-600	600	30	多峰
$F_{10}$	$\frac{\pi}{n} \{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n - 1)^2 \} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)$	-50	50	30	多峰
	式中 $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$				

为体现本文所提算法的有效性,我们将引入樽海鞘群算法<sup>[1]</sup>、粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)<sup>[11-12]</sup>、飞蛾扑火优化算法(Moth-Flame Optimization, MFO)<sup>[13]</sup>以及混沌樽海鞘群算法(Chaotic Salp Swarm Algorithm, CSSA)<sup>[2]</sup>做对比实验。

为体现实验的公平性,我们将设置相同的实验参数:种群规模为30,最大迭代次数为500,测试函数的维数均设置为30,领导者个数设置为 $N/2$ , $s_{\max}$ 设置为10。

五种算法在每个测试函数上均独立运行30次,并记录下平均值、标准差、最好值、最差值,实验结果见表2。最好的结果以粗体显示。

由表2可以得出,ISSA算法的求解精度在以上基准函数上都优于几种对比算法,尤其在函数 $F_3$ 、

$F_7$ 和 $F_9$ 上显著提高了求解精度,此外,ISSA算法的标准差值相对比较小,这说明该算法具有较强的鲁棒性。在函数 $F_8$ 上CSSA算法的求解精度较低于SSA算法。虽然CSSA算法的寻优性能得到了一定的改善,但是效果不是很明显。在函数 $F_5$ 上,ISSA算法的最好值没有明显地提升,但是,方差、均值、最差值都在一定的程度上有了较大提高。这说明该算法较好地平衡了局部开发和全局勘探能力。

由图1可以很直观地看到,在函数 $F_5$ 上,虽然ISSA算法、SSA算法和PSO算法求解精度相差不大,但是ISSA算法具有更快的收敛速度。在函数 $F_7$ 上可以看出,ISSA算法在迭代200次之后收敛到理论最优值,明显优于其他几种对比算法。

因此,本文所提出的ISSA算法与对比算法相比,该算法具有较好的寻优性能。

表2 5种算法对10个测试函数的寻优结果比较  
 Tab.2 Comparison of optimization results of 11 test functions by 5 algorithms

函数	指标	SSA	PSO	MFO	CSSA	ISSA
$F_1$	最好值	2.12E-08	1.85E-02	7.23E-01	2.66E-08	<b>8.22E-26</b>
	平均值	2.10E-07	7.80E-02	2.68E+03	5.24E-07	<b>1.43E-22</b>
	方差	2.92E-07	4.38E-02	6.92E+03	1.08E-06	<b>6.56E-15</b>
	最差值	1.35E-06	2.00E-01	3.00E+04	5.05E-06	<b>1.95E-15</b>
$F_2$	最好值	3.19E-01	3.84E-01	1.32E-01	4.00E-01	<b>2.85E-13</b>
	平均值	2.12E+00	1.42E+01	3.07E+01	2.63E+00	<b>1.29E-12</b>
	方差	1.70E+00	1.03E+01	2.23E+01	2.25E+00	<b>5.24E-13</b>
	最差值	7.92E+00	4.03E+01	7.00E+01	9.06E+00	<b>3.14E-11</b>
$F_3$	最好值	5.12E+02	1.27E+02	3.92E+03	2.85E+02	<b>8.61E-22</b>
	平均值	1.46E+03	2.46E+02	2.23E+04	1.61E+03	<b>2.10E-16</b>
	方差	7.64E+02	9.51E+01	1.15E+04	1.09E+03	<b>7.07E-19</b>
	最差值	2.81E+03	5.75E+02	5.75E+04	4.38E+03	<b>5.98E-15</b>
$F_4$	最好值	5.76E+00	1.54E+00	4.72E+01	5.99E+00	<b>1.91E-16</b>
	平均值	1.09E+01	2.26E+00	6.84E+01	1.19E+01	<b>2.85E-13</b>
	方差	2.78E+00	4.06E-01	9.76E+00	3.33E+00	<b>1.83E-08</b>
	最差值	1.91E+01	3.07E+00	8.55E+01	1.86E+01	<b>8.03E-10</b>
$F_5$	最好值	2.60E+01	9.62E+01	1.78E+02	2.38E+01	<b>5.08E-02</b>
	平均值	1.99E+02	9.29E+03	1.65E+04	3.14E+02	<b>1.46E-01</b>
	方差	2.43E+02	2.74E+04	3.35E+04	5.77E+02	<b>5.88E-01</b>
	最差值	8.58E+02	9.01E+04	9.07E+04	2.46E+03	<b>9.21E-01</b>
$F_6$	最好值	2.70E-03	1.05E-01	9.13E-02	3.50E-03	<b>1.24E-08</b>
	平均值	1.76E-01	9.10E+00	2.63E+00	7.06E-02	<b>8.06E-06</b>
	方差	2.30E-02	2.58E+01	5.35E+00	2.56E-02	<b>7.46E-08</b>
	最差值	9.59E-02	1.18E+02	2.72E+01	1.03E-01	<b>8.10E-05</b>
$F_7$	最好值	2.09E+01	1.19E+02	9.45E+01	2.29E+01	<b>0.00E+00</b>
	平均值	5.35E+01	1.97E+02	1.60E+02	5.54E+01	<b>0.00E+00</b>
	方差	2.34E+01	3.62E+01	2.80E+01	1.86E+01	<b>0.00E+00</b>
	最差值	1.12E+02	2.78E+02	2.10E+02	1.05E+02	<b>0.00E+00</b>
$F_8$	最好值	1.30E-05	5.61E-02	7.91E-01	9.31E-01	<b>5.43E-15</b>
	平均值	2.33E+00	1.01E+00	1.67E+01	2.32E+00	<b>4.01E-10</b>
	方差	8.83E-01	6.14E-01	6.22E+00	7.43E-01	<b>8.05E-10</b>
	最差值	2.81E+00	2.19E+00	2.00E+01	3.63E+00	<b>5.81E-08</b>
$F_9$	最好值	2.00E-03	5.82E-04	9.03E-01	5.36E-04	<b>0.00E+00</b>
	平均值	1.79E-02	1.04E-01	1.01E+01	1.53E-02	<b>0.00E+00</b>
	方差	1.09E-01	6.44E-02	2.74E+01	1.11E-02	<b>0.00E+00</b>
	最差值	7.02E-02	2.76E-01	9.09E+01	3.98E-02	<b>0.00E+00</b>
$F_{10}$	最好值	1.14E+00	6.64E-05	1.99E+00	3.79E+00	<b>6.13E-11</b>
	平均值	7.14E+00	1.63E-02	8.53E+06	8.32E+00	<b>4.60E-10</b>
	方差	2.84E+00	3.70E-02	4.67E+07	3.15E+00	<b>5.59E-10</b>
	最差值	1.33E+01	1.19E-01	2.56E+08	1.53E+01	<b>5.77E-08</b>

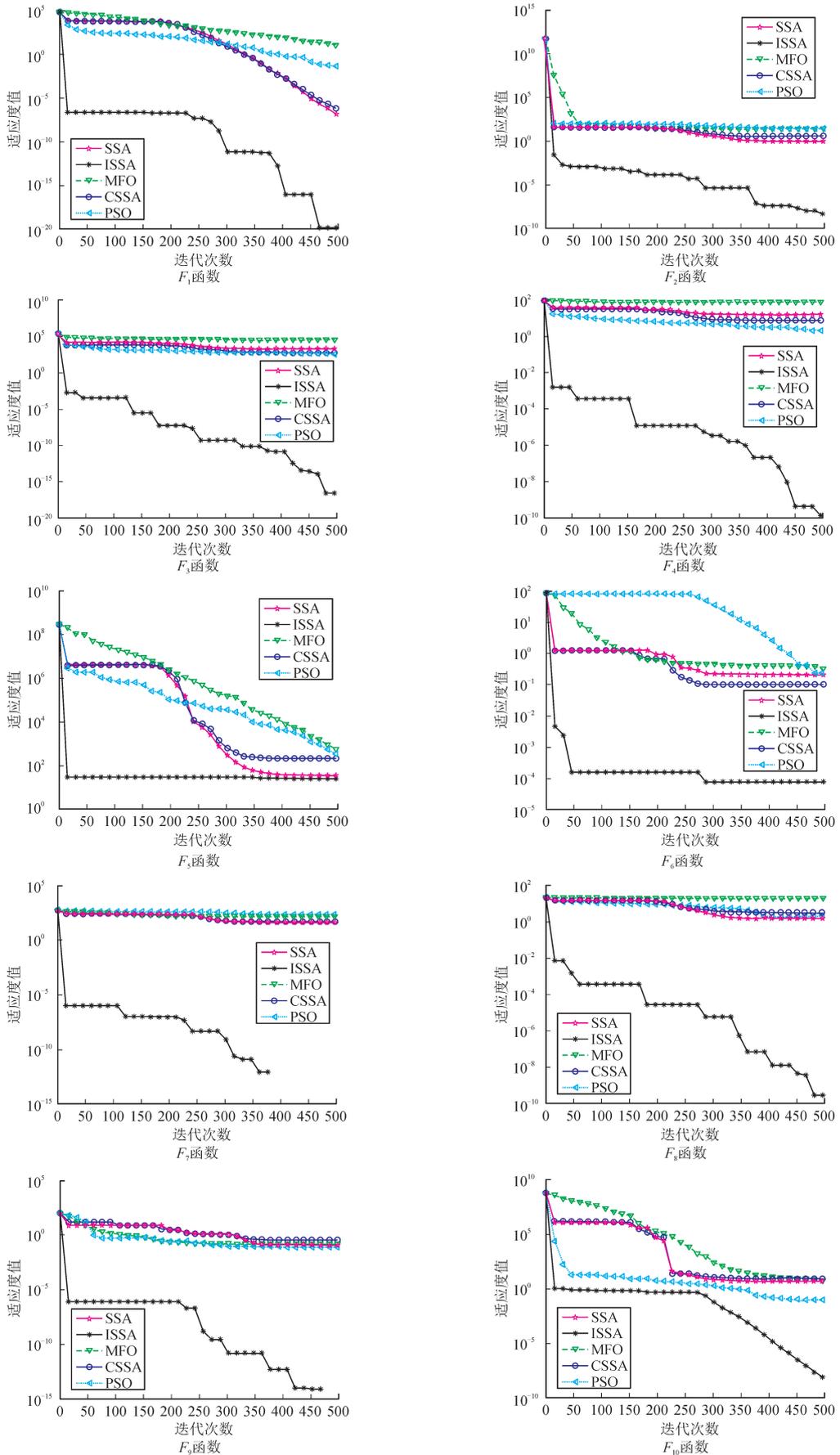


图 1 测试函数收敛曲线图  
Fig. 1 Convergence curves of test functions

## 2.2 改进策略的有效性分析

为分析三种改进策略的有效性,我们将继续使用上述标准测试函数进行实验。将仅采用 Gauss 变异策略的改进 SSA 算法记为 GSSA 算法,将仅采用差分策略的改进 SSA 算法记为 DESSA 算法,将仅采用精英反向学习策略的改进 SSA 算法记为

OSSA 算法。

为体现实验的公平性,GSSA 算法、DESSA 算法、OSSA 算法、ISSA 算法、SSA 算法均采用相同的初始化、相同的参数设置,种群规模为 30,最大迭代次数为 500,维数为 30。5 种算法在部分测试函数上的收敛曲线图见图 2。

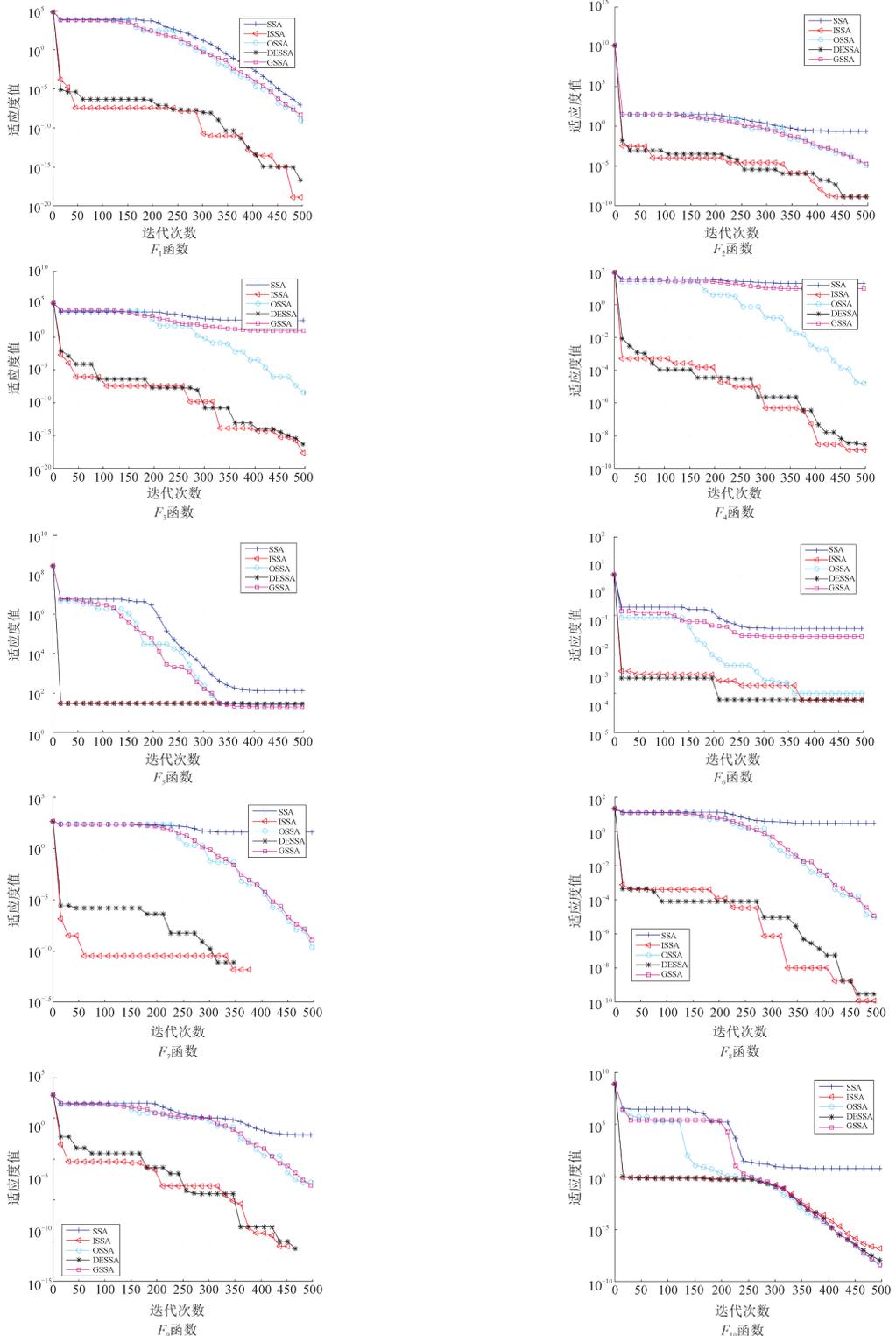


图 2 测试函数收敛曲线图

Fig. 2 Test convergence curves of test function

由图 2 可以清晰地看出,DESSA 算法的收敛效果最为接近 ISSA 算法,现在我们有较充分的理由说明在标准 SSA 算法中,追随者的位置更新缺乏一定的指导信息,严重影响了算法的寻优性能;与 SSA 算法相比,除了在函数  $F_1$  和  $F_5$  上,GSSA 算法和 OSSA 算法的寻优效果基本上没什么改善,在绝大多数测试函数上,都具有较高的求解精度和收敛速度。这说明了标准的 SSA 算法容易陷入局部最优、收敛速度较慢等,本文所采用的改进策略在一定程度上改善了这种缺陷,提高了算法的寻优性能。

### 3 ISSA 在焊接梁问题中的应用

利用经典工程问题(焊接梁设计问题)来评价该算法解决实际问题的性能。为体现该算法的有效性,将引入文献[15-16]做对比实验。

#### 3.1 焊接梁优化问题的数学模型

焊接梁问题是一个典型的数学规划问题,该问题可以描述为:在满足剪应力  $\tau$ 、梁的弯曲应力  $\sigma$ 、杆上弯曲载荷  $P_c$ 、梁端挠度  $\delta$  和边界条件等约束条件下,寻找最优的设计变量  $h$ 、 $l$ 、 $t$  和  $b$ ,使得制造焊接梁的费用最小。四个设计变量的含义可参照图 3 中焊接梁设计图。

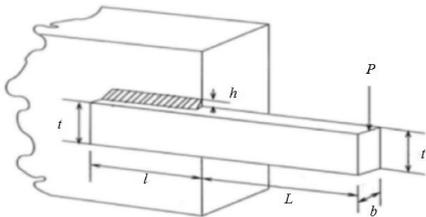


图 3 焊接梁设计图

Fig. 3 Welded beam design

该设计问题的数学模型如下:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4] = [h, l, t, b]$$

$$\min f(\mathbf{x}) = 1.1047x_1^2x_2 + 0.04811x_3x_4(14.0 + x_2)$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } & g_1(\mathbf{x}) = \tau(\mathbf{x}) - 13600 \leq 0 \\ & g_2(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{x}) - 30000 \leq 0 \\ & g_3(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x}) - 0.25 \leq 0 \\ & g_4(\mathbf{x}) = x_1 - x_4 \leq 0 \\ & g_5(\mathbf{x}) = P - P_c(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & g_6(\mathbf{x}) = 0.125 - x_1 \leq 0 \\ & g_7(\mathbf{x}) = 0.10471x_1^2 + \\ & 0.04811x_3x_4(14.0 + x_2) - 5.0 \leq 0 \\ & 0.1 \leq x_1, x_4 \leq 2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$0.1 \leq x_2, x_3 \leq 10$$

式中各变量表示为:

$$\left\{ \begin{aligned} \tau(\mathbf{x}) &= \sqrt{\tau_1^2 + 2\tau_1\tau_2 \frac{x_2}{2R} + \tau_2^2} \\ \tau_1 &= \frac{P}{\sqrt{2}x_1x_2} \\ \tau_2 &= \frac{MR}{J} \\ M &= P\left(L + \frac{x_2}{2}\right) \\ R &= \sqrt{\frac{x_2^2}{4} + \frac{(x_1 + x_3)^2}{4}} \\ J &= 2\left\{\sqrt{2}x_1x_2\left[\frac{x_2^2}{12} + \frac{(x_1 + x_3)^2}{4}\right]\right\} \\ \sigma(\mathbf{x}) &= \frac{6PL}{x_4x_3^2} \\ \delta(\mathbf{x}) &= \frac{4PL^3}{Ex_3^3x_4} \\ P_c(\mathbf{x}) &= \frac{4.013E}{L^2} \sqrt{\frac{x_3^2x_4^6}{36}} \left(1 - \frac{x_3}{2L} \sqrt{\frac{E}{4G}}\right) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

式中:  $P = 6\,000$ ,  $L = 14$ ,  $E = 30 \times 10^6$ ,  $G = 12 \times 10^6$ 。

#### 3.2 焊接梁优化问题求解

罚函数方法是迄今为止处理约束的最常见和最简单的方法,通过对目标函数加(或减)惩罚项,将约束优化问题转化为无约束优化问题<sup>[14]</sup>。因此本文将采用罚函数方法来求解该问题,目标函数对应的罚函数为:

$$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^7 k_i b_i \quad (11)$$

式中:  $b_i = \max\{0, g_i(\mathbf{x})\}$ ,  $1 \leq i \leq 7$ ;  $k_i > 0$  为罚函数系数。

为保证实验的公平性,本文的参数设置与文献[15-16]相同。对该问题进行 30 次独立运行,并提供统计结果,包括最好值、平均值和最劣值,得到的结果如下。

表 3 显示了 ISSA 算法和文献中的两种算法解焊接梁问题的最优解的比较,结果表明 ISSA 算法具有更好搜索性能。

表 4 显示了本文算法与文献中的算法 30 次独立运行的结果,实验表明,本文算法与文献中的算法相比,有较高的求解精度。

表3 不同算法解焊接梁问题的最优解

Tab.3 Optimal solution of welded beam problem by different algorithms

变量	ISSA	文献[15]	文献[16]
$x_1$	0.153 066 4	0.205 729 6	0.205 730
$x_2$	5.285 858 7	3.470 488 7	3.470 489
$x_3$	9.999 999 7	9.036 623 9	9.036 624
$x_4$	0.168 000 0	0.205 729 6	0.205 730
$g_1(\mathbf{x})$	-0.000 012	-0.000 063	-0.000 001
$g_2(\mathbf{x})$	-0.000 002	-0.000 002	-0.000 001
$g_3(\mathbf{x})$	-0.000 000	-0.000 000	-0.000 000
$g_4(\mathbf{x})$	-3.456 913	-3.432 983	-3.432 984
$g_5(\mathbf{x})$	-0.080 526	-0.080 729	-0.080 730
$g_6(\mathbf{x})$	-0.255 623	-0.235 540	-0.235 540
$g_7(\mathbf{x})$	-0.000 000	-0.000 000	-0.000 000
$f(\mathbf{x})$	1.724 852 3	1.724 852 3	1.724 852 6

表4 不同算法求焊接梁问题  $f(\mathbf{x})$  的统计数据

Tab.4 Statistical data of welded beam problem solved by different algorithms

算法	最优值	平均值	最差值
ISSA	1.724 852 3	1.724 852 3	1.724 852 3
文献[15]	1.724 852 3	1.724 852 3	1.724 852 3
文献[16]	1.724 852 3	1.724 852 5	1.724 856 9

## 4 结 语

本文在基本 SSA 算法的基础上提出了一种 ISSA 算法,在该算法中引入精英反向学习策略以更好地平衡算法的勘探和开发能力;为增大追随者搜索范围,引入差分策略来更新追随者位置;最后,在搜索过程中对食物位置进行 Gauss 变异以提高跳出局部最优的能力,为算法进行全局搜索奠定基础。通过 10 个经典的无约束基准函数,对 ISSA 算法的性能进行了评价。实验结果表明,ISSA 算法的性能优于文献中其他算法。选取了 1 个工程优化问题,验证了 ISSA 算法在解决实际约束工程问题中的性能。未来的研究重点应该是将 ISSA 算法扩展到解决多目标无约束优化和约束优化问题以及其他实际应用中。

### 参考文献:

[1] MIRJALILI S, GANDOMI A H, MIRJALILI S Z, et al. Salp swarm algorithm: a bio-inspired optimizer for engineering design problems[J]. *Advances in Engineer-*

*ing Software*, 2017, 114: 163-191.

- [2] SAYED G I, KHORIBA G, HAGGAG M H. A novel chaotic salp swarm algorithm for global optimization and feature selection[J]. *Applied Intelligence*, 2018, 48(10): 3462-3481.
- [3] IBRAHIM R A, EWEES A A, OLIVA D, et al. Improved salp swarm algorithm based on particle swarm optimization for feature selection[J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2018, 10(8): 3155-3169.
- [4] FARIS H, MAFARJA M M, HEIDARI A A, et al. An efficient binary salp swarm algorithm with crossover scheme for feature selection problems[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 154: 43-67.
- [5] 王梦秋,王艳,纪志成. 基于改进樽海鞘群算法的 PMSM 多参数辨识[J]. *系统仿真学报*. 2018, 30(11): 4284-4291.  
WANG Mengqiu, WANG Yan, JI Zhicheng. Permanent magnet synchronous motor multi-parameter identification based on improved salp swarm algorithm[J]. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(11): 4284-4291.
- [6] TIZHOOSH H R. Opposition-based learn; a new scheme for machine intelligence[C]//International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce (CIMCA-IAWTIC'06), Vienna, IEEE Press, 2005: 695-701.
- [7] 汪慎文,丁立新,谢承旺,等. 应用精英反向学习策略的混合差分进化算法[J]. *武汉大学学报(理学版)*, 2013, 59(2): 111-116.  
WANG Shenwen, DING Lixin, XIE Chengwang, et al. A hybrid differential evolution with elite opposition-based learning[J]. *Journal of Wuhan University(Natural Science Edition)*, 2013, 59(2): 111-116.
- [8] WANG Hui, WU Zhijian, RAHNAMAYAN S, et al. Diversity analysis of opposition-based differential evolution-an experimental study[C]//Advances in Computation and Intelligence-5th International Symposium, ISICA 2010, Wuhan, China, October 22-24, 2010. *Proceedings. DBLP*, 2010: 95-102.
- [9] 龙文,蔡绍洪,焦建军,等. 一种改进的灰狼优化算法[J]. *电子学报*, 2019, 47(1): 169-175.  
LONG Wen, CAI Shaohong, JIAO Jianjun, et al. An improved grey wolf optimization algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47(1): 169-175.
- [10] LI Chaoshun, ZHANG Nan, LAI Xinjie, et al. Design of a fractional-order PID controller for a pumped stor-

- age unit using a gravitational search algorithm based on the Cauchy and Gaussian mutation [J]. *Information Sciences*, 2017, 396: 162-181.
- [11] 李磊, 吴亚丽. 一种求解热电联产经济调度问题的改进粒子群算法[J]. *西安理工大学学报*, 2018, 34(2): 106-112.  
LI Lei, WU Yali. An improved particle swarm optimization algorithm for combined heat and power economic dispatch [J]. *Journal of Xi'an University of Technology*, 2018, 34(2): 106-112.
- [12] 马川惠, 李瑛, 黄强, 等. 基于 Spark 的水库群多目标调度粒子群并行化算法[J]. *西安理工大学学报*, 2018, 34(3): 61-65.  
MA Chuanhui, LI Ying, HUANG Qiang, et al. Parallel particle swarm optimization algorithm based on Spark multi-objective optimal scheduling of reservoir group [J]. *Journal of Xi'an University of Technology*, 2018, 34(3): 61-65.
- [13] MIRJALILI S. Moth-flame optimization algorithm: a novel nature-inspired heuristic paradigm [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2015, 89: 228-249.
- [14] LIU Hui, CAI Zixing, WANG Yong. Hybridizing particle swarm optimization with differential evolution for constrained numerical and engineering optimization [J]. *Applied Soft Computing*, 2010, 10(2): 629-640.
- [15] MOHAMED A W. A novel differential evolution algorithm for solving constrained engineering optimization problems [J]. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2018, 29(3): 659-692.
- [16] YU Kunjie, WANG Xin, WANG Zhenlei. An improved teaching-learning-based optimization algorithm for numerical and engineering optimization problems [J]. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2016, 27(4): 831-843.

(责任编辑 王绪迪)

(上接第 478 页)

- [16] 张鹏飞. 高强度纤维素纤维混凝土耐久性试验研究 [D]. 北京:北京工业大学, 2009.  
ZHANG Pengfei. The experimental research on durability of the high strength cellulose fiber concrete [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2009.
- [17] 邓宗才, 张鹏飞, 刘爱军, 等. 高强度纤维素纤维混凝土抗冻融性能试验研究 [J]. *公路*, 2009, (7): 304-307.  
DENG Zongcai, ZHANG Pengfei, LIU Aijun, et al. Experiment and research on freeze-thaw resistance of high-strength cellulose fiber reinforced concrete [J]. *Highway*, 2009, (7): 304-307.
- [18] 邓宗才, 张鹏飞, 刘爱军. 高强度纤维素纤维混凝土抗渗透性能试验研究 [J]. *公路*, 2008, (12): 192-195.  
DENG Zongcai, ZHANG Pengfei, LIU Aijun. Experiment and research on anti-permeability of high-strength cellulose fiber concrete [J]. *Highway*, 2008, (12): 192-195.
- [19] 王振强. 纳子峡电站混凝土面板堆石坝设计 [J]. *水利规划与设计*, 2016, (9): 106-108, 120.  
WANG Zhenqiang. Design of concrete face rockfill dam for Nazixia hydropower station [J]. *Water Resources Planning and Design*, 2016, (9): 106-108, 120.
- [20] 郇能惠. 中国高混凝土面板堆石坝性状监测及启示 [J]. *岩土工程学报*, 2011, 33(2): 165-173.  
LI Nenghui. Performance of high concrete face rockfill dams in China and its inspiration [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, 33(2): 165-173.

(责任编辑 周 蓓)