

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2021.03.010

印刷墨量的控制模型新探 ——墨层厚度与实地(反射)密度的关系研究

钦松¹, 成刚虎², 韩胜兰², 马鹏飞²

(1. 西安理工大学 艺术与设计学院, 陕西 西安 710054;

2. 西安理工大学 印刷包装与数字媒体学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 针对 Lambert-Beer 定律的应用局限性以及 Tollenaar-Ernst 经验公式的数理逻辑欠缺问题, 本文通过模型假设和理论光程分析, 创建了墨层厚度与实地反射密度的关系模型。仿真计算揭示了新模型与科学实验结果以及工程实践数据的高度一致性, 新模型应用分析对密度的饱和现象以及密度的干退现象做出了新的解读, 对印刷色序的呈色影响首次进行了密度学阐释。

关键词: Lambert-Beer 定律; 色彩; 墨量控制; 光程分析; 密度

中图分类号: TS802.3, TP3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-4710(2021)03-0373-06

Research on the control model for printing ink quantity: research on relationship between ink thickness and Solid(reflection) density

QIN Song¹, CHENG Ganghu², HAN Shenglan², MA Pengfei²

(1. Faculty of Art and Design, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China; 2. Faculty of Printing, Packaging Engineering and Digital Media Technology, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: In view of the application limitation of Lambert-Beer law and the lack of mathematical logic of Tollenaar-Ernst empirical formula, a model for the relationship between ink layer thickness and field reflection density is established by model assumptions and theoretical optical path analysis. Simulation results show that the new model is highly consistent with the results from scientific experiments and engineering practice. A new interpretation of the saturation and dry fading phenomenon of density is promoted by the new model, with the densitometric interpretation of the influence of printing color sequence on color rendering carried out for the first time.

Key words: Lambert-Beer law; color; ink coverage control; optical path; density

油墨具有选择性吸光特性^[1-3], 这是我们借以转移图文的基础。施墨量的多寡决定了图象的阶调层次和色彩呈现, 因而直接影响着彩色图像的视觉效果。因此, 油墨的定量控制就是包括印刷工程在内的色彩工程^[1,3-5]质量控制的核心内容。墨量的控制分为两个方面, 即厚度控制和面积(率)控制^[6-8]。前者依靠控制模型实现, 后者依据前者在印前处理中完成。因此, 控制模型是墨量控制的关键^[3-8], 其科学性和精确性一直是相关行业追求的目标之一。

随着墨层厚度的变化, 墨层的吸光特性也会产

生变化^[1-2,4-6,8]。因为墨层厚度难以进行精确的直接测量, 目前在众多的间接测量方法当中, 工程上绝大多数场合使用密度法^[1-2,8-9], 就是根据印刷实地(块)的反射密度与墨层厚度的关系进行墨量的甄别与控制。实地密度与墨层厚度的关系, 一直被视作印刷油墨量的控制模型^[1-2,4-5], 是业界早期研究关注的焦点。

Lambert-Beer 定律, 揭示了半透明物质的吸光特性, 一直被认为是光吸收的基本定律, 是我们进行光密度分析的定量基础^[1-2,7-10]。印刷油墨具有半透明的性质, 也具有“吸收光线的比例随着墨层厚度的

收稿日期: 2020-12-29; 网络出版日期: 2021-04-13

网络出版地址: <http://kns.chki.net/kcms/detail/61.1294.N.20210413.1505.010.html>

基金项目: 国家社会科学基金艺术学资助项目(18BG132)

第一作者: 钦松, 男, 硕士, 讲师, 研究方向为产品开发与设计。E-mail: qinbinbin@126.com

通信作者: 成刚虎, 男, 博士, 教授, 研究方向为印刷系统工程。E-mail: chenggao@xaut.edu.cn

增加和油墨浓度的增加而增加^[1-2]”的基本特征,因而理所当然地被应用于印刷工程领域的墨量控制,并长期占据着近乎统治的技术地位。然而,长期的生产实践告诉我们,Lambert-Beer 定律是一个有限法则^[1-2],仅仅在一定的范围内近似存在;而实地密度并不会无限增加的事实,更加暴露了 Lambert-Beer 定律在印刷领域的应用局限性^[1-2]。

遗憾的是,尽管对 Lambert-Beer 定律的质疑一直存在^[1-2,4-5,8,11-12],然至今为止,这方面的研究一直再没有新的理论问世,更多的研究则是从工程应用角度进行了尝试^[1-2,12]。

根据实际印刷过程数据分析和科学实验观察,实地密度与墨层厚度之间存在着一种曲线依存关系。基于此,不少人先后采用数学方法进行了控制模型的曲线拟合研究,发表了各自的经验公式。比较典型的成果有^[1-2,8-9,13]: Tollenaar 和 Ernst 经验公式, Uournerup 经验公式, 以及 Calabro 和 Savagnone 经验公式。其中尤以 Tollenaar 和 Ernst 提出的指数曲线(简作 TE 经验公式)最为业界所接受^[2,8-9]。但是很显然,缺乏物理支持是其最大的问题。

本文通过理论分析,对现有模型存在的问题和不足进行深度认识和挖掘,在此基础上,针对反射密度与透射密度的本质区别,首次考虑并记入印刷品密度测量中不可避免的首层反射影响以及承印物(纸张)表面的光学特性,通过模型假设和理论光程分析,依据光的可加性原理,创建了墨层厚度与实地反射密度的关系模型。通过仿真分析和应用分析,新模型揭示了密度与墨层厚度之间的非线性关系,对密度的饱和现象、密度的干退现象做出了新的解读和阐释,同时对长期困扰业界的色序(对呈色结果的影响)分析给出了新的科学解释。

1 现有模型的解读(现有模型的局限性分析)

Lambert 最早研究了半透明液体的吸光特性,认为吸光度与液体的厚度成正比。Beer 研究了液体中吸光物质(颜料)浓度的影响,结果表明,半透明液体的吸光度与液体中的颜料的浓度成正比^[1-2]。两者结合起来,就形成了 Lambert-Beer 定律^[1-2]。其物理意义就是,当一束平行单色光垂直通过某一均匀非散射的吸光物质时,其吸光度 A 与吸光物质的浓度 c 以及吸收层厚度 h 成正比。油墨可以看作是浓度一定的半透明物质,因此将其应用于印刷或其它色彩工程领域,即是:墨层的透射(反射)密度 D 随墨层厚度 h 的增加而正比例增加^[1-2]。亦即:

$$\begin{cases} A = \lg\left(\frac{1}{T}\right) = khc \\ D = \lg\left(\frac{1}{\rho}\right) = bh \end{cases} \quad (1)$$

式中: A 为吸光度; D 为密度; T 为透射率; ρ 为反射率; k 为摩尔吸收系数,与吸收物质的性质及入射光的光谱特性有关; b 为比例系数($b=kc$)。

虽然,浓度一定条件下实地密度有着随墨层厚度增加而增加的趋势,但是,这种趋势在在逐步放缓,具有明显有界性,两者之间不存在线性关系。一般认为,当墨层厚度增加到一定程度时,实地密度不再增加,达到饱和状态(其实是增加甚微)。TE 经验公式^[1-2,8-9,13]很好满足了这种关系特征:

$$D = D_{\infty} (1 - e^{-mh}) \quad (2)$$

式中: D_{∞} 为饱和密度; m 为比例系数,与纸张平滑度有关。

理论上分析现有模型存在的问题和不足,我们至少可以取得如下几点共识。

1) Lambert-Beer 定律原本是研究半透明体的吸光性,它揭示的是半透明体的透射密度与其厚度与浓度关系的。即使油墨与半透明体具有相似性,但是,透射密度与反射密度并不相同。两者光程不同,不具有相同的物理背景,简单移植不具有科学性,如果直接引用将难免产生偏差。

2) 无论 Lambert-Beer 定律还是 TE 经验公式,在 $h=0$ 时, $D=0$ 。这就是说,二者均没有考虑承印物(如纸张)表面的光学特征与影响,显然这是不符合实际工况的。

3) 透射密度测量采用垂直照射、垂直测量的几何条件,而反射密度测量采用进行($0^{\circ}/45^{\circ}$)或者($45^{\circ}/0^{\circ}$)的几何条件^[1-2,8]。两者受首层反射的影响和程度有较大的差异。在印刷实地色块的反射密度测量中,无论如何也摆脱不了首层反射的影响。

2 新模型的探索研究

在实际的印刷样张上,实地色块的反射密度,受墨层首层反射、纸张密度、墨层厚度及油墨的光谱特性等因素的共同影响。

2.1 模型假设

当平行光线照射到样张上的墨层后,既会产生选择性有益吸收,也会因为油墨的光谱特征不理想而产生多余吸收。由于油墨的不理想,导致其有用吸收不充分,而有害吸收不为 0。当然,如果油墨完全理想化,那么,控制模型就很简单了。因为,此时没有无用吸收(反射率、透射率为 1,密度为 0),而有

用吸收为无穷大(反射率、透射率为 0,密度为无穷大)。

对于现实的油墨而言,印刷呈色过程中,墨层内存在着复杂的光吸收、光反射、折射、多重内反射等一系列物理过程^[1-2,6]。要对这一复杂过程进行细致的分析,不仅比较困难,而且也不具有十分紧迫的现实需求。面向实际应用,通常我们只关心其吸收后的效果(通过密度度量其透射率或反射率),并不关心具体吸收过程,现阶段进行精细分析意义不大。因此,为简化分析,突出实用性,同时不失一般性和科学性,这里做出如下假定。

1) 假定油墨是均匀的,墨层的吸光特性也是均匀的,其吸收的光通量只与墨层厚度相关。

2) 反射密度测量时,密度计接收的反射光线可概括为两部分:表层反射和纸面反射光的透射。

3) 墨层内发生的多重内反射产生的射出光线,部分计入墨层表面反射,部分计入纸面反射后的透射。

4) 经过吸收后透过墨层的的光线,已经不同于测量标准规定的入射光,偏离了密度测量条件,理论上不能直接引用密度与反射率之定义式。但是,这里仍忽视其差异带来的影响,仍然将其视作标准光源进行分析。

2.2 反射密度测量的光程分析

综上所述,笔者认为,所谓的“Lambert-Beer 定律失效”^[1-2],其实是我们对 Lambert-Beer 定律进行了不完整的解读。

我们借助于图 1 所示的光程分析原理图,进行(0°/45°)几何条件^[1-2,8-9]下的光程分析(45°/0°几何条件下的光程分析与此相仿)。

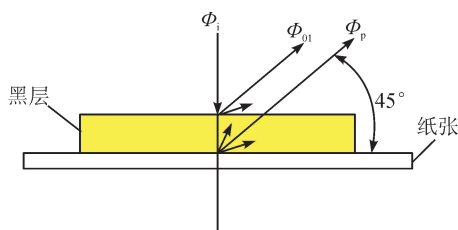


图 1 (单层油墨)反射密度测量原理光程示意图
Fig. 1 (Single-layer ink) Schematic diagram for optical path of reflection density measurement principle

当平行光线(设光通量为 Φ_i)照射到墨层上时,一部分直接被反射(设光通量为 Φ_{01}),余下的光通量经过直接吸收、或者多层内反射后再吸收(光通量不详),还有部分光线到达纸面,这时又有部分被吸收,部分被纸面反射。反射的光线经过油墨再次部分吸收后透出墨层。假设透过墨层的反射光通量为 Φ_{02} 。

密度测量时,密度计接收到的反射光(漫反射光)主要由这两部分组成:即表层漫反射和透过墨层的纸面漫反射两部分。即:

$$\Phi_0 = \Phi_{01} + \Phi_{02} \quad (3)$$

式中: Φ_0 为总反射光通量; Φ_{01} 为表面反射光通量; Φ_{02} 为纸面反射的透射光通量。

2.3 新模型的建立

在式(3)中, Φ_{01} 取决于一定工艺条件下的入射光通量 Φ_i ,还与墨层表面的光谱特性与表面形态有关。但 Φ_{02} 的大小受制于很多因素,不但与纸面的光谱反射有关,更受制于墨层的光谱透射,因而并不能简单获得,需要借助于详细的光程分析方可获得。

为求得 Φ_{02} ,这里做如下分析。

照射于墨层表面光通量为 Φ_i 的入射光,经过墨层吸收后,透射到纸张表面的光通量为 Φ_{i1} 。根据 Lambert-Beer 定律可知:

$$\Phi_{i1} = \Phi_i \times 10^{-bh} \quad (4)$$

纸面进行部分吸收后,产生漫反射。反射率为 ρ_p ,密度为 D_p ,反射率光通量 Φ_{i2} 为:

$$\Phi_{i2} = \Phi_{i1} \times 10^{-bh} \times 10^{-D_p} \quad (5)$$

根据图 1 所示的光程分析可知,以光通量为 Φ_{i2} 的入射光,要二次穿过原墨层,形成漫射光的透射光通量 Φ_{02} ,但此时的光程较之于第一次明显要长一些。

根据 Lambert-Beer 定律可知:

$$\Phi_{02} = \Phi_{i2} \times 10^{-bh} \times 10^{-D_p} \times 10^{-\sqrt{2}bh} = \quad (6)$$

$$\Phi_i \times 10^{-D_p} \times 10^{-(1+\sqrt{2})bh}$$

将式(6)代入式(3),同时式(3)两边同除以入射光通量 Φ_i ,即得总反射率 ρ 为:

$$\rho = \rho_1 + 10^{-D_p-(1+\sqrt{2})bh} \quad (7)$$

式中: ρ 为总反射率; ρ_1 为首层反射率,仅仅与墨层的光谱特性与表面形态有关,一定的工艺条件下可近似看作常数。

由式(7)可得 $10^{-D} = \rho_1 + 10^{-D_p-(1+\sqrt{2})bh}$,即:

$$D = \lg[1/(\rho_1 + 10^{-D_p-(1+\sqrt{2})bh})] = \quad (8)$$

$$\lg[10^{D_p+(1+\sqrt{2})bh}/(1 + \rho_1 10^{D_p+(1+\sqrt{2})bh})]$$

式(8)表明反射密度与墨层厚度的关系并不是一个简单的线性关系。其反射密度大小不但与墨层厚度有关,还受墨层的首层反射率支配,也受承印纸张的反射密度的影响。

3 新模型的探索研究

在前面的分析建模中,我们摒弃了“反射密度与墨层厚度成正比的”惯用设定,考虑油墨的选择性吸

收与部分透明的事实,将反射密度视为纸面反射与墨层表面反射的共同作用,对 Lambert-Beer 定律进行了新的解读。那么,新模型有哪些特征?是否适合于工程实际呢?

3.1 模型的仿真分析

为直观探究反射密度与墨层厚度的关系,这里借助于仿真工具进行可视化分析。

图2为一组虚拟参数下的仿真分析图。从图2可以看出,总体而言,反射密度随着墨层厚度的增加而增加。但是,在不同的阶段,其增加的趋势有所变化。

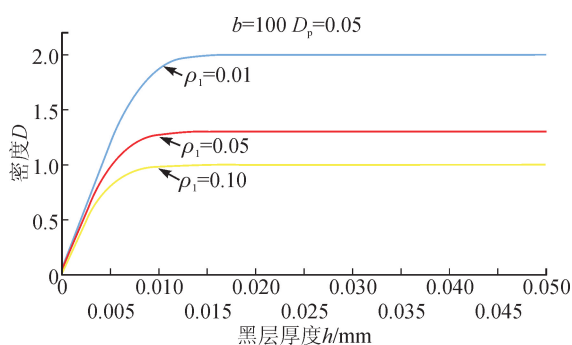


图2 墨层厚度与反射密度新模型仿真示意图
Fig. 2 Simulation sketch of new model for ink layer thickness and reflection density

在墨层很薄时,二者具有近似于线性的同向因果联系。但是,随着墨层厚度的增加,密度增加的趋势在逐步放缓,当墨层厚度增加到一定值时,密度就不会再增加(其实是增加甚微),达到“饱和”状态。因为:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} D = \lg \frac{1}{\rho_1} \quad (9)$$

式(9)表明密度存在一个饱和值,而这个饱和值就是由表层漫反射决定的。这完全与生产实际数据以及实验研究结果是相符的。之所以会产生密度随墨层厚度增加而缓慢增加(非直线增加)的现象,完全是由于光线穿过墨层而反射、继而二次穿透墨层的作用,这一作用增加了密度测量时到达密度仪接收到的光通量,因而降低了视觉密度。但是这一作用的大小受制于 Lambert-Beer 定律的支配,随墨层厚度的增加而线性减少。这样看来,Lambert-Beer 定律仍然是适用的,认为“Lambert-Beer 定律失效”的认识值得商榷。

另外,式(8)以及仿真分析图2均说明,即使墨层厚度为0,仍然会有密度存在。这其实是很显然的,因为此时密度仪测量的实际是纸白的密度(此时 ρ_1 取值为1)。笔者认为,TE 经验公式在这一点是不能自圆其说的。

至此,我们有理由认为,式(8)抑或即是我们寻找的墨量控制新模型。

3.2 密度干退现象^[8-9]的再认识

在新模型中,表层反射被认为是常数,但这一常数的实际取值,或呈色效果,取决于工艺过程中油墨的光谱特性、墨层厚度、甚或油墨转移过程等诸多因素。笔者认为,这就是生产实践中同样(其实是近乎同样)的工艺条件下密度具有不尽相同的测量值的主要原因所在。比如,密度的干退现象,也从另一个侧面说明了这一常数具有不同的取值。

众所周知,在刚印出的样张上,油墨比较湿润,光泽度高,而随着其渗透、干燥,密度就下降了^[11],所以称为干退现象。在新模型的推导过程中,表层反射被设定为常数,针对的是一定条件下的情况,而随时间而变化的密度干退现象,则是另一范畴的事情。

采用新模型,可以对这一现象作出合乎逻辑的解释。

密度的干退,主要是因为测量光程发生了变化引起的。在湿润的实地色块上测量时,墨层相对厚实、圆润,镜面反射明显,不能忽略,而漫反射相对较弱, ρ_1 值较小,因而测量密度高。而在油墨干燥过程中,受制于纸面吸收、墨层内分子间相互牵扯等不均匀作用,表层就会形成凹凸不平、甚或撕裂现象。此时测量时,表面的镜面反射没有(严格意义上讲应该是减小)了,但漫反射明显增大(ρ_1 值变大)了,这就形成了密度的干退现象。

纸面反射的影响,在这一问题的分析中不起作用。因为实际印刷时,工程上多采用饱和(或近乎饱和)密度的墨层厚度。如前所述,饱和密度是由表层反射决定的。

3.3 色序影响^[11]的密度学阐释

多层油墨叠印后,一般会形成不同的色元区域。依据 Neugebauer 方程^[2,14]进行简单分析可知,不同色序印刷,呈色的微观差异仅在于形成的叠印(实地块)色元的叠印关系有别^[14]。

实地(反射)密度测量,其光程要复杂一些。这里以 Y+M 双层叠印的实地块为例做一简单说明。多层叠印的分析与此相仿,这里不做赘述。

见图3,两层油墨叠印后,显然,首层墨层的表面反射并未受任何影响,其反射率仍可视作常数。同时,纸面的反射仍然存在,只不过到达纸面的光线,已经不同于单层油墨的情况,较之于单层油墨,其光通量减小了;不但经过了两层墨层的光(选择性)吸收,还经过了两层墨层之间的界面反射,因此

透过的光线会更弱。

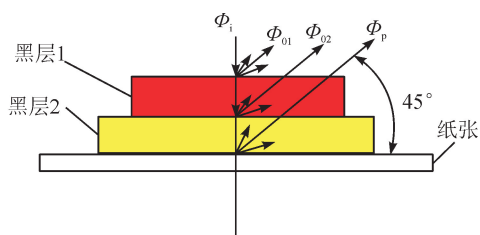


图3 双层油墨实地密度测量光程示意图
Fig. 3 Schematic diagram for double layer ink density measurement

基于图3所示的分析和假设,不难看出,(漫)反射光通量主要由三部分组成。即:

$$\Phi_0 = \Phi_{01} + \Phi_{02} + \Phi_p \quad (10)$$

式中: Φ_0 、 Φ_{01} 、 Φ_{02} 和 Φ_p 分别代表总反射光通量、首层反射光通量、层间反射的透射光通量以及纸面反射的透射光通量。

这里为简化分析,假定两层油墨的墨层厚度相同,均为 h 。但是,两层油墨的光谱特性不同,透射密度的比例常数分别为 b_1 和 b_2 。仿照单层墨层的分析过程,即可取得基于密度学体系下的反射率关系为(过程略):

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 10^{-(1+\sqrt{2})b_1 h} + \rho_p 10^{-(1+\sqrt{2})b_1 h - (1+\sqrt{2})b_2 h} \quad (11)$$

式中: ρ 、 ρ_1 、 ρ_2 和 ρ_p 分别代表总反射率、首层反射率、层间反射率以及纸面反射率。

将式(11)转化为密度方程也是不难的,只要引入密度定义式即可,这里从略。

式(11)表明两层叠印的油墨呈色,其反射率、进而反射密度,受到墨层的表面反射、墨层的透射、以及纸面反射的共同作用。数学逻辑显示,叠印色块的反射密度,表层反射的影响最大,层间反射的影响次之,纸面反射的影响最小。

值得注意的是:尽管理论上(理想油墨时)C+M色序(即先C后M)与M+C具有相同的呈色效果,主次密度相同,但是面向工程实际^[1-2](油墨不可能是理想的),两种色序显然具有不同的呈色效果。这不但早已被工程实践所证实^[1-2,4,11],从工程实践层面上对此给出了很好的诠释^[4,11],也可以通过本模型做出合理的解释。因为,两种色序在获得几近相等的b反射(D_B 密度)的同时,C+M色序获得了较高的r光反射,而M+C色序获得了较高的g光反射。从而C+M色序获得的主密度是 D_G ,而M+C色序获得的主密度是 D_R 。C+M色序将呈现偏红的蓝色,而M+C将呈现偏绿的蓝色。

实验结果也证实了这一分析结论(参见表1)。

表1 不同色序叠印出的蓝色的实地密度实验值(50张连续样张均值)

Tab. 1 Field density of blue overprinted in different color orders (average value of 50 consecutive samples)

色序	分光密度及黑白密度			
	D_R	D_G	D_B	D
C+M色序	1.598 2	1.709 0	0.907 8	1.688 4
M+C色序	1.770 4	1.733 6	0.910 5	1.769 2

笔者认为,这也从另一个侧面再次对现行密度学体系、特别是“密度的可加性”以及“密度的比例性”^[2,15]命题提出了挑战。

4 结论

基于印刷实地块反射密度测量的光程分析,计入墨层层(漫)反射,将反射光线划分为表层反射与纸面反射光的透射两部分,并秉持 Lambert-Beer 定律在透射密度测量中的定量作用,通过光程分析,创建了反射密度测量新模型。简单的仿真计算以及初步的应用分析均表明,新模型完整解释了反射密度随墨层厚度的变化趋势,揭示了密度“有界性”数学特征和物理本质,弥补了 Lambert-Beer 定律的应用局限性,指出了 TE 经验公式存在的数理逻辑欠缺,对印刷色序的呈色影响给出了新的密度学阐释。

参考文献:

- [1] 李雪梅. 墨层厚度对印刷品呈色的影响及检测方法[J]. 广东印刷, 2015(1): 34-35.
- [2] 郑元林, 周世生. 印刷色彩学[M]. 第三版. 北京: 印刷工业出版社, 2013.
- [3] 王毅. 产品色彩设计[M]. 北京: 化工工业出版社, 2016.
- [4] 王学美, 唐万有, 陈婧. 墨层厚度与实地密度关系的研究[J]. 包装工程, 2009, 30(3): 93-95.
WANG Xuemei, TANG Wanyou, CHEN Jing. Study of the relationship between ink thickness and solid density[J]. Packaging Engineering, 2009, 30(3): 93-95.
- [5] 李茂斌, 张海燕. 墨层厚度与实地密度关系数学建模[J]. 包装工程, 2007, 28(10): 121-122, 131.
LI Maobin, ZHANG Haiyan. Modeling of the relationship between ink thickness and solid density [J]. Packaging Engineering, 2007, 28(10): 121-122, 131.
- [6] 赵美京, 吕新广, 孙艳. 固定墨层厚度色样的精确印制方法[J]. 包装工程, 2008, 29(10): 126-127.
ZHAO Meijing, LÜ Xinguang, SUN Yan. Accurate printing method for color samples of fixed ink film thickness[J]. Packaging Engineering, 2008, 29(10): 126-127.

- [7] 程杰铭,郑亮,刘艳. 色彩原理与应用[M]. 北京:印刷工业出版社,2016.
- [8] 郑元林. 印刷品质量检测与控制技术[M]. 北京:化学工业出版社,2020.
- [9] 刘昕. 印刷工艺学[M]. 第二版. 北京:化学工业出版社,2016.
- [10] 苏海霞,张朝晖,赵小燕,等. 太赫兹谱定量测试中朗伯比尔定律表征形式分析[J]. 光谱学与光谱分析, 2013(12):3180-3186.
SU Haixia, ZHANG Chaohui, ZHAO Xiaoyan, et al. The Lambert-Beer's Law characterization of formal analysis in terahertz spectrum quantitative testing [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2013 (12): 3180-3186.
- [11] 张红路. 印刷色序对印品色彩质量的影响[J]. 印刷技术, 2011(1):52-53.
- [12] 赵勇. 色度计的研制及比尔朗伯定律的应用分析[J]. 科技创新导报, 2013(19):26-27.
- [13] 刘真,胡新月,杨华. 基于 Tollenar-Ernst 模型的专色油墨量计算[J]. 包装工程, 2010, 31(11):27-30.
LIU Zhen, HU Xinyue, YANG Hua. Calculation of the amount of spot color ink based on Tollenar-Ernst mode[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(11):27-30.
- [14] 成刚虎,熊康鹏. 纽介堡方程的理论价值及其局限性分析[J]. 中国印刷与包装研究, 2010, 2(5):24-28.
CHENG Ganghu, XIONG Kangpeng. Theoretical value and limitation of Neugebauer equation[J]. China Printing and Packaging Study, 2010, 2(5):24-28.
- [15] 陈一军,成刚虎. 密度线性方程式的理论误差探析[J]. 西安理工大学学报, 2019, 35(3):361-367.
CHEN Yijun, CHENG Ganghu. Theoretical error analysis of density linear equation[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2019, 35(3):361-367.

(责任编辑 王绪迪)

(上接第 372 页)

- [8] 马亮. 柔性基板卷到卷输送中横向振动建模与控制[D]. 武汉:华中科技大学,2018.
MA Laing. Modeling and control study on the transverse vibration of an axially travelling flexible web in roll-to-roll manufacturing[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018.
- [9] LIEW K M, XIANG Y, KITIPORNCHAI S. Transverse vibration of thick rectangular plates—II. Inclusion of oblique internal line supports [J]. Computers & Structures, 1993, 49(1): 31-58.
- [10] LAI S K, ZHOU L, ZHANG Y Y, et al. Application of the DSC-Element method to flexural vibration of skew plates with continuous and discontinuous boundaries [J]. Thin-Walled Structures, 2011, 49 (9): 1080-1090.
- [11] KETABDARI M J, ALLAHVERDI A, BOREYRIA S, et al. Free vibration analysis of homogeneous and FGM skew plates resting on variable Winkler-Pasternak elastic foundation [J]. Mechanics & Industry, 2016, 17(1): 107.
- [12] PARIDA S, MOHANTY S C. Vibration and stability analysis of functionally graded skew plate using higher order shear deformation theory [J]. Current Climate Change Reports, 2018, 4(1): 1-22.
- [13] RAMU I, SESHU K V G R, VENU M. Natural frequency of skew FGM plates using finite element method [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018, 455: 012024.
- [14] 郭旭侠,薛晓飞. 热弹耦合运动斜板振动特性研究[J]. 机械科学与技术, 2019, 38(12):1854-1860.
GUO Xuxia, XUE Xiaofei. Study on vibration characteristics of thermoelastic coupled moving skew plate [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2019, 38(12): 1854-1860.
- [15] KUMA D P, SRINIVASA C V. Free vibration studies on skew sandwich plates by FEM [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 925 (1): 012024.
- [16] 胡寒,聂国隽. 变角度纤维复合材料层合斜板的颤振分析[J]. 力学季刊, 2020, 41(1):69-79.
HU Han, NIE Guojun. Flutter analysis of laminated skew plates with variable angle tows [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2020, 41(1): 69-79.
- [17] 金江,袁继峰,葛文璇. 理论力学[M]. 南京:东南大学出版社,2019.
- [18] 侯志勇,王忠民. 轴向运动薄膜的横向振动和稳定性分析[J]. 西安理工大学学报, 2005, 21(4):402-404.
HOU Zhiyong, WANG Zhongmin: The transverse vibration and stability analysis of an axially moving membrane [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2005, 21(4): 402-404.

(责任编辑 王绪迪)