

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2021.04.013

# 基于动力学模型分块逼近的水下机械臂 RBF 滑模控制算法研究

赵 伟, 张晓晖, 杨松楠

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 本文利用切片理论与 Morison 方程计算了双关节水下机械臂在水中运动时受到的附加质量力、水阻力和水体流动对机械臂产生的冲击力, 在传统机械臂动力学模型的基础上建立了完整的双关节水下机械臂动力学模型。基于推导的水下机械臂动力学模型提出了一种 RBF 滑模控制策略, 采用多个 RBF 神经网络对水下机械臂动力学模型中的不确定项进行分块逼近, 并使用饱和函数改进了控制律。本文判别了控制系统的稳定性, 进行了仿真对比试验, 结果表明该控制算法优于传统滑模控制和常规 RBF 滑模控制算法。本文所提出的算法, 将水下机械臂的关节响应时间缩短至 1 s, 并将平均稳态误差缩小至  $3 \times 10^{-6}$  rad, 还削弱了控制系统的抖振效应, 满足水下机械臂的控制要求。

**关键词:** 水下机械臂; 动力学建模; RBF 神经网络; 滑模控制

中图分类号: TP241

文献标志码: A

文章编号: 1006-4710(2021)04-0555-07

## Research on RBF sliding mode control algorithm for underwater manipulator based on partitional approximation of dynamic model

ZHAO Wei, ZHANG Xiaohui, YANG Songnan

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** This paper uses the strip theory and Morison equation to calculate the additional mass force, the water resistance and the impact force generated by the water flow on the double-joint underwater manipulator moves in the water. Based on the traditional manipulator dynamic model, an RBF sliding mode control strategy for the underwater manipulator is proposed. Multiple RBF networks are used to approximate the uncertain parameters in the dynamic model by blocks, with a saturation function used to improve the control law. In this paper, the stability of the control system and simulation comparison are carried out. The simulation results show that the control algorithm is superior to the traditional sliding mode control and conventional RBF sliding mode control algorithm. The joint response time of the underwater manipulator is shortened to 1s, with the steady-state error reduced to  $3 \times 10^{-6}$  rad. It also weakens the buffeting effect of the control system and meets the control requirements for the underwater manipulator.

**Key words:** underwater manipulator; dynamic modeling; RBF neural network; sliding mode control

多关节机械臂由于其灵活性, 是执行水下资源勘测、水下检测维修等任务的理想工具。区别于陆用机械臂, 水下机械臂在运动时会受到水作用力的

影响以及多种难以预测的外部干扰<sup>[1]</sup>。分析水下机械臂的受力情况与提高水下机械臂的控制精度有助于水下机械臂的设计研发<sup>[2]</sup>。

收稿日期: 2020-12-28; 网络出版日期: 2021-05-21

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20210521.1337.002.html>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61873200)

第一作者: 赵伟, 男, 硕士生, 研究方向为机器人控制算法。E-mail: zhao\_willson@163.com

通信作者: 张晓晖, 男, 博士, 教授, 硕导, 研究方向为智能信息系统及检测与自动化装置。E-mail: xhzhang@xaut.edu.cn

精准的动力学模型是水下机械臂运动仿真与控制设计的基础<sup>[3]</sup>。文献[4]通过理论分析计算了单关节水下机械臂的动力学模型。文献[5]利用 Navier-Stokes 方程计算了物体在水中的动力学模型,该方法求解过程复杂,不适用于多关节水下机械臂。文献[6]使用切片理论计算了水下机械臂的动力学模型,提供了新的计算思路。文献[7]使用微分变化法构建了机械臂在水环境中的动力学模型,通过仿真验证了机械臂在静水环境中受水作用力的影响,但没有计算水流对机械臂的冲击力。

实时性和抗干扰性是衡量水下机械臂控制器性能的重要指标<sup>[8]</sup>。水下机械臂是典型的非线性系统,国内外研究学者针对此类系统提出了许多先进控制算法。文献[9]将前馈模糊补偿器引入滑模控制算法,用于消除动力学模型中的不确定干扰项。文献[10]使用自适应滑模控制算法实现了水下机械臂的控制,该算法具有良好的鲁棒性,但实时性仍有待提高。文献[11]和文献[12]利用径向基(RBF)网络动态逼近模型误差,提高了多关节机械臂控制器的响应速度,证明了利用前馈神经网络在多关节机械臂控制器设计中的有效性。

本文利用切片理论与 Morison 公式计算了双关节水下机械臂在运动时受到的水阻力、附加质量力、浮力与水流的冲击力,结合传统机械臂动力学方程推导出双关节水下机械臂在水环境中的动力学模型。基于动力学模型提出了一种 RBF 滑模控制策略,该策略使用多个 RBF 神经网络分块逼近动力学模型中的不确定项,快速补偿计算模型与实际模型的误差;使用饱和函数改进控制律,削弱控制系统的抖振效应。

## 1 水下机械臂动力学建模

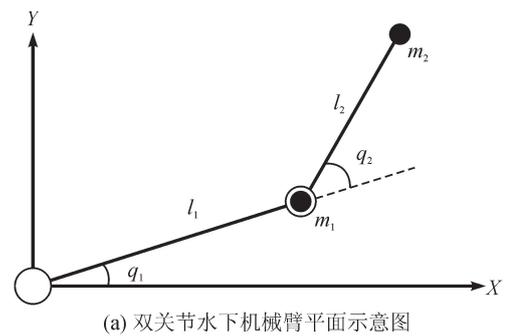
### 1.1 传统机械臂动力学建模

双关节水下机械臂的结构简化示意图见图 1,图中  $l_1$  和  $l_2$  是机械臂连杆的长度,  $m_1$  和  $m_2$  是连杆的质量,  $q_1$  和  $q_2$  代表机械臂关节的转动角度。根据图 1,使用 Lagrange 方程求解出双关节水下机械臂的传统动力学方程如式(1)所示<sup>[13]</sup>。

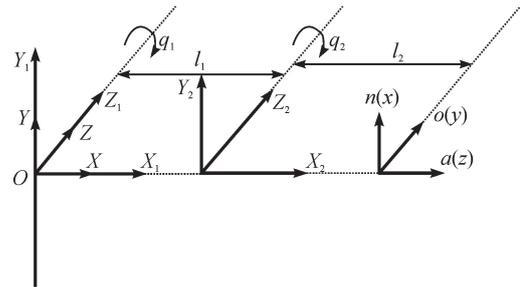
$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(\dot{q}) + \tau_d = \tau \quad (1)$$

式中:  $q$  是双关节机械臂关节运动时的角度矩阵,  $\dot{q}$  和  $\ddot{q}$  则分别是角速度和角加速度矩阵;  $M(q)$  是双关节机械臂的惯性矩阵;  $C(q, \dot{q})$  是向心力与科氏力和的矩阵;  $g(q)$  是重力矩阵;  $f(\dot{q})$  和  $\tau_d$  分别是摩擦力矩阵和未知的外部干扰矩阵;  $\tau$  是关节驱动力

矩阵。



(a) 双关节水下机械臂平面示意图



(b) 双关节水下机械臂D-H坐标系

图 1 双关节水下机械臂结构简化示意图

Fig. 1 Simplified schematic diagram for double-joint manipulator

### 1.2 水下机械臂动力学建模

水下机械臂在水中受到的力分别为水流对静止机械臂的冲击力和机械臂在静水中运动时所受的作用力。根据流体力学,物体单位长度在静水中运动时的受到的作用力可以描述为:

$$\frac{df}{dl} = \frac{df_d}{dl} + \frac{df_m}{dl} + \frac{df_f}{dl} + \frac{df_l}{dl} \quad (2)$$

式中:  $f_d$ 、 $f_m$ 、 $f_f$  和  $f_l$  分别为水阻力、附加质量力、浮力和升力。

本文研究的双关节水下机械臂模型的连杆均为圆柱体,因此在进行受力分析时不用考虑升力带来的影响。

Morison 方程给出了水阻力和附加质量力的微分计算公式:

$$df = df_d + df_m = \frac{1}{2}\rho C_d D \cdot \|v(x)\| v dx + \rho C_m A \cdot \dot{v}(x) dx \quad (3)$$

式中:  $\rho$  是水密度;  $D$  是连杆直径;  $A$  是连杆垂直于水流速度方向上的投影面积;  $v$  是与速度相关的函数;  $C_d$  和  $C_m$  是水阻力系数与附加质量力系数,难以直接获取精确值,一般选用经验值<sup>[14]</sup>。

根据图 1 中双关节水下机械臂的 D-H 坐标系,绘制其运动模型示意图,见图 2。

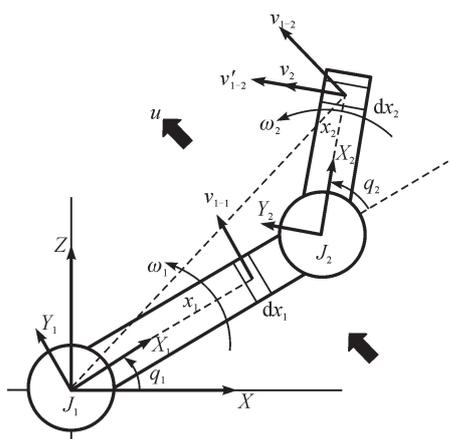


图2 双关节水下机械臂运动模型示意图  
Fig. 2 Schematic diagram for motion model of double-joint underwater manipulator

关节  $J_1$  在运动时,连杆 1 绕  $Z_1$  轴做旋转运动,同时带动连杆 2 绕  $Z_1$  轴做旋转运动。选取连杆 1 上的微元  $dx_1$  进行分析可知,  $dx_1$  转动的角速度为  $\omega_1 = \dot{q}_1$ , 与转轴  $Z_1$  垂直的方向矢量为  $r_{1-1} = x_1$ , 则此时  $dx_1$  的法向速度  $v_{1-1} = \omega_1 r_1 = \dot{q}_1 x_1$ 。同理,连杆 2 上的微元  $dx_2$  绕  $Z_1$  轴运动的速度为  $v_{1-2}$ , 通过三角函数变换将  $v_{1-2}$  转换为垂直于连杆 2 的法向速度  $v'_{1-2} = \dot{q}_1 (l_1 \cos q_2 + x_2)$ 。根据式(3)求得机械臂关节  $J_1$  受到的力矩  $T_1$ :

$$T_1 = \frac{\mathcal{C}_d D_1}{2} \int_0^{l_1} x_1 \dot{q}_1 x_1 \|\dot{q}_1 x_1\| dx_1 + \frac{\pi \rho D_1^2}{4} C_m \int_0^{l_1} l \frac{d(\dot{q}_1 x_1)}{dt} dx_1 + \frac{\mathcal{C}_d D_2}{2} \int_0^{l_2} (l_1 c_2 + x_2) \dot{q}_1 (l_1 c_2 + x_2) \|\dot{q}_1 (l_1 c_2 + x_2)\| dx_2 + \frac{\pi \rho D_2^2}{4} C_m \int_0^{l_2} (l_1 c_2 + x_2) \frac{d(\dot{q}_1 (l_1 c_2 + x_2))}{dt} dx_2 \quad (4)$$

式中:  $c_1 = \cos q_1$ ,  $c_2 = \cos q_2$ 。

关节  $J_2$  在运动时,连杆 2 绕  $Z_2$  轴做旋转运动,选取连杆 2 上的微元  $dx_2$  进行分析,  $dx_2$  转动的角速度为  $\omega_2 = \dot{q}_2$ ,  $dx_2$  的法向速度为  $v_2 = \omega_2 \times r_2 = \dot{q}_2 x_2$ 。根据式(3)求得机械臂关节  $J_2$  受到的力矩  $T_2$ :

$$T_2 = \frac{\mathcal{C}_d D_2}{2} \int_0^{l_2} x_2 \dot{q}_2 x_2 \|\dot{q}_2 x_2\| dx_2 + \frac{\pi \rho D_2^2}{4} C_m \int_0^{l_2} x_2 \frac{d(\dot{q}_2 x_2)}{dt} dx_2 \quad (5)$$

考虑到耦合作用力,连杆 2 在绕  $Z_2$  轴做旋转运动时会对关节  $J_1$  产生一个力矩  $T'_1$ , 连杆 1 在绕  $Z_1$  轴做旋转运动时也会对关节  $J_2$  产生一个力矩  $T'_2$ 。

$T'_1$  和  $T'_2$  的计算公式如下所示:

$$T'_1 = \frac{\mathcal{C}_d D_2}{2} \int_0^{l_2} (l_1 c_2 + x_2) \dot{q}_2 x_2 \|\dot{q}_2 x_2\| dx_2 + \frac{\pi \rho D_2^2}{4} C_m \int_0^{l_2} (l_1 c_2 + x_2) \frac{d(\dot{q}_2 x_2)}{dt} dx_2 \quad (6)$$

$$T'_2 = \frac{\mathcal{C}_d D_2}{2} \int_0^{l_2} x_2 \dot{q}_1 (l_1 c_2 + x_2) \|\dot{q}_1 (l_1 c_2 + x_2)\| dx_2 + \frac{\pi \rho D_2^2}{4} C_m \int_0^{l_2} x_2 \frac{d(\dot{q}_1 (l_1 c_2 + x_2))}{dt} dx_2 \quad (7)$$

水下机械臂在水中会受到水流的冲击力,假设水流中每一点的速度大小方向相同,水流速可以按照基坐标系  $O-XYZ$  分解为  $\mathbf{u} = [u_x \ u_y \ u_z]^T$ 。根据机械臂连杆上微元的单位矢量  $\mathbf{e} = [e_x \ e_y \ e_z]$ , 将水流速度按式(8)分解为连杆坐标系三个方向上的法向速度。

$$\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z] = \begin{bmatrix} 1 - e_x^2 & -e_x e_y & -e_x e_z \\ -e_x e_y & 1 - e_y^2 & -e_y e_z \\ -e_x e_z & -e_y e_z & 1 - e_z^2 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (8)$$

根据式(9)和式(10)求得机械臂关节  $J_1$  与关节  $J_2$  受到水流冲击力矩  $T''_1$  与  $T''_2$ 。

$$T''_1 = \frac{\mathcal{C}_d D_1}{2} \int_0^{l_1} (x_1 v_{z1} - x_1 v_{x1}) \|\mathbf{v}\| dx_1 + \frac{\mathcal{C}_d D_2}{2} \int_0^{l_2} [(l_1 c_1 + x_2) v_{z2} - (l_1 c_1 + x_2) v_{x2}] \|\mathbf{v}\| dx_2 + \frac{\pi \rho D_1^2}{4} C_m \int_0^{l_1} (x_1 \dot{v}_{z1} - x_1 \dot{v}_{x1}) dx_1 + \frac{\pi \rho D_2^2}{4} C_m \int_0^{l_2} [(l_1 c_1 + x_2) \dot{v}_{z2} - (l_1 c_1 + x_2) \dot{v}_{x2}] dx_2 \quad (9)$$

$$T''_2 = \frac{\mathcal{C}_d D_2}{2} \int_0^{l_2} (x_2 v_{z2} - x_2 v_{x2}) \|\mathbf{v}\| dx_2 + \frac{\pi \rho D_2^2}{4} C_m \int_0^{l_2} (x_2 \dot{v}_{z2} - x_2 \dot{v}_{x2}) dx_2 \quad (10)$$

根据上述推导过程,可将双关节水下机械臂关节在水中受到的水作用力矩归纳为  $T_w$  :

$$T_w = [T_1 + T'_1 + T''_1 \quad T_2 + T'_2 + T''_2] \quad (11)$$

假设双关节水下机械臂各关节连杆的重心与浮心的位置重合,且重力与浮力的作用力方向相反,可根据下式求得机械臂各连杆的等效重力:

$$g'_i = m_i g - V_i \rho g = m_i g (1 - \frac{\rho}{\rho_m}) \quad (12)$$

式中:  $m_i$  为连杆  $i$  的质量;  $g$  为重力加速度;  $V_i$  为连杆  $i$  的体积;  $\rho$  为水密度;  $\rho_m$  为机械臂的等效密度。

根据式(12)与重力矩阵  $g$  求得双关节水下机械臂的等效重力矩阵  $g'$  :

$$g' = \begin{bmatrix} m_2 l_2 g c_{12} (1 - \frac{\rho}{\rho_m}) + m_1 l_1 g c_1 (1 - \frac{\rho}{\rho_m}) + m_2 l_1 g c_2 (1 - \frac{\rho}{\rho_m}) \\ m_2 l_2 g c_{12} (1 - \frac{\rho}{\rho_m}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:  $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$ 。

将由式(11)求得的水作用力矩阵  $T_w$  与式(13)求得的等效重力矩阵  $g'$  结合式(1)可以求得水下机械臂在水环境中的动力学模型:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + T_w(q,\dot{q},\ddot{q}) + g' + f(\dot{q}) + \tau_d \quad (14)$$

## 2 水下机械臂控制器设计

### 2.1 传统滑模控制

定义滑模函数为:

$$s(t) = \Lambda e(t) + \dot{e}(t) \quad (15)$$

$$e(t) = q_d - q \quad (16)$$

式中:  $q_d$  是机械臂关节运动的目标角度;  $q$  是实际角度;  $e(t)$  和  $\dot{e}(t)$  是跟踪误差和误差的变化率。

对式(15)进行求导可得:

$$\dot{s}(t) = \Lambda \dot{e}(t) + \ddot{e}(t) = \Lambda \dot{e}(t) + (\ddot{q}_d - \ddot{q}) \quad (17)$$

为进行后续计算,将式(14)中  $T_w(q,\dot{q},\ddot{q})$  项按下式进行拆分:

$$T_w(q,\dot{q},\ddot{q}) = M_w(q)\ddot{q} + C_w(q,\dot{q})\dot{q} \quad (18)$$

采用指数趋近律  $\dot{s} = -\varepsilon \text{sgns} - ks$ , 结合式(15)和式(17)可以得到传统滑模控制器的控制律:

$$\tau = M'(\ddot{q}_d + \Lambda \dot{e}) + C'(\dot{q}_d + \Lambda e) + g' + f + \varepsilon \text{sgns} + ks \quad (19)$$

式中:  $M' = M + M_w$ ,  $C' = C + C_w$ 。

### 2.2 分块逼近 RBF 滑模控制

在水下机械臂的动力学模型中,  $M'(q)$ 、 $C'(q,$

$\dot{q})$ 、 $g'(q)$  和  $f(\dot{q})$  四个参数矩阵都是通过测量计算得出名义参数矩阵,与实际值存在误差,直接使用式(19)所示的控制律设计水下机械臂控制器会产生控制性能不足的问题。

将式(19)中的不确定项整理得到:

$$H = M'(\ddot{q}_d + \Lambda \dot{e}) + C'(\dot{q}_d + \Lambda e) + g' + f \quad (20)$$

由于式(20)中包含了多个不确定参数项,使用常规 RBF 神经网络控制器对其进行整体逼近会产生逼近时间过长与逼近精度不足的问题。

为解决上述问题,本文使用由四个 RBF 神经网络组成 RBF 神经网络控制器对式(20)中的系数矩阵进行分块逼近,再结合滑模控制算法设计水下机械臂控制器,控制器的原理框图见图 3。

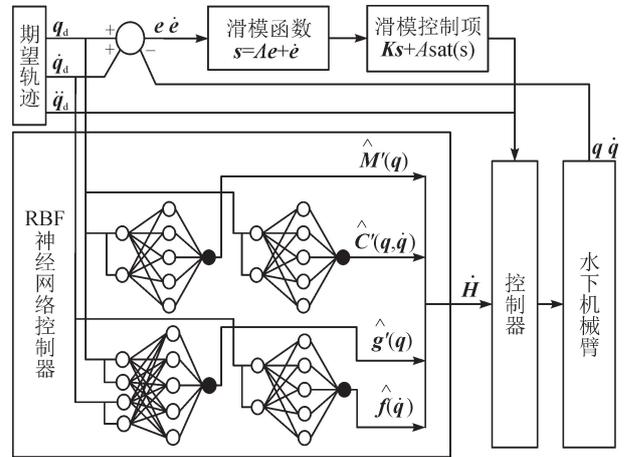


图3 水下机械臂控制器设计原理框图

Fig. 3 Underwater manipulator controller design principle block diagram

根据上图中 RBF 神经网络控制器的结构可知各 RBF 神经网络的输入分别为:

$$x_M = [q_1 \quad q_2] \quad (21)$$

$$x_C = [q_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2] \quad (22)$$

$$x_{g'} = [q_1 \quad q_2] \quad (23)$$

$$x_f = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2] \quad (24)$$

RBF 神经网络控制器的各网络隐含层均包含五个神经元,神经元内部算子均为 Gauss 核函数:

$$h = \exp\left(-\frac{\|x - c_i\|^2}{2b_i^2}\right) \quad (25)$$

式中:  $c_i$  为第  $i$  个神经元的中心矢量,  $b_i$  为神经元的基宽度。

各 RBF 神经网络的自适应律分别为:

$$\dot{W}_M = F_M \phi_M s^T \quad (26)$$

$$\dot{W}_C = F_C \phi_C s^T \quad (27)$$

$$\dot{\mathbf{W}}_{g'} = \mathbf{F}_{g'} \boldsymbol{\varphi}_{g'} \mathbf{s}^T \quad (28)$$

$$\dot{\mathbf{W}}_f = \mathbf{F}_f \boldsymbol{\varphi}_f \mathbf{s}^T \quad (29)$$

式中:  $\mathbf{F}_{M'}$ 、 $\mathbf{F}_{C'}$ 、 $\mathbf{F}_{g'}$  与  $\mathbf{F}_f$  均为正定矩阵。

RBF 神经网络控制器的输出为  $\hat{\mathbf{H}}$ :

$$\hat{\mathbf{H}} = [\mathbf{W}_{M'}^T \boldsymbol{\xi}_1 \quad \mathbf{W}_{C'}^T \boldsymbol{\xi}_2 \quad \mathbf{W}_{g'}^T \quad \mathbf{W}_f^T] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{M'} \\ \boldsymbol{\varphi}_{C'} \\ \boldsymbol{\varphi}_{g'} \\ \boldsymbol{\varphi}_f \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中:  $\boldsymbol{\xi}_1 = \ddot{\mathbf{q}}_d + \boldsymbol{\Lambda} \dot{\mathbf{e}}$ ,  $\boldsymbol{\xi}_2 = \dot{\mathbf{q}}_d + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e}$ 。

根据  $\hat{\mathbf{H}}$  并使用饱和函数  $\text{sat}(s)$  代替传统滑模控制律中的符号函数  $\text{sgn}(s)$ , 得到新的控制律为:

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{H}} + \mathbf{K}\mathbf{s} + A\text{sat}(\mathbf{s}) \quad (31)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为控制系数矩阵,  $A$  为大于 0 的常数。  $\mathbf{K}\mathbf{s} + A\text{sat}(\mathbf{s})$  用于消除外部干扰  $\boldsymbol{\tau}_d$  与神经网络控制器的输出误差  $\boldsymbol{\delta}$ 。

### 2.3 稳定性分析

定义正定的 Lyapunov 函数  $L$ :

$$L = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M}' \mathbf{s} + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{M'}^T \mathbf{F}_{M'}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{M'}^T) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{C'}^T \mathbf{F}_{C'}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{C'}^T) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{g'}^T \mathbf{F}_{g'}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{g'}^T) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_f^T \mathbf{F}_f^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_f^T) \quad (32)$$

对 Lyapunov 函数  $L$  进行求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= \mathbf{s}^T \mathbf{M}' \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}}' \mathbf{s} + \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{M'}^T \mathbf{F}_{M'}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{M'}^T) + \\ &\text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{C'}^T \mathbf{F}_{C'}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{C'}^T) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{g'}^T \mathbf{F}_{g'}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{g'}^T) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_f^T \mathbf{F}_f^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_f^T) = \\ & - \mathbf{s}^T (\mathbf{K} + \mathbf{C}_w - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}_w) \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T (\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}) \mathbf{s} + \\ & \mathbf{s}^T (\mathbf{T}_d - A\text{sat}(\mathbf{s}) + \boldsymbol{\delta}) + \text{tr} \tilde{\mathbf{W}}_{M'}^T (\mathbf{F}_{M'}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{M'} + \boldsymbol{\varphi}_{M'} \mathbf{s}^T) + \\ & \text{tr} \tilde{\mathbf{W}}_{C'}^T (\mathbf{F}_{C'}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{C'} + \boldsymbol{\varphi}_{C'} \mathbf{s}^T) + \\ & \text{tr} \tilde{\mathbf{W}}_{g'}^T (\mathbf{F}_{g'}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{g'} + \boldsymbol{\varphi}_{g'} \mathbf{s}^T) + \text{tr} \tilde{\mathbf{W}}_f^T (\mathbf{F}_f^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_f + \boldsymbol{\varphi}_f \mathbf{s}^T) \end{aligned} \quad (33)$$

根据 Lagrange 动力学方程特性可知  $\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}$  为斜对称矩阵, 并将式(26)至式(29)所给出的自适应律变换后代入上式可得:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= - \mathbf{s}^T (\mathbf{K} + \mathbf{C}_w - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}_w) \dot{\mathbf{s}} + \\ & \mathbf{s}^T (\mathbf{T}_d - A\text{sat}(\mathbf{s}) + \boldsymbol{\delta}) \end{aligned} \quad (34)$$

对式(34)进行分析, 矩阵  $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}_w$  与  $\dot{\mathbf{M}}_w$  均存在最小特征值, 当  $K_{\min} + C_{w\min} - \frac{1}{2} \dot{M}_{w\min} \geq 0$  时, 有:

$$\begin{aligned} - \mathbf{s}^T (\mathbf{K} + \mathbf{C}_w - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}_w) \dot{\mathbf{s}} &\leq - (K_{\min} + C_{w\min} - \frac{1}{2} \dot{M}_{w\min}) \cdot \\ \| \mathbf{s} \|^2 &\leq 0 \end{aligned} \quad (35)$$

当  $A \geq (\| \boldsymbol{\delta} \| + \| \boldsymbol{\tau}_d \|)$  时, 有:

$$\mathbf{s}^T (\boldsymbol{\tau}_d - A\text{sat}(\mathbf{s}) + \boldsymbol{\delta}) \leq 0 \quad (36)$$

满足上述条件时  $\dot{L} \leq 0$ , 根据 Lyapunov 稳定性判定理论, 控制系统满足闭环渐进稳定条件, 控制系统稳定。

### 3 仿真分析

本文设计了双关节水下机械臂轨迹跟踪仿真控制实验, 目标角度为  $\mathbf{q}_d = [0.1\text{sin}t \quad 0.1\text{sin}t]$ 。机械臂的参数如下: 连杆质量  $m_1 = 5 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 4 \text{ kg}$ ; 连杆长度  $l_1 = 0.5 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.35 \text{ m}$ ; 机械臂的等效密度  $\rho_m = 1650 \text{ kg/m}^3$ ; 连杆直径  $D_1 = D_2 = 0.1 \text{ m}$ ; 摩擦力矩阵为  $\mathbf{f}(\dot{\mathbf{q}}) = [0.2\text{sgn}(\dot{q}_1) \quad 0.2\text{sgn}(\dot{q}_2)]^T$ 。仿真环境的参数如下: 重力系数  $g = 9.8\text{m/s}^2$ ; 水密度  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ 。仿真控制系统中引入了外部干扰项  $\boldsymbol{\tau}_d = [0.3\text{sin}t \quad 0.3\text{sin}t]^T$  模拟水下机械臂在水中受到的水流的冲击力矩。神经网络控制器的参数如下:  $\mathbf{c}_i = [-0.17 \quad -0.08 \quad 0 \quad 0.08 \quad 0.17]$ ,  $b_i = 0.5$ 。滑模控制项中的参数如下:  $\mathbf{K} = \text{diag}\{110, 110\}$ ,  $A = 0.3$ ,  $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}\{8, 8\}$ 。仿真实验中引入了传统滑模控制算法与整体逼近型 RBF 滑模控制算法作为对比项。

图 4 中展示的是在双关节水下机械臂仿真控制实验中整体逼近型 RBF 神经网络控制器与分块逼近型 RBF 神经网络控制器的输出对比。

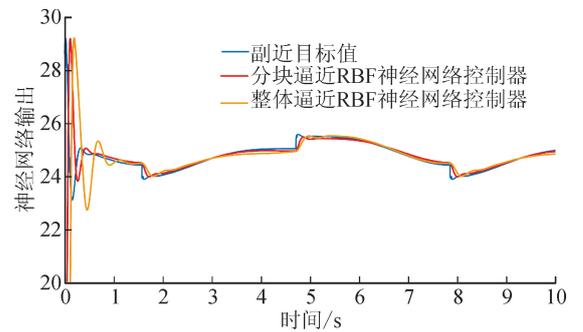


图 4 RBF 神经网络控制器输出对比图

Fig. 4 RBF neural network output comparison diagram

从上图可以看出分块逼近 RBF 神经网络控制器在 0.8 s 附近实现了对目标值的逼近, 整体逼近型 RBF 神经网络控制器在 1.2 s 附近实现对目标值的逼近。结果表明使用多个 RBF 神经网络对双关节水下机械臂动力学模型中的不确定参数进行分

块逼近可以提高对实际模型的逼近速度,分块逼近 RBF 神经网络控制器相比于整体逼近 RBF 神经网络控制器具有更好逼近效果。

不同控制算法下双关节水下机械臂各关节的角度跟踪曲线见图 5,角度的跟踪误差曲线见图 6,仿真实验数据见表 1。

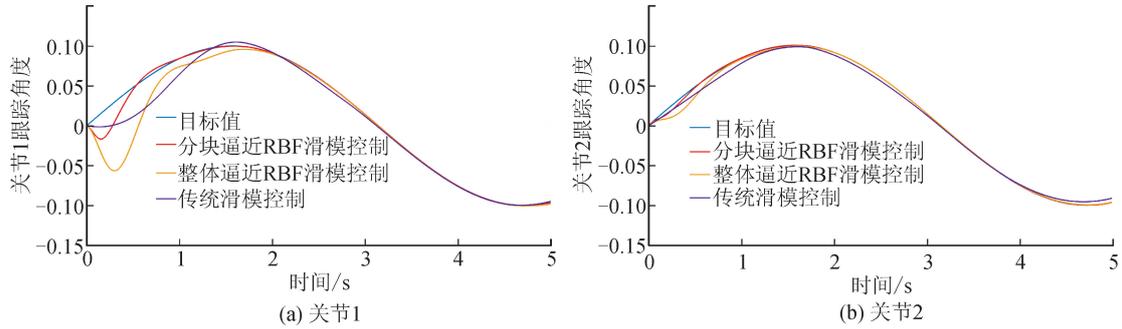


图 5 双关节水下机械臂各关节角度跟踪曲线

Fig. 5 Angel tracking curve of each joint of double-joint underwater manipulator

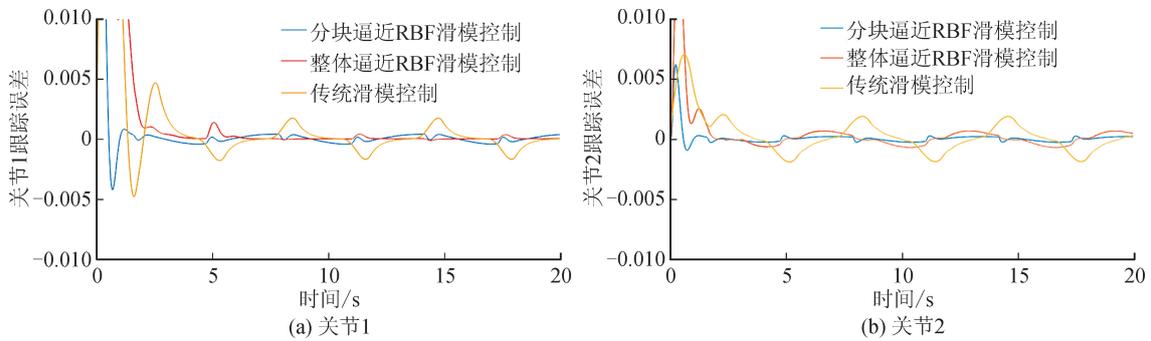


图 6 双关节水下机械臂各关节角度跟踪误差曲线

Fig. 6 Angle tracking error curve of each joint of double-joint underwater manipulator

表 1 仿真实验数据分析表

Tab.1 Data analysis table of simulation experiment

控制方法	关节	响应时间/s	最大稳态误差/ $10^{-4}$ rad	平均稳态误差/ $10^{-6}$ rad
传统滑模控制	关节 1	4.02	20.61	13.21
	关节 2	3.49	18.87	9.32
整体逼近 RBF 滑模控制	关节 1	1.36	9.67	4.24
	关节 2	1.32	6.75	-6.73
分块逼近 RBF 滑模控制	关节 1	1.03	3.81	1.18
	关节 2	0.97	2.72	-3.68

通过表 1 中的数据对比可知,使用 RBF 神经网络优化滑模控制算法可以明显提升传统滑模控制算法的性能。使用分块逼近 RBF 滑模控制算法时,关节 1 和关节 2 的响应时间分别为 1.03 s 与 0.97 s,最大稳态误差分别为  $3.81 \times 10^{-4}$  rad 与  $2.72 \times 10^{-4}$  rad,平均稳态误差分别为  $1.18 \times 10^{-6}$  rad 与  $-3.68 \times 10^{-6}$  rad。使用整体逼近 RBF 滑模控制算法时,关节 1 和关节 2 的响应时间分别为 1.36 s 与 1.32 s,最大稳态误差分别为  $9.67 \times 10^{-4}$  rad 与  $6.75 \times 10^{-4}$  rad,平均稳态误差分别为  $4.24 \times 10^{-6}$

rad 与  $-6.73 \times 10^{-6}$  rad。

经对比,分块逼近 RBF 滑模控制算法将水下机械臂的关节响应时间缩短了 24% 和 27%,最大稳态误差减少了 60% 和 59%,平均稳态误差减少了 72% 和 45%。

从图 7 所示的关节 2 控制输入曲线图可以看出,当控制律中使用开关函数时,关节 2 的控制输入存在剧烈抖振,振动幅度为  $0.6 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。当控制律中使用饱和函数  $\text{sat}(s)$  时,关节 2 的控制输入的抖振现象明显减小,振动幅度为  $0.01 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

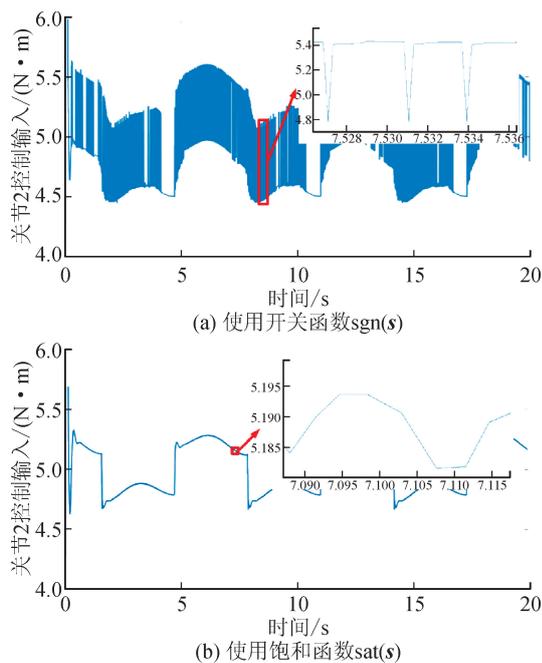


图7 关节2控制输入曲线  
Fig.7 Control input curve for joint 2

仿真实验结果表明,本文提出的基于动力学模型分块逼近的水下机械臂 RBF 滑模控制算法相比于传统滑模控制和整体逼近 RBF 滑模控制可以大幅缩短水下机械臂控制系统的响应时间,降低控制系统的最大稳态误差与平均稳态误差,并能够抑制控制系统的抖振效应,实现良好的控制效果。

## 4 结论

1) 通过计算双关节水下机械臂在水中运动时受到的水作用力矩,建立了双关节水下机械臂在水环境中的动力学模型。

2) 结合水下机械臂的动力学模型,提出了一种分块逼近 RBF 滑模控制算法,该算法缩短了对水下机械臂实际动力学模型的逼近时间,提升了逼近精度,从而缩短了控制系统的响应时间,提高了控制系统的控制精度;通过饱和函数改进了控制律,有效削弱了控制系统的抖振效应。仿真试验结果表明该算法将水下机械臂的关节响应时间缩短至 1 s,稳态精度提升至  $3 \times 10^{-6}$  rad,满足水下机械臂的控制要求。

### 参考文献:

[1] SIVČEV, COLEMAN J, OMERĐIĆ E, et al. Underwater manipulator: a review[J]. *Ocean Engineering*, 2018, 163: 431-450.  
[2] 魏延辉. UVMS 系统控制技术[M]. 黑龙江:哈尔滨工程大学出版社,2017.  
[3] 谭民,徐德,侯增广,等. 先进机器人控制[M]. 北京:高等教育出版社,2007.

[4] ZHANG Minglu, LIU Xiaoyu, TIAN Ying. Modeling analysis and simulation of viscous hydrodynamic model of single-DOF manipulator[J]. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2019, 7(8):261.  
[5] SHEN Linwei, CHAN E S, LIN Pengzhi. Calculation of hydrodynamic forces acting on a submerged moving object using immersed boundary method[J]. *Computers & Fluids*, 2009, 38(3), 691-702.  
[6] 王华,孟庆鑫,王立权. 基于切片理论的水下灵巧手指动力学分析[J]. *机器人*,2007,29(2): 160-166.  
WANG Hua, MENG Qingxin, WANG Liqian. Analysis on finger dynamics of dexterous underwater hand based on strip theory [J]. *Robot*, 2007, 29 (2): 160-166.  
[7] 高涵,张明路,张小俊,等. 水下机械手动力学模型及力矩影响研究[J]. *机械设计制造*,2017(3): 68-71.  
GAO Han, ZHANG Minglu, ZHANG Xiaojun, et al. Research on underwater manipulator dynamics model and torque influence[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2017(3): 68-71.  
[8] 郑宇. 水下作业型机械臂位置控制及仿真研究[D]. 大连:大连海洋大学,2019.  
ZHENG Yu. Position control and simulation of underwater operating manipulator[D]. Dalian: Dalian Ocean University, 2019.  
[9] CHEN Yuan, WANG Kangling, ZHAI Longying, et al. Feedforward fuzzy trajectory compensator with robust adaptive observer at input trajectory level for uncertain multi-link robot manipulators[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(8), 3237-3266.  
[10] SARFRAZ M, UR REHMAN F, SHAH I. Robust stabilizing control of nonholonomic systems with uncertainties via adaptive integral sliding mode: an underwater vehicle example[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2017, 14(5), 1-11.  
[11] 袁凯,刘延俊,孙景余,等. 基于模糊 RBF 神经网络的水下机械臂控制研究[J]. *工程设计学报*,2019,26(6):675-682.  
YUAN Kai, LIU Yanjun, SUN Jingyu, et al. Research on control of underwater manipulator based on fuzzy RBF neural network[J]. *Chinese Journal of Engineering Design*, 2019, 26(6): 675-682.  
[12] 廖凯,刘庆云,刘泽浩. 改进的 RBF 神经网络在机械臂控制中的应用研究[J]. *机电工程技术*,2020,49(8):145-147.  
LIAO Kai, LIU Qinyun, LIU Zehao. Research on the application of improved RBF neural network in manipulator control[J]. *Mechanical & Electrical Engineering Technology*, 2020, 49(8): 145-147.  
[13] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真[M]. 北京:清华大学出版社,2016.  
[14] 董永飞. 水下机械臂动力学分析与轨迹跟踪滑模控制[D]. 大连:大连理工大学,2018.  
DONG Yongfei. Dynamic analysis and sliding mode control for trajectory tracking of underwater manipulator [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018.

(责任编辑 王绪迪)