DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2022.02.002

柔性电子薄膜热弹耦合振动分析

冯 谣[1,3], 武吉梅[2], 邵明月[2]

(1.西安理工大学 机械与精密仪器工程学院,陕西 西安 710048;
2.西安理工大学 印刷包装与数字媒体学院,陕西 西安 710048;
3.浙江交通职业技术学院 汽车学院,浙江 杭州 311112)

摘要: 针对陕西北人 FR400ELS 精密涂布机上运动薄膜存在的稳定性问题,对温度作用下运动薄膜的横向振动特性进行研究。建立薄膜横向振动的动力学方程,将运动薄膜热传导方程与横向振动方程联立并进行无量纲处理,解耦后得到含有热弹耦合系数的运动薄膜振动方程,应用微分求积法对此振动方程进行离散。研究了前三阶模态下热弹耦合系数、张力比等参数对运动薄膜的振动特性的影响。

关键词: 运动薄膜; 热弹耦合; 微分求积法; 前三阶模态

中图分类号: O327 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-4710(2022)02-0158-06

Thermoelastic coupling vibration analysis of flexible electronic membrane

FENG Yao[1,3], WU Jimei[2], SHAO Mingyue[2]

(1. Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Faculty of Printing, Packaging Engineering and Digital Media Technology, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 3. School of Automobile, Zhejiang Institute of Communications, Hangzhou 311112, China)

Abstract: Aiming at the stability of moving film on Shaanxi Beiren FR400ELS precision coater, the transverse vibration characteristics of moving film under the action of temperature were studied. The dynamic equation of the transverse vibration of thin film is established. The heat conduction equation and the transverse vibration equation of moving thin film are combined and dimensionless treated. After decoupling, the vibration equation of moving thin film with thermoelastic coupling coefficient is obtained. The vibration equation is discretized by the differential quadrature method. The influence of thermoelastic coupling coefficient and tension ratio on the vibration characteristics of moving film in the first three modes is studied.

Key words: motion film; thermoelastic coupling; differential quadrature method; first three modes

柔性电子薄膜因其“薄”、“柔”的优良特性而被广泛应用于各类电子产品中,伴随着中国经济的发展,柔性电子薄膜的需求量逐年加大。在柔性电子薄膜的印刷过程中,烘干机会对其进行加热烘干,而温度变化会影响柔性电子薄膜的振动特性,造成高速运动的柔性电子薄膜剧烈抖动,影响柔性电子薄膜的套印质量。因此,研究热弹耦合作用下运动柔性电子薄膜的振动特性,得到不同参数下受温度影响的柔性电子薄膜的振动规律,对柔性电子薄膜印刷机的设计、制造以及稳定性分析具有重要意义。

目前,很多学者研究了热弹耦合作用下运动梁、板、扇形板的振动特性,但对热弹耦合作用下运动薄膜的振动稳定性研究较少。Lin 等[1]采用非线性板方程,描述了横向荷载作用下具有小弯曲刚度的宽幅轴向移动腹板的运动,该模型可以模拟纸或塑料板。Jiang 等[2]使用解析解方法,研究了轴向热应力

收稿日期: 2021-09-25; **网络出版日期:** 2022-02-15

网络出版地址: https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20220214.1454.002.html

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52075435);陕西省自然科学基金资助项目(2021JQ-480);陕西省教育厅自然科学专项项目(21JK0805);陕西省教育厅重点科学研究计划项目(20JY054)

第一作者: 冯谣,男,博士生,研究方向为机械系统动力学。E-mail:1191499902@qq.com

通信作者: 武吉梅,女,博士,教授,研究方向为机械系统动力学。E-mail:wujimei1@126.com

作用下非局部 Euler 梁的自由振动。Saksa 等[3]采用线性 Kirchhoff 板理论，用复变函数法分析了正交各向异性薄板的轴向运动。Saini 等[4]在经典 Kirchhoff 板理论基础上，利用 Hamilton 原理得到了热弹性平衡和振动控制方程以及前三阶模态的热位移和频率。Xin 等[5]建立了一个考虑两种典型梯度热环境的简支板，采用模态分解法求解热声响应控制方程。Yang 等[6]利用 Hamilton 原理建立了随从力作用下扇形板热弹耦合微分方程，使用微分求积法得到了扇形板前三阶的无量纲复频率。Wu 和 Shao 等[7-8]基于 Von Karman 大挠度理论建立了运动薄膜非线性强迫振动方程组，研究了薄膜无耦合工况的振动。Dan 等[9]开发了 MATLAB 非线性有限元程序，用于预测柔性电子薄膜运行过程中的温度场和应力场。Lee 等[10]通过考虑辊对辊系统干燥过程中温度波动引起的热应变，扩展了 Shin 提出的运动板张力数学模型，提出了一种新的基于扩展模型的控制方案，以消除干燥过程中由于热应变引起的张力扰动。Li 等[11]研究了功能梯度夹层板在热载荷作用下的弯曲响应，得到了体积分数、几何参数和热载荷对功能梯度夹层板的挠度的影响。文献[12]利用微分求积法研究了梯度多孔圆板的热振动特性，得到了空隙分布模式、空隙率系数、温升等因素对固有频率的影响。Mirtalaie[13]使用微分求积法研究了功能梯度扇形薄板在热环境中的自由振动特性，得到了温度场、体积分数、半径比和扇形角对功能梯度扇形薄板自由振动的影响。Zhao 等[14]研究了轴向运动微纳梁的热弹耦合强迫振动，发现轴向运动微纳梁的固有频率随轴向速度、小尺度参数和高长比的增大而减小。

综上，上述文献鲜见对热载荷作用下运动矩形薄膜横向振动特性的研究。因此，本文将建立考虑温度作用的运动薄膜横向振动的动力学方程，使用微分求积法对该动力学方程进行离散化处理，并分析热弹耦合作用下运动薄膜的振动特性。

1 振动模型的建立

图 1 为对边张力作用下热弹耦合振动柔性电子薄膜的动力学模型。图中 v 为纵向移动速度，a、b 为印刷机构导向辊之间柔性电子薄膜的长度和宽度，柔性电子薄膜高为 h，密度为 ρ，弹性模量为 E，泊松比为 μ，柔性电子薄膜线膨胀系数为 α_T，设横向振动位移为 $w(x,y,t)$，T_x 与 T_y 为单位长度张力，T_0 为柔性电子薄膜的初始温度，假设柔性电子薄膜温度变化为 $T=T(x,y,z,t)$。

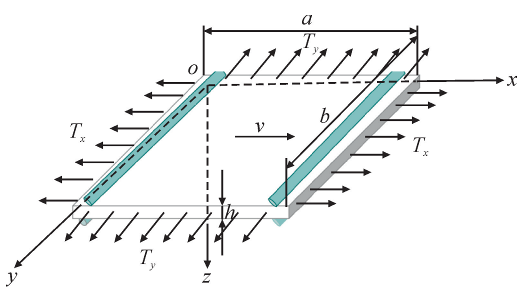

图 1 对边张力作用下柔性电子薄膜动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of TPU film under opposite edge tension

根据 Hamilton 原理，热弹耦合薄板的振动方程为：

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+\left(\frac{\partial M_T}{\partial x^2}+\frac{\partial M_T}{\partial y^2}\right)+\rho h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2v\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+v^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)=0 \tag{1}$$

式中：$M_T=\dfrac{E\alpha_T}{1-\mu}\displaystyle\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}Tz\,\mathrm{d}z$。

如图 2 所示，取柔性电子薄膜的一个微元体 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 进行分析，柔性电子薄膜变形后的等效合力为：

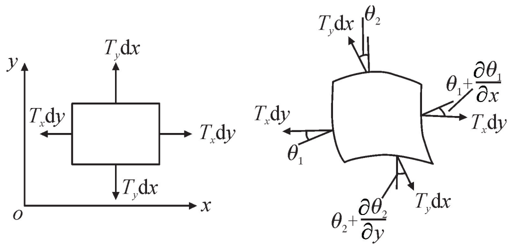

图 2 柔性电子薄膜微元体的受力

Fig. 2 Force of TPU film elements

$$T_x\mathrm{d}y\left(\theta_1+\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\mathrm{d}x\right)-T_x\mathrm{d}y\,\theta_1=T_x\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=T_x\frac{\partial\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=T_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{2}$$

$$T_y\mathrm{d}x\left(\theta_2+\frac{\partial\theta_2}{\partial y}\mathrm{d}y\right)-T_y\mathrm{d}x\,\theta_2=T_y\frac{\partial\theta_2}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=T_y\frac{\partial\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=T_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{3}$$

根据 D'Alembert 原理，含有对边张力作用的柔性电子薄膜的热弹耦合振动方程为：

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+\frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 M_T}{\partial y^2}+\rho h\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+\nu^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)-T_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-T_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \tag{4}$$

由于运动薄膜在传输的过程中，烘干机热风是沿 z 轴向下，所以仅考虑纵向温度变化，因此热传导方程中的 $-\lambda(\frac{\partial^2 T}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2 T}{\partial^2 y})$ 项可忽略不计。此时热传导方程变为：

$$\frac{\partial T}{\partial t}-\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial^2 z}+\frac{\beta T_0}{\rho C_v}\frac{\partial}{\partial t}(-z\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x}-z\frac{\partial^2 w}{\partial^2 y})=0 \tag{5}$$

式中：$\lambda=\frac{\chi}{\rho C_v}$ 为柔性电子薄膜的导温系数；χ 为导热系数；C_v 为比热容系数；$\beta=\frac{E\alpha_T}{1-2\mu}$ 为热应力系数。

式(4)中变量 M_T 含有温度 T，式(5)中含有挠度 w，得到方程组：

$$D(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4})+\frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 M_T}{\partial y^2}+\rho h(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+\nu^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})-T_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-T_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}-\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial^2 z}+\frac{\beta T_0}{\rho C_v}\frac{\partial}{\partial t}(-z\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x}-z\frac{\partial^2 w}{\partial^2 y})=0 \tag{7}$$

将下列量无量纲化：$\overline{T}=\frac{T}{T_0}$，$\xi=\frac{x}{a}$，$\eta=\frac{y}{b}$，$\overline{z}=\frac{z}{h}$，$\overline{w}=\frac{w}{h}$，$r_0=\frac{a}{b}$，$k=\frac{T_y}{T_x}$，$\tau=\frac{t}{a}\sqrt{\frac{T_x}{\rho h}}$，$c=\frac{v}{a}\sqrt{\frac{\rho h}{T_x}}$ 并代入式(6)、(7)得到其无量纲化的形式：

$$\left(\frac{\partial^4\overline{w}}{\partial\xi^4}+2r_0^2\frac{\partial^4\overline{w}}{\partial\xi^2\partial\eta^2}+r_0^4\frac{\partial^4\overline{w}}{\partial\eta^4}\right)+A_{11}\cdot\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi}+r_0\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)\overline{M}_T+(\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\tau^2}+2c\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\xi\partial\tau}+c^2\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\xi^2})-(\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\xi^2}+kr_0\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\eta^2})=0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2\overline{T}}{\partial\overline{z}^2}-A_{12}\frac{\partial\overline{T}}{\partial\tau}+A_{13}\frac{1}{\partial\tau}\left(\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\xi^2}+r_0\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial\eta^2}\right)\overline{z}=0 \tag{9}$$

其中，$A_{11}=\frac{E\alpha_T T_0 h}{(1-\mu)T_x}$，$A_{12}=\frac{h^2}{\lambda}\sqrt{\frac{T_x}{a^2\rho h}}$，$A_{13}=\frac{h^4\beta}{a^2\lambda\rho C_v}\sqrt{\frac{T_x}{a^2\rho h}}$，$\overline{M_T}=\int_{-1/2}^{1/2}\overline{T}\,\overline{z}\,\mathrm{d}\,\overline{z}$。

设式(8)、(9)的解为：

$$\begin{cases}\overline{T}(\overline{z},\tau)=T^*(\overline{z})\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}\\ \overline{w}(\xi,\eta,\tau)=W(\xi,\eta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}\end{cases} \tag{10}$$

将式(10)代入式(8)、(9)，得到无量纲化的运动柔性电子薄膜的振动微分方程：

$$A_{11}(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+r_0\frac{\partial^2}{\partial\eta^2})\int_{-1/2}^{1/2}T^*\overline{z}\mathrm{d}\,\overline{z}+(-\omega^2 W+2c\mathrm{j}\omega\frac{\partial W}{\partial\xi}+c^2\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2})-(\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2}+kr_0\frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2})=0 \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 T^*(\overline{z})}{\mathrm{d}\,\overline{z}^2}-A_{12}\mathrm{j}\omega T^*(\overline{z})+A_{13}\mathrm{j}\omega\frac{1}{\partial\tau}\cdot\left(\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2}+r_0\frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2}\right)\overline{z}=0 \tag{12}$$

对式(12)进行求解，得：

$$T^*(\overline{z})=c_1\,\mathrm{e}^{\sqrt{A_{12}\mathrm{j}\omega}\,\overline{z}}+c_2\,\mathrm{e}^{\sqrt{A_{12}\mathrm{j}\omega}\,\overline{z}}+\frac{h^2\beta}{\rho C_v a^2}(\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2}+r_0\frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2})\overline{z} \tag{13}$$

其中，c_1，c_2 为待定系数。将式(13)代入式(11)，化简得：

$$(1+\vartheta)(\frac{\partial^4 W}{\partial\xi^4}+2r_0\frac{\partial^4 W}{\partial\xi^2\partial\eta^2}+r_0{}^4\frac{\partial^4 W}{\partial\eta^4})+(-\omega^2 W+2c\mathrm{j}\omega\frac{\partial W}{\partial\xi}+c^2\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2})-(\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2}+kr_0\frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2})=0 \tag{14}$$

其中，$\vartheta=\frac{E\alpha_T T_0\beta}{12(1-\mu)T_x\rho C_v}$ 为柔性电子薄膜的热弹耦合系数。

柔性电子薄膜在运动的过程中，四周有滚轴和毛刷的支撑，因此其边界条件可简化为四边简支：

$$\begin{cases}W|_{\xi=0}=W|_{\xi=1}=W|_{\eta=0}=W|_{\eta=1}=0\\ \left.\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2}\right|_{\xi=0}=\left.\frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2}\right|_{\xi=1}=\left.\frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2}\right|_{\eta=0}=\left.\frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2}\right|_{\eta=1}=0\end{cases} \tag{15}$$

2 方程求解

使用微分求积法对式(14)进行离散，得到复特征值方程：

$$(1+\vartheta)(\sum_{k=1}^{N}A_{ik}^{[4]}W_{kj}+2r_0^2\sum_{k=1}^{N}A_{ik}^{[2]}\sum_{m=1}^{N}B_{jm}^{[2]}W_{km}+r_0^4\sum_{m=1}^{N}B_{jm}^{[4]}W_{im})+c^2\sum_{k=1}^{N}A_{ik}^{[2]}W_{kj}-\sum_{k=1}^{N}A_{ik}^{[2]}W_{kj}-kr_0^2\sum_{k=1}^{N}B_{jm}^{[2]}W_{im}+2c\mathrm{j}\sum_{k=1}^{N}A_{ik}^{[1]}W_{kj}\omega-W_{ij}\omega^2=0 \tag{16}$$

运动薄膜的边界条件为：

$$\begin{cases}W_{1j}=W_{Nj}=W_{i1}=W_{iN}=0,(i,j=1,2,\cdots,N)\\ \sum_{k=1}^{N}A_{ik}^{[2]}W_{kj}=0,(i=1,N;j=1,2,\cdots,N)\\ \sum_{m=1}^{N}B_{jm}^{[2]}W_{im}=0,(j=1,N;i=1,2,\cdots,N)\end{cases} \tag{17}$$

将式(16)、(17)合并成矩阵形式，得到运动柔性

薄膜热弹耦合振动的特征方程：

$$\left| \omega^2 \boldsymbol{R} + \omega \boldsymbol{G} + \boldsymbol{K} \right| = 0 \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{R}$ 为单位矩阵；$\boldsymbol{G}$、$\boldsymbol{K}$ 为包含长宽比的热弹耦合系数的矩阵。

3　数值分析

以陕西北人 FR400ELS 精密涂布机为例，分析不同热弹耦合系数 ϑ、张力比 k 对运动薄膜振动特性的影响。凹版印刷机的基本参数如表 1 所示。

表 1　陕西北人 FR400ELS 凹版印刷机的基本参数

Tab. 1　Basic parameters of Shaanxi Beiren FR400ELS precision coater

承印物	印刷最大幅度/m	印刷最高速度/($\mathrm{m \cdot min^{-1}}$)	张力 T_x/($\mathrm{N \cdot m^{-1}}$)
柔性薄膜	1.25	400	120

为验证微分求积法应用于本例的有效性，令 $\vartheta = 0$，此时式(14)退化为无热风作用的薄膜横向振动方程，设节点数 $N = 11$，分别求出长宽比 $r_0 = 1.0$、$r_0 = 2.0$ 时的运动薄膜的复模态，并将此复模态与文献[15]进行对比，结果如表 2 所示。

表 2　本文解与文献[15]解析解的对比（$\vartheta = 0$，$k = 0.2$，$c = 0.164$）

Tab. 2　Comparison between the result in this paper and the analytical solution in literature [15]（$\vartheta = 0$，$k = 0.2$，$c = 0.164$）

序号	频率			
	长宽比 $r_0=1.0$		长宽比 $r_0=2.0$	
	本文解	文献[15]解析解	本文解	文献[15]解析解
1	3.356 6	3.356 6	4.126 6	4.126 6
2	4.126 6	4.126 6	6.330 8	6.330 8
3	6.269 3	6.269 0	8.253 3	8.253 3

由表 2 可知，微分求积法得到的结果与文献[15]解析解得到的结果有很好的一致性，说明可以使用此方法研究运动薄膜的热弹耦合振动特性。

3.1　热弹耦合系数对柔性电子薄膜振动的影响

图 3 给出了 $r_0 = 1.0$，$k = 1.0$，$\vartheta = 0.1$ 时，柔性电子薄膜运动的复模态随无量纲速度 c 的关系曲线。当 $c < 2.505$ 时，前三阶复模态的实部为实数，虚部为 0；当 $2.505 \leqslant c \leqslant 2.705$ 时，第一阶模态的实部为 0，虚部向两边发散，说明运动柔性电子薄膜此时发散失稳，这时系统是不稳定的；当 $c = 2.904$ 时，第一阶模态与第二阶模态发生耦合，此时柔性电子薄膜运动系统发生耦合颤振。

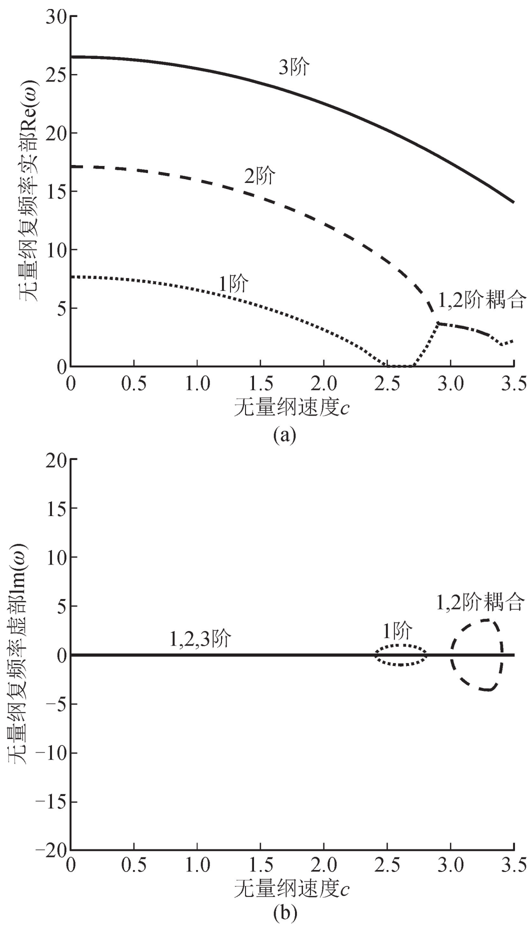

图 3　前三阶复模态随无量纲速度的变化曲线（$r_0 = 1.0$，$\vartheta = 0.1$，$k = 1.0$）

Fig. 3　Variation curve of the first three complex mode with dimensionless velocity ($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.1$, $k = 1.0$)

图 4 给出了 $r_0 = 1.0$，$k = 1.0$，$\vartheta = 0.3$ 时，柔性电子薄膜运动的复模态随无量纲速度 c 的关系曲线。与图 3 相比，当 $c < 3.802$ 时，运动薄膜前三阶复模态的实部增大，说明随着热弹耦合系数的增加，运动薄膜处于稳定工作状态的区间增大；当 $3.802 \leqslant c \leqslant 4.401$ 时，运动薄膜处于发散失稳状态；当 $4.401 \leqslant c$ 时，系统重新恢复稳定；当 $c = 4.706$ 时，前两阶模态发生耦合，此时运动柔性电子薄膜发生耦合颤振。比较图 3、图 4 可以发现，随着热弹耦合系数的增加，运动薄膜的前三阶复频率增大，且第一阶复频率的临界速度同时增加。

3.2　张力比对柔性电子薄膜振动的影响

图 5 和图 6 给出了 $r_0 = 1.0$，$\vartheta = 0.3$，k 分别取 0.5 和 1.0 时，运动薄膜前三阶复模态与无量纲速度 c 之间的关系曲线。由图 5 可以看出，当 $c < 3.702$ 时，第一阶模态的实部为实数，运动薄膜处于稳定的工作状态；当 $3.702 \leqslant c \leqslant 4.401$ 时，第一阶模态的实部为 0，虚部向两边发散；当 $c = 4.700$ 时，第一阶模态与第二阶模态耦合。

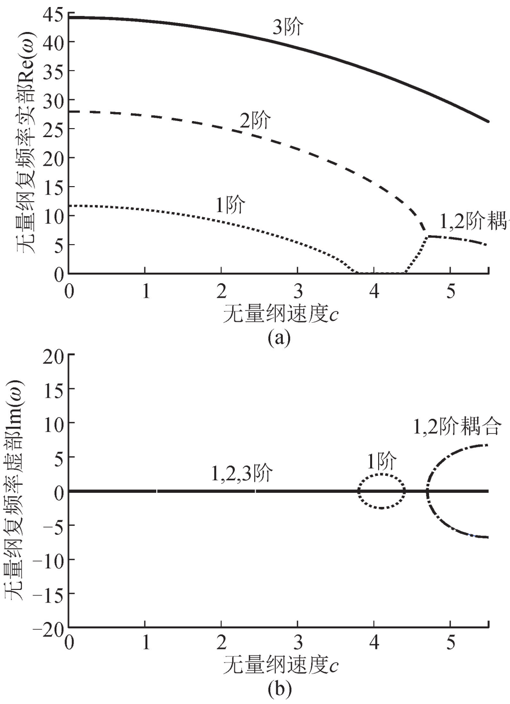

图 4 前三阶复模态随无量纲速度的变化曲线
($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.3$, $k = 1.0$)

Fig. 4 Variation curve of the first three complex mode with dimensionless velocity
($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.3$, $k = 1.0$)

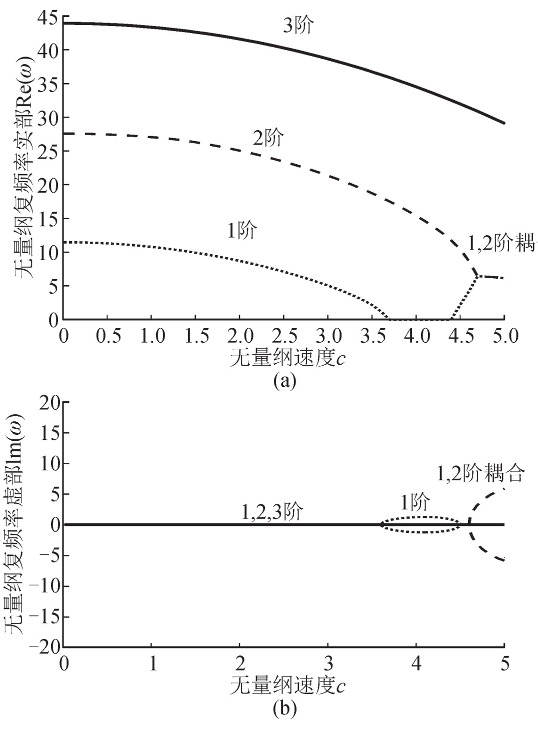

图 5 前三阶复模态随无量纲速度的变化曲线
($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.3$, $k = 0.5$)

Fig. 5 Variation curve of the first three complex mode with dimensionless velocity($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.3$, $k = 0.5$)

图 6 给出了张力比 k 增加到 1.0 时,运动薄膜前三阶复模态与无量纲速度 c 之间的关系曲线。当张力比 k 增加时,第一阶模态的实部处于稳定工作状态的区间增大。当 $3.802 \leqslant c \leqslant 4.401$ 时,运动薄膜处于不稳定状态;当 $c = 4.700$ 时,第一阶模态与第二阶模态耦合。可见,张力比的增加会使薄膜稳定工作的区间增加。

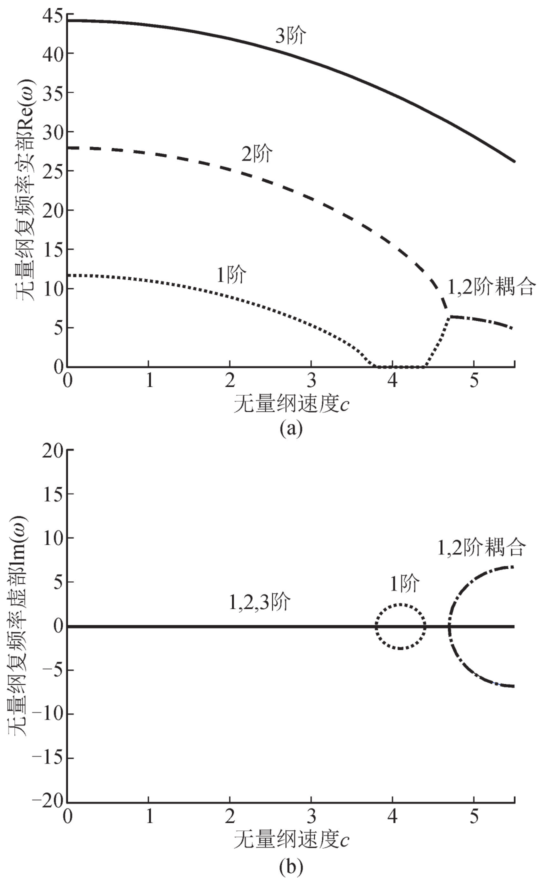

图 6 前三阶复模态随无量纲速度的变化曲线
($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.3$, $k = 1.0$)

Fig. 6 Variation curve of the first three complex mode with dimensionless velocity ($r_0 = 1.0$, $\vartheta = 0.3$, $k = 1.0$)

4 结 论

本文研究了运动柔性电子薄膜热弹耦合振动下的振动特性。基于 D'Alembert 原理构造了热风作用下的运动薄膜振动方程,使用微分求积法进行求解,并分析了运动薄膜前三阶复模态与各参数之间的关系曲线。

1)当热弹耦合系数 $\vartheta = 0$ 时,动力学模型退化为不含热风作用的振动方程,将本文解的前三阶复频率与文献解析解的前三阶复频率进行对比,验证了微分求积法的有效性。

2)运动薄膜在烘干机的热风作用下会产生耦合振动,当其他参数不变时,增大热弹耦合系数,运动薄膜的前三阶复频率会增大,同时,第一阶模态与第二阶模态将产生耦合共振,此时运动薄膜会发生

褶皱、裂纹甚至断裂，因此，需要控制精密涂布机的烘箱温度，以避免耦合颤振的发生。

3）当其他参数不变，张力比 k 由 0.5 增大到 1.0 时，运动薄膜第一阶模态发散失稳时的临界速度增大，表明适当增加运动薄膜的张力比，能使运动薄膜稳定工作的区间增大。

参考文献：

[1] LIN C C，MOTE C D. Equilibrium displacement and stress distribution in a two-dimensional，axially moving web under transverse loading[J]. Journal of Applied Mechanics，1995，62(3)：772-779.

[2] JIANG Jingnong，WANG Lifeng. Analytical solutions for thermal vibration of nanobeams with elastic boundary conditions[J]. Acta Mechanica Solida Sinica，2017，30(5)：474-483.

[3] SAKSA T，JERONEN J. Estimates for divergence velocities of axially moving orthotropic thin plates[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines，2015，43(3)：294-313.

[4] SAINI R，SAINI S，LAL R，et al. Buckling and vibrations of FGM circular plates in thermal environment [J]. Procedia Structural Integrity，2019，14：362-374.

[5] XIN F X，GONG J Q，REN S W，et al. Thermoacoustic response of a simply supported isotropic rectangular plate in graded thermal environments[J]. Applied Mathematical Modelling，2017，44：456-469.

[6] YANG Yongqiang，WANG Zhongmin. Transverse vibration and stability analysis of circular plate subjected to follower force and thermal load[J]. Sound & Vibration，2019，53(3)：51-64.

[7] SHAO Mingyue，WU Jimei，WANG Yan，et al. Nonlinear dynamical behaviors of a moving membrane under external excitation[J]. Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control，2018，37(4)：774-788.

[8] SHAO Mingyue，WU Jimei，WANG Yan，et al. Nonlinear parametric vibration and chaotic behaviors of an axially accelerating moving membrane[J]. Shock & Vibration，2019(20)：1-11.

[9] DAN F，RAMAN A. Thermomechanics of axially moving webs in roll-to-roll manufacturing processes [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer，2019，129：1317-1327.

[10] LEE C W，KANG H Y，SHIN K. A study on tension behavior considering thermal effects in roll-to-roll E-printing[J]. Journal of Mechanical Science and Technology，2010，24(5)：1097-1103.

[11] LI D D，DENG Z B，CHEN G P，et al. Thermomechanical bending analysis of sandwich plates with both functionally graded face sheets and functionally graded core[J]. Composite Structures，2017，169：29-41.

[12] LI Q L，YAN X，ZHANG J H. Axisymmetric vibration analysis of graded porous Mindlin circular plates subjected to thermal environment[J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures，2021，16(3)，371-388.

[13] MIRTALAIE S H. Differential quadrature free vibration analysis of functionally graded thin annular sector plates in thermal environments[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control，2018，140(10)：101006.

[14] ZHAO X，WANG C F，ZHU W D，et al. Coupled thermoelastic nonlocal forced vibration of an axially moving micro/nano-beam[J]. International Journal of Mechanical Sciences，2021，206：106600.

[15] 侯志勇，王忠民．轴向运动薄膜的横向振动和稳定性分析[J]．西安理工大学学报，2005，21(4)：402-404.
HOU Zhiyong，WANG Zhongmin. The transverse vibration and stability analysis of an axially moving membrane[J]. Journal of Xi'an University of Technology，2005，21(4)：402-404.

（责任编辑　周　蓓）