

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2022.04.011

基于软似然函数的直觉模糊多属性决策方法

池吉奕¹, 孙 鹏^{1,2,3}

(1. 中国刑事警察学院 公安信息技术与情报学院, 辽宁 沈阳 110854;

2. 辽宁网络安全执法协同创新中心, 辽宁 沈阳 110854;

3. 司法部司法鉴定重点实验室, 上海 200063)

摘要: 为解决传统似然函数中结果值受极端数据影响及无法全面反映决策者偏好程度等问题, 本文提出基于软似然函数的直觉模糊多属性决策方法。首先, 针对具有不确定性的多属性决策信息, 利用直觉模糊集表示模糊信息, 对不确定的属性信息进行统一描述, 构建了一个直觉模糊环境下的多属性决策问题。其次, 通过引入态度特征识别决策者的主观偏好, 考虑幂有序加权平均算子下各属性间的支持度, 从而确定属性权重, 在此基础上采用基于软似然函数的多属性决策算法对多个概率证据进行有效聚合。实验结果表明, 所得软似然函数值更趋近于线性变化, 不仅能更好地软化加权值, 反映决策者的偏好信息, 而且能在一定程度上减弱极端数据对结果产生的影响。

关键词: 多属性决策; 直觉模糊集; 幂有序加权平均算子; 软似然函数

中图分类号: C934, N945.25 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-4710(2022)04-0551-07

Intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making based on soft likelihood function

CHI Jiyi¹, SUN Peng^{1,2,3}

(1. College of Public Security Information Technology and Intelligence, Criminal Investigation Police University of China, Shenyang 110854, China; 2. Liaoning Collaboration Innovation Center for CSLE, Shenyang 110854, China; 3. Key Lab of Forensic Science, Ministry of Justice, Shanghai 200063, China)

Abstract: In order to solve the problem that the result value of the traditional likelihood function is affected by extreme data and cannot fully reflect the preference degree of decision makers, this paper proposes an intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making method based on the soft likelihood function. Firstly, for the uncertain multi-attribute decision making information, an intuitionistic fuzzy set is used to represent the fuzzy information, with the uncertain attribute information uniformly described and a multi-attribute decision making problem under intuitionistic fuzzy environment constructed. Secondly, attitude features are introduced to identify decision-makers' subjective preferences, with the weight of attributes determined by considering the support degree among attributes by the power order weighted average operator. On this basis, the multi-attribute decision algorithm based on soft likelihood function is used to effectively aggregate multiple probability evidence. Experimental results show that the soft likelihood function values obtained are more linear, which can not only soften the weighted value better and reflect the preference information of decision makers, but also weaken the influence of extreme data on the results to a certain extent.

Key words: multi-attribute decision making; intuitionistic fuzzy set; power ordered weighted average operator; soft likelihood function

收稿日期: 2022-04-08; **网络出版日期:** 2022-08-26

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20220826.1539.002.html>

基金项目: 司法部司法鉴定重点实验室开放课题资助项目(KF2012); 辽宁网络安全执法协同创新中心开放课题资助项目(2019PY02); 中国刑事警察学院研究生创新能力提升资助项目(2021YCYB50); “新时代犯罪治理研究中心”智库资助项目(2022007)

第一作者: 池吉奕, 女, 硕士生, 研究方向为决策理论、刑事侦查和数字图像取证。E-mail: chijiyi@163.com

通信作者: 孙鹏, 男, 博士, 教授, 研究方向为智能监控技术、视频物证技术。E-mail: 6094079@qq.com

模糊集理论自 Zadeh^[1] 提出以来,作为有效处理不确定性和模糊性的数学工具,经过专家学者的一系列深入研究,在决策领域^[2]取得了很多重大成果,从而扩展了模糊集在决策分析领域的应用。针对模糊集仅用隶属度描述对事物的支持程度,难以全面描述对象信息的问题,Atanassov 提出直觉模糊集^[3-4] (intuitionistic fuzzy set, IFS),将模糊集从单维度推广至多维度,用隶属度和非隶属度定量刻画事物的支持、反对和中立三种状态,并且要求隶属度和非隶属度之和小于等于 1。由于直觉模糊集^[5-6] 在处理不确定性信息时具有更大的灵活性,因此在诸多领域得到广泛应用,比如模式识别^[7-8]、多属性决策问题^[9-12]。

多属性决策问题是在考虑多个属性时选择最佳方案或实现对备选方案排序的过程,在现代决策科学中扮演着愈发重要的角色。多属性决策问题具有两大核心部分。一部分是捕获决策信息,也就是确定属性值和属性权重,关于属性值的确定,现已存在多种方法,比如区间集、语言模糊集和直觉模糊集等。而关于属性权重的确定,同样有诸多方法,比如 D-S 证据理论^[13]、层次分析法^[14-15] 等。另一重要部分是对决策信息以一定的方式进行有效聚合,在对决策信息进行有效聚合时多引入概率的运算,而在概率运算中最常用的模型之一是似然函数。似然函数方法^[16-17] 最初用于聚合刑事案件中的多个概率证据,在此基础上,有关学者借助不同算子提出了多种软似然函数方法,比如有序加权平均算子^[18] (ordered weighted average, OWA) 以及幂有序加权平均算子^[19] (power ordered weighted average, POWA) 等。

传统似然函数最初用于聚合多个概率证据,表示为概率的乘积,但由于任何一个极端数据都会大大降低最终的结果,因此 Yager 等^[20] 首次提出用于聚合刑事案件中概率证据的软似然函数方法,即基于 OWA 算子的软似然函数方法,通过引入考虑决策者乐观或悲观情绪的 OWA 算子及证据的可靠性影响,来减弱极端数据对结果的影响。但通过研究发现,该方法仍存在一定的缺陷,不能全面反映概率与 OWA 算子间的相关性,并且软似然函数没有充分反映决策者的偏好信息,在处理极端数据上还存有一定的局限性。因此,有学者^[21-22] 提出改进后的基于 POWA 算子的软似然函数,对 POWA 算子的权重进行了重新定义,新定义的 POWA 权重能更好地将概率与 OWA 权重相结合,不仅考虑各概率间的支持度,而且通过考虑决策者的主观偏好再次

引入 OWA 算子的权重特征,使得改进后的软似然函数具有更强的鲁棒性,在更大程度上避免了极端数据的影响。同时,由于上述软似然函数方法在聚合不确定信息时存在一定不足,无法对多属性决策问题中具有专家决策偏好的不确定性信息进行有效聚合。因此,本文通过构建直觉模糊环境下的多属性决策问题,利用改进后的基于 POWA 算子的软似然函数对不确定性决策信息进行融合,最大程度上保证了决策信息的完整性^[11]。

针对上述问题,本文提出一种基于软似然函数的直觉模糊多属性决策方法。首先,为全面融合不同来源的证据,本文构建直觉模糊环境下的多属性决策问题,利用直觉模糊集对不确定性信息进行统一描述来获取属性值。其次,为降低数据的不确定性和模糊性以提高信息的准确性和可靠性,提出将基于 POWA 算子的软似然函数方法用于解决直觉模糊环境下的多属性决策问题,采用基于 POWA 算子的软似然函数方法确定属性权重并对决策信息进行有效聚合,在实现数据平滑效果的同时,也规避了软似然函数值受极端数据的影响。最后,采用文献^[23] 的算例数据与本文方法进行对比分析。

1 直觉模糊集

定义 1 设 X 为一非空有限论域, $X = \{x_i | i \in [1, n]\}$ (其中 i 为非零正整数) 上的集合 A 可以定义为 $A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) | x \in X\}$, 将其称为直觉模糊集,可简记为 $A = (\mu_A, \nu_A)$, 其中 $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 代表隶属度, $\nu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 代表非隶属度,且满足 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ 。元素 x 对 A 的犹豫度^[24] 为 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$, 显然,对于每个 $x \in X$, 都有 $0 \leq \pi_A(x) \leq 1$ 。

定义 2 设有序对 $\alpha = (\mu_\alpha, \nu_\alpha)$ 为直觉模糊集, 满足 $\mu_\alpha \in [0, 1], \nu_\alpha \in [0, 1], 0 \leq \mu_\alpha + \nu_\alpha \leq 1$ 。 α 的计分函数 $s(\alpha)$ 和精确函数 $h(\alpha)$ 分别记为 $s(\alpha) = \mu_\alpha - \nu_\alpha, h(\alpha) = \mu_\alpha + \nu_\alpha$, 显然 $s(\alpha) \in [-1, 1], h(\alpha) \in [0, 1]$ 。

对于两个直觉模糊集 α 和 β , 满足如下关系和运算法则^[25-26]:

- 1) 如果 $s(\alpha) > s(\beta)$, 则 $\alpha > \beta$;
- 2) 如果 $s(\alpha) < s(\beta)$, 则 $\alpha < \beta$;
- 3) 如果 $s(\alpha) = s(\beta)$, 则比较两者精确值, 又分为以下 3 种情况:
 - ① 如果 $h(\alpha) > h(\beta)$, 则 $\alpha > \beta$;
 - ② 如果 $h(\alpha) < h(\beta)$, 则 $\alpha < \beta$;

③如果 $h(\alpha) = h(\beta)$, 则 $\alpha = \beta$ 。

2 POWA 算子相关定义

OWA 算子根据概率的顺序给出概率的权重, 并引入态度特征来反映决策者的主观偏好, 为更准确地获得属性权重, 有学者提出将 OWA 算子与 PA 算子相结合, 得到 POWA 算子^[17]。首先利用 OWA 算子将每个属性值的权重按照顺序进行分配, 然后通过计算各属性值之间的支持度来获得 PA 算子的权重, 最后根据属性值的顺序和支持度对其进行有效聚合, 生成 POWA 算子的概率乘积。

支持函数记为 $\text{Sup}(a_i, a_j) = Ke^{-a(a_i - a_j)^2}$, 其中 $K \in [0, 1]$, 且 $\alpha \geq 0$ 。显而易见, 支持函数满足以下性质:

- 1) $\text{Sup}(a_i, a_j) \in [0, 1]$;
- 2) $\text{Sup}(a_i, a_j) = \text{Sup}(a_j, a_i)$;
- 3) $\text{Sup}(a_i, a_j) \geq \text{Sup}(x, y)$, 若 $|a_i - a_j| < |x - y|$ 。

2.1 POWA 算子

定义 3^[17] POWA 算子可以通过函数 g 来表示:

$$\text{POWA}_g(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n \mu_i a_{\text{index}(i)} \quad (1)$$

并且函数 g 满足 $g: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, 如果 $x > y$, 则 $g(x) \geq g(y)$, $g(0) = 0$, $g(1) = 1$, 并有:

$$\begin{cases} \mu_i = g(R_i / TV) - g(R_{i-1} / TV) \\ R_i = \sum_{j=1}^i V_{\text{index}(j)} \\ V_{\text{index}(i)} = 1 + T(a_{\text{index}(i)}) \\ TV = \sum_{i=1}^n V_{\text{index}(i)} \\ T(a_{\text{index}(i)}) = \sum_{j=1}^n \text{Sup}(a_{\text{index}(i)}, a_{\text{index}(j)}) \end{cases} \quad (2)$$

假设一种特殊情况, 当 $g(x) = x$, 此时退化为 PA 算子。 μ_i 表示为如下形式:

$$\mu_i = \frac{R_i}{TV} - \frac{R_{i-1}}{TV} = \frac{1}{TV} V_{\text{index}(i)} \quad (3)$$

此外, 考虑到具有不同可靠度的运算符与被聚合的对象之间的相关性影响, 满足 $\omega_i \in [0, 1]$, V_i 表示为:

$$V_i = \omega_i \left(1 + \sum_{j=1, j \neq i}^n \omega_j \text{Sup}(a_i, a_j) \right) \quad (4)$$

2.2 POWA 算子的权重

定义 4^[21-22] 假设有 q 个可靠证据, 通常引入一个典型函数 $f(x) = x^m$, 其中态度特征 α 代表决策者的乐观程度, 且 $m = \frac{1-\alpha}{\alpha}$, 则 OWA 算子的权

重表示为 $\omega_j = \left(\frac{j}{q}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \left(\frac{j-1}{q}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$ 。POWA 算子的权重定义如下:

$$\omega_j = \frac{R_j}{TV} - \frac{R_{j-1}}{TV} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} R_i = \sum_{j=1}^i V_j \\ V_i = \omega'_i \left(1 + \sum_{j=1, j \neq i}^n \omega'_j \text{Sup}(a_i, a_j) \right) \\ TV = \sum_{i=1}^n \omega'_i \left(1 + \sum_{j=1, j \neq i}^n \omega'_j \text{Sup}(a_i, a_j) \right) \end{cases} \quad (6)$$

考虑到 OWA 算子的权重, TV 表示为:

$$\begin{aligned} TV &= \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{i}{q}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \left(\frac{i-1}{q}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right] \left\{ 1 + \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1, j \neq i}^n \left[\left(\frac{j}{q}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \left(\frac{j-1}{q}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right] \text{Sup}(a_i, a_j) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

3 基于软似然函数的直觉模糊多属性决策方法

3.1 直觉模糊环境下的多属性决策问题描述

以直觉模糊环境下的多属性决策问题为研究背景, 首先对问题作如下描述。

设有 m 个备选方案 $A = \{A_i | i \in [1, m]\}$, n 个属性 $C = \{C_j | j \in [1, n]\}$ (其中 i, j 均为非零正整数), 每个方案有 n 个属性特征, 利用直觉模糊集描述决策者对方案 A_i 关于属性 C_j 的评价, 则第 i 个方案的第 j 个属性信息可表示为 β_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$), 其中每个 $\beta_{ij} = (s_{\mu_{ij}}, s_{\nu_{ij}})$ 都有其各自的可靠度 ν_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$), 表示特征属性的重要性程度, $s_{\mu_{ij}}$ 表示隶属度, 反映决策者的满意程度, $s_{\nu_{ij}}$ 表示非隶属度, 反映决策者的否定程度。

利用 OWA 算子得出不同态度特征下对应的权重值, 用于刻画决策者的主观偏好, 在支持函数的基础上, 结合公式(5)和(6), 通过 POWA 算子得出新的权重值, 经过对决策信息的统一处理, 得到最重的排序结果。

3.2 基于 POWA 算子的软似然函数方法

基于 Yager 提出的 POWA 算子, Mi 等^[22] 提出一种新的基于 POWA 算子的软似然函数方法, 属性权重由 OWA 算子和 PA 算子结合产生, 在考虑决策者态度特征的同时, 引入了概率属性之间的支持度。

定义 5 引入索引函数 $\sigma, \sigma_i(k)$ 代表第 k 大的参数索引值,故定义 3 中的 POWA 算子也可以表示为如下形式:

$$POWA(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n \omega_i a_{\sigma_i(k)} \quad (8)$$

传统似然函数仅是所有数据的简单乘积,如果存在某个非常接近于 0 的极端数据,将会大幅度降低最终的软似然函数值。因此,在此通过引入属性权重来减弱极端数据对结果产生的影响,同时考虑决策者的偏好程度和属性值间的关系,将其优化为属性权重与属性值乘积的连加形式。

考虑到 POWA 算子的权重, $\omega_j = \frac{R_j}{TV} - \frac{R_{j-1}}{TV}$, $Prod_i(j) = \prod_{k=1}^j p_{\tilde{w}_i(k)}$, 故将直觉模糊形式下的软似然函数定义为:

$$\tilde{L}_{i,\omega} = (\tilde{L}_{i,\omega}^u, \tilde{L}_{i,\omega}^v) \quad (9)$$

$$\tilde{L}_{i,\omega}^u = \sum_{j=1}^q \omega_j Prod_i^u(j) \quad (10)$$

$$\tilde{L}_{i,\omega}^v = \sum_{j=1}^q \omega_j Prod_i^v(j) \quad (11)$$

其中 $Prod_i^u(j)$ 是对隶属度的计算, $Prod_i^v(j)$ 是对非隶属度的计算。

基于 POWA 算子的软似然函数也可表示为:

$$\tilde{L}_{i,\omega} = \sum_{j=1}^q \left(\frac{R_j}{TV} - \frac{R_{j-1}}{TV} \right) \prod_{k=1}^j p_{\tilde{w}_i(k)} \quad (12)$$

此外,考虑到权重 ω 的特殊情况,软似然函数也可以表示成以下形式。

1) ω^* : 对于 $j \in [2, q]$, 得出 $\omega_1 = 1, \omega_j = 0$, 此时 $L_{i,\omega^*} = Prod_i(1) = p_{\tilde{w}_i(1)}$ 。

2) ω_* : 对于 $j \in [2, q-1]$, 得出 $\omega_q = 1, \omega_j = 0$, 此时 $L_{i,\omega_*} = Prod_i(q) = \prod_{j=1}^q p_{ij}$ 。

表 1 六名涉案人员的数据信息

Tab.1 Data information on the six suspects

涉案人员	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
A ₁	(0.837,0.133),1.0	(0.718,0.159),0.3	(0.064,0.897),0.8	(0.021,0.806),0.5	(0.546,0.329),0.4
A ₂	(0.911,0.029),0.8	(0.831,0.031),0.7	(0.028,0.894),1.0	(0.952,0.036),0.8	(0.540,0.231),0.9
A ₃	(0.929,0.037),0.7	(0.812,0.033),0.6	(0.021,0.926),0.5	(0.054,0.922),0.6	(0.563,0.125),0.7
A ₄	(0.815,0.091),0.5	(0.949,0.048),0.6	(0.020,0.880),0.4	(0.833,0.042),0.5	(0.583,0.210),0.6
A ₅	(0.864,0.020),0.7	(0.610,0.230),0.9	(0.243,0.624),0.7	(0.0004,0.964),0.8	(0.453,0.058),1.0
A ₆	(0.905,0.016),0.6	(0.878,0.015),0.4	(0.072,0.917),0.7	(0.789,0.114),0.5	(0.602,0.310),0.6

步骤 1 当 $\alpha = 0.2$ 时, $m = \frac{1-\alpha}{\alpha} = 4$, 所以权重公

式 $\omega'_j = \left(\frac{j}{n}\right)^m - \left(\frac{j-1}{n}\right)^m$ 简化为 $\omega'_j = (j/5)^4 -$

3) ω_n : 对于 $j \in [1, q]$, 得出 $\omega_j = \frac{1}{q}$, 此时 $L_{i,\omega_n} = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q Prod_i(j) = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \left(\prod_{k=1}^j p_{\tilde{w}_i(k)} \right)$ 。

3.3 决策算法流程

输入 现实中某个多属性决策问题的直觉模糊信息。

输出 各备选方案的排序结果及最优备选方案。

步骤 1 获取专家对 m 个备选方案 $A = \{A_i | i \in [1, m]\}$ 的 n 个属性 $C = \{C_j | j \in [1, n]\}$ 的评价信息(其中 i, j 均为非零正整数)。

步骤 2 计算 OWA 算子下各属性的权重值 $\omega'_j = \left(\frac{j}{n}\right)^{(1-\alpha)/\alpha} - \left(\frac{j-1}{n}\right)^{(1-\alpha)/\alpha}$ 。

步骤 3 确定支持函数后, 利用式(6)计算 POWA 算子下各属性的权重值 $\omega_j = \frac{R_j}{TV} - \frac{R_{j-1}}{TV}$ 。

步骤 4 任取态度特征 $\alpha \in [0, 1]$ 时, 根据式(10)~(11), 分别求得方案 A_i 隶属度和非隶属度的软似然值。

步骤 5 根据得分值 $s(\alpha)$ 对 m 个备选方案进行排序, 选出综合条件最优的方案。

4 算例分析

4.1 多属性决策算例

为验证本文方法的有效性和可行性, 采用文献[23]中刑事案件实例进行分析与对比。警方初步筛选出六名涉案人员 $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$, 考虑五个证据属性的影响 $\{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$, 对应的直觉模糊信息在表 1 中给出, 并以态度特征 $\alpha = 0.2$ 下 A_1 的隶属度计算为例, 开展基于 POWA 算子的软似然函数方法在直觉模糊环境下的多属性决策中的应用研究。

$((j-1)/5)^4$, 计算 OWA 算子下各属性的权重值, $\omega'_1 = 0.0016, \omega'_2 = 0.0240, \omega'_3 = 0.1040, \omega'_4 = 0.2800, \omega'_5 = 0.5904$ 。

步骤 2 确定支持函数时, 一般采用一种典型情况

计算,假设 $K = 1, \alpha = 1$, 则 $\text{Sup}(a_i, a_j) = e^{-(a_i - a_j)^2}$, 得出 A_1 的支持函数值, 见表 2。

表 2 A_1 的支持函数值

Tab. 2 Probability support function of A_1

j	a_1/a_j	$\text{Sup}(a_1, a_j)$	$\text{Sup}(a_2, a_j)$	$\text{Sup}(a_3, a_j)$	$\text{Sup}(a_4, a_j)$	$\text{Sup}(a_5, a_j)$
1	0.837	0	0.985 9	0.550 2	0.513 8	0.918 8
2	0.718	0.985 9	0	0.652 0	0.615 2	0.970 8
3	0.064	0.550 2	0.652 0	0	0.998 2	0.792 7
4	0.021	0.513 8	0.615 2	0.998 2	0	0.759 1
5	0.546	0.918 8	0.970 8	0.792 7	0.759 1	0

步骤 3 运用式(5)~(6), 求得 POWA 算子的权重值, 见表 3。

表 3 $\alpha = 0.2$ 时 POWA 的权重值

Tab. 3 Weights of POWA with $\alpha = 0.2$

j	w_j'	V_j	TV	R_j	R_{j-1}	R_j/TV	R_{j-1}/TV	w_j
1	0.001 6	0.002 8	1.447 9	0.002 8	0.000 0	0.002 0	0.000 0	0.002 0
2	0.024 0	0.043 6	1.447 9	0.046 3	0.002 8	0.032 0	0.002 0	0.030 0
3	0.104 0	0.183 5	1.447 9	0.229 8	0.046 4	0.158 7	0.032 0	0.126 7
4	0.280 0	0.438 9	1.447 9	0.668 8	0.229 8	0.461 9	0.158 7	0.303 1
5	0.590 4	0.779 2	1.447 9	1.447 9	0.668 8	1.000 0	0.461 9	0.538 1

$$\sum_j w_j = 1$$

步骤 4 根据似然函数的计算方法, 引入索引函数 $\sigma_i(k)$, 获得隶属度排序, $\sigma_i(1) = 1, \sigma_i(2) = 5, \sigma_i(3) = 2, \sigma_i(4) = 3, \sigma_i(5) = 4$, 并得出乘积值 $\text{Prod}_i(1) = 0.8370, \text{Prod}_i(2) = 0.4570, \text{Prod}_i(3) = 0.3281, \text{Prod}_i(4) = 0.0210, \text{Prod}_i(5) = 0.000441$ 。

步骤 5 利用式(12), 计算态度特征 $\alpha = 0.2$ 下 A_1 隶属度的软似然值, 见表 4。

步骤 6 按照上述步骤, 得到不同态度特征 $\alpha \in [0, 1]$ 下, 尤其是 $\alpha = 0.2, \alpha = 0.5, \alpha = 0.8$ 时, 六名涉案人员的软似然值及相应的得分值, 具体结果见表 5, 按照得分值大小对六名涉案人员进行排序,

排序结果为 $A_2 > A_4 > A_6 > A_3 > A_5 > A_1$, 因此, 最可能的嫌疑人为第二名涉案人员。

表 4 $\alpha = 0.2$ 时 A_1 的隶属度的软似然值

Tab. 4 Soft likelihood value of the membership degree of A_1 with $\alpha = 0.2$

j	w_j	$\text{Prod}_1(j)$	$w_j \text{Prod}_1(j)$
1	0.002 0	0.837 0	0.001 6
2	0.030 0	0.457 0	0.013 7
3	0.126 7	0.328 1	0.041 6
4	0.303 1	0.021 0	0.006 4
5	0.538 1	0.000 441	0.000 237

$$\sum_j w_j \text{Prod}_1^{\alpha}(j) = 0.063 6$$

表 5 POWA 下六名涉案人员的软似然值

Tab. 5 Soft likelihood values of the six suspects with POWA operator

涉案人员	$\alpha = 0.2$			$\alpha = 0.5$			$\alpha = 0.8$		
	$L_{i,\alpha}^{\mu}$	$L_{i,\alpha}^{\nu}$	$s_{i,\alpha}$	$L_{i,\alpha}^{\mu}$	$L_{i,\alpha}^{\nu}$	$s_{i,\alpha}$	$L_{i,\alpha}^{\mu}$	$L_{i,\alpha}^{\nu}$	$s_{i,\alpha}$
A_1	0.063 6	0.007 2	0.056 4	0.326 3	0.045 8	0.280 5	0.607 9	0.104 9	0.503 0
A_2	0.235 9	0.000 1	0.235 8	0.584 3	0.006 6	0.577 7	0.805 1	0.018 7	0.786 4
A_3	0.084 3	0.000 2	0.084 1	0.422 0	0.007 1	0.414 9	0.723 1	0.020 2	0.702 9
A_4	0.218 5	0.000 2	0.218 3	0.549 1	0.009 1	0.540 0	0.781 5	0.025 4	0.756 1
A_5	0.065 9	0.000 3	0.065 6	0.333 6	0.004 4	0.329 2	0.628 0	0.012 2	0.623 6
A_6	0.204 4	0.000 04	0.204 4	0.490 2	0.003 1	0.487 1	0.726 1	0.009 0	0.717 1

4.2 对比验证

为进一步验证本文方法的有效性,将本文方法与文献[23]的方法进行对比。表6为两种不同方法的结果对比,可以看出在这两种方法下得到完全一致的涉案人员排序结果,排序结果都为 $A_2 > A_4 > A_6 > A_3 > A_5 > A_1$,充分证明了本文方法在多属性决策中的可行性,对于最可能的嫌疑人的选择是一致的,都为第二名涉案人员,确保了决策结果是正确的。

表6 利用两种不同算子得到的排序结果对比

Tab.6 Comparison of ranking results by two operators

方法	排序结果
文献[23]方法	$A_2 > A_4 > A_6 > A_3 > A_5 > A_1$
本文方法	$A_2 > A_4 > A_6 > A_3 > A_5 > A_1$

由于本文所提方法在 OWA 算子的基础上利用了 PA 算子,用几何平均值来软化概率乘积,因此,本文方法能更好地软化加权值,减缓软似然值的变化,从而较好地避免了极端数据对结果产生的影响。在表5的结果数据中并未出现无限趋近于0的值,证明结果值没有受到表1中类似0.0004、0.020这种极端数据的影响。

图1和图2直观地反映了两种方法下结果值的变化趋势。

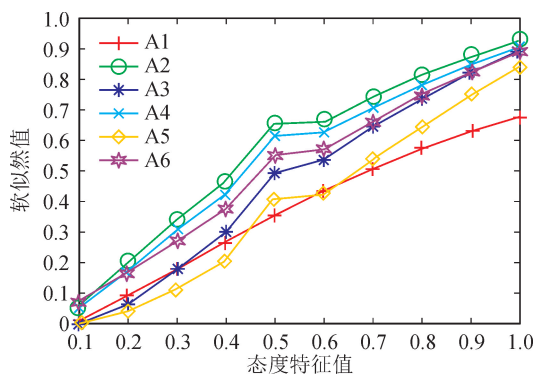


图1 不同态度特征下基于 OWA 算子的软似然函数值
Fig.1 Soft likelihood function values by OWA operator with different optimistic attitudinal characters

从图中可以看出,两种方法的软似然值都随态度特征的增加而增加,呈现了相同的趋势。从定量角度看,一般决策者的态度特征是呈线性变化的,即决策者越悲观,其软似然值越小,决策者越乐观,软似然值就越大。相较于图1,能直观地看出图2呈现出更好的线性变化,即不同态度特征下的软似然函数值反映了决策者不同的态度偏好。总的来说,本文所提方法的优势在于更好地反映了决策者的偏好程度及证据的可靠性影响,减弱极端数据对结果

值造成的影响,并且能更全面地考虑现实生活中来自多属性因素的影响,从而进行综合决策分析。

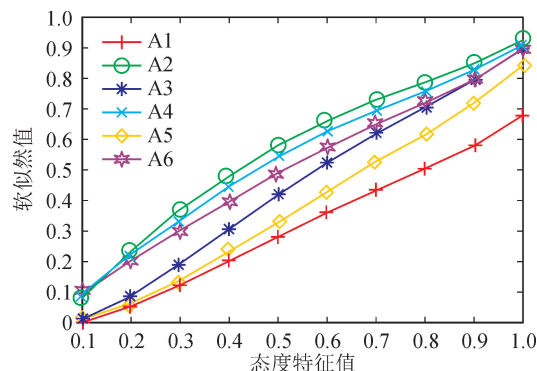


图2 不同态度特征下基于 POWA 算子的软似然函数值
Fig.2 Soft likelihood function values by POWA operator with different optimistic attitudinal characters

5 结语

本文将基于 POWA 算子的软似然函数引入直觉模糊环境下的多属性决策问题中,提出基于软似然函数的直觉模糊多属性决策方法,并通过实例分析验证基于 POWA 算子的软似然函数方法在直觉模糊集上是基于 OWA 算子的软似然函数方法的进一步优化,所提方法具有更显著的优势,不仅能有效解决传统似然函数中结果值受极端数据影响这一问题,而且能通过引入态度特征识别实际生活中决策者的主观偏好,更好地反映决策者的偏好态度,从而实现对属性值的综合决策分析。

今后将进一步研究其他模糊集支持下软似然函数在多属性决策中的应用,如:区间直觉模糊集^[27]下基于软似然函数的多属性决策方法研究、毕达哥拉斯模糊集^[28-29]下基于软似然函数的多属性决策方法研究等,以及进一步开展对软似然函数的深入研究,提出基于其他算子下更为优化的软似然函数方法。

参考文献:

- [1] ZADEH L A. Fuzzy set[J]. Information and Control, 1965, 8: 338-353.
- [2] FEI Ligu, DENG Yong, HU Yong. DS-VIKOR: a new multi criteria decision-making method for supplier selection[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2019, 21(1): 157-175.
- [3] 张林发,张榆锋,王琨,等. 基于直觉模糊集和亮度增强的医学图像融合[J]. 计算机应用, 2021, 41(7): 2082-2091.
ZHANG Linfa, ZHANG Yufeng, WANG Kun, et al. Medical image fusion with intuitionistic fuzzy set and intensity enhancement [J]. Journal of Computer Application, 2021, 41(7): 2082-2091.

- [4] ATANASSOV K T. More on Intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 33(1): 37-45.
- [5] 李登峰. 直觉模糊集 决策与对策分析方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- [6] YU Gaofeng, LI Dengfeng, LIANG Decui, et al. An intuitionistic fuzzy multi-objective goal programming approach to portfolio selection[J]. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 2021, 20(5): 1477-1497.
- [7] HAN Yuzhe, DENG Yong. An enhanced fuzzy evidential DEMATEL method with its application to identify critical success factors[J]. *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 2018, 22(15): 5073-5090.
- [8] FEI Ligu, DENG Yong. A new divergence measure for basic probability assignment and its applications in extremely uncertain environments [J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2019, 34(4): 584-600.
- [9] 詹泽雄, 吴宗法. 基于心理账户前景价值的投资项目多属性行为决策方法研究[J]. *电子科技大学学报(社科版)*, 2021, 23(2): 57-64.
- ZHAN Zexiong, WU Zongfa. Multi-attribute behavior decision-making method for investment project based on the prospect value of mental accounting[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China (Social Science Edition)*, 2021, 23(2): 57-64.
- [10] YAGER R R. Multi-criteria decision making with interval criteria satisfactions using the golden rule representative value[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(2): 1023-1031.
- [11] 李岩, 陈云翔, 罗承昆, 等. 基于概率犹豫-直觉模糊熵和证据推理的多属性决策方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2020, 42(5): 1116-1123.
- LI Yan, CHEN Yunxiang, LUO Chengkun, et al. Multi-attribute decision making method based on probabilistic hesitant-intuitionistic fuzzy entropy and evidential reasoning[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2020, 42(5): 1116-1123.
- [12] 刘燃. 基于 HIS 及多属性决策的护理质量评分方法研究[J]. *自动化技术与应用*, 2022, 41(3): 59-62.
- LIU Ran. Research on nursing quality scoring system based on his and multi-attribute decision making[J]. *Techniques of Automation and Applications*, 2022, 41(3): 59-62.
- [13] YAGER R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. *Information Science*, 1989, 41(2): 93-137.
- [14] HAN Yuzhen, DENG Yong. An evidential fractal analytic hierarchy process target recognition method[J]. *Defence Science Journal*, 2018, 68(4): 367-373.
- [15] DENG Xinyang, DENG Yong. D-AHP method with different credibility of information[J]. *Soft Computing*. 2019, 23(2): 683-691.
- [16] EDWARDS A W F. *Likelihood*[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1992.
- [17] BELIAKOV G, PRADERA A, CALVO T. *Aggregation functions: a guide for practitioners*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010.
- [18] YAGER R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1988, 18(1): 183-190.
- [19] YAGER R R. The power average operator[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2001, 31(6): 724-731.
- [20] YAGER R R, ELMORE P, PETRY F. Soft likelihood functions in combining evidence[J]. *Information Fusion*, 2017, 36: 185-190.
- [21] SONG Yutong, DENG Yong. A new soft likelihood function based on power ordered weighted average operator[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2019, 34(11): 2988-2999.
- [22] MI Xianjun, TIAN Ye, KANG Bingyi. A modified soft-likelihood function based on POWA operator[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2020, 35(5): 869-890.
- [23] FEI Ligu, FENG Yuqiang, LIU Luning, et al. On intuitionistic fuzzy decision-making using soft likelihood functions[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2019, 34(9): 2225-2242.
- [24] ATANASSOV K T. *Intuitionistic fuzzy sets: theory and applications*[M]. Vol 1. Heidelberg, New York: Physica-Verlag, 1999.
- [25] CHEN S M, TAN J M. Handling multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 67(2): 163-172.
- [26] HONG D H, CHOI C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(1): 103-113.
- [27] ATANASSOV K, GARGOV G. Interval valued intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 31(3): 343-349.
- [28] YAGER R R. Pythagorean membership grades in multicriteria decision making[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, 22(4): 958-965.
- [29] YAGER R R, ABBASOV A M. Pythagorean membership grades, complex numbers, and decision making[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2013, 28(5): 436-452.