DOI:10.19322/j. cnki. issn. 1006-4710. 2023. 01. 005

https://xuebao. xaut. edu. cn

**引文格式:**王世军,刘鑫,吴敬伟,卫娟娟,李鹏阳. 基于混合润滑的结合面法向接触刚度建模[J]. 西安理工大学学报,2023,39 (1):47-59.

WANG Shijun, LIU Xin, WU Jingwei, WEI Juanjuan, LI Pengyang. Modeling on normal contact stiffness of interfaces based on mixed lubrication[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2023, 39(1):47-59.

# 基于混合润滑的结合面法向接触刚度建模

王世军<sup>1</sup>,刘 鑫<sup>1</sup>,吴敬伟<sup>2</sup>,卫娟娟<sup>1</sup>,李鹏阳<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院,陕西 西安 710048)(2. 西安昆仑工业(集团)有限责任公司技术部,陕西 西安 710043)

**摘要:**为了研究含油结合面的接触刚度特性,本文采用分形接触理论、连续变形理论和刚度分配模型,建立了微凸体及油膜的接触刚度模型并将其耦合。通过这个模型,分析了材料特性、摩擦因数 及润滑介质对法向接触刚度的影响。结果表明接触载荷较小时,油膜刚度占总刚度比重较大。接 触载荷较大时,油膜刚度占总刚度比重较小。对比模态试验与有限元结果,考虑摩擦的含油模态试 验及有限元分析的固有频率均明显大于无油无摩擦情况。在考虑摩擦和油膜影响后,有限元分析 获得的固有频率与试验获得的固有频率最大相对误差为 3.85%,表明本文模型能很好地预测结合 部的接触特性。

Modeling on normal contact stiffness of interfaces based on mixed lubrication

WANG Shijun<sup>1</sup>, LIU Xin<sup>1</sup>, WU Jingwei<sup>2</sup>, WEI Juanjuan<sup>1</sup>, LI Pengyang<sup>1</sup>

(1. Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Technology Department Xi'an Kunlun Industry (Group) Co., Ltd., Xi'an 710043, China)

**Abstract**: The contact stiffness model between asperities and oil film is established and coupled by adopting the fractal contact theory, constant deformation theory and stiffness distribution model to study the contact stiffness characteristic of oil-containing interface. By the model, the effects of material property, friction factor and lubrication medium on the normal contact stiffness are analyzed. The results indicate that the stiffness of oil film accounts for larger proportion in the total contact total is high. The comparison between the results from modal experiment and finite element analysis indicates that the contact stiffness and modal frequency from modal experiment and finite element analysis with oil film and friction are significantly greater than the results without oil and friction. After considering the influence of friction and oil film, the maximum relative error between modal frequencies from finite element analysis and experiment is 3.85%, revealing that this model can better predict the contact characteristics of joint.

Key words: fractal contact; friction; oil-film stiffness; normal contact stiffness

目前大部分结合面的研究是在未考虑含油情况 下进行的。机器在实际工作过程中,相关零部件的接 触界面间都会存在油膜,完全纯净的两个表面的接 触,在一般工作状态的机械结构中并不存在,结合面 特性的研究除了应考虑两个表面之间的摩擦以外,也 应考虑表面之间含油介质对接触性质的影响<sup>[1]</sup>。

目前机械结合面相关方向的研究大多基于基体 材料接触界面的研究,即假定接触界面无润滑介质,

网络首发地址: https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20220419.1842.002.html

收稿日期: 2022-03-26; 网络首发日期: 2022-04-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52075439);西安市碑林区科技计划资助项目(GX2236)

通信作者:王世军,男,副教授,研究方向为机械结合部特性。E-mail: wsjxaut@qq.com

称为无油结合面接触研究。Greenwood 等<sup>[2]</sup>基于 统计学理论研究微接触问题,在遵循 Hertz 接触力 学前提下假定粗糙表面由一群具有相同半径的孤立 球状微凸体组成继而建立了 GW 统计接触模型。 Chang 等<sup>[3]</sup>基于体积守恒分析接触过程中的弹性和 塑性变形阶段,建立了经典的 CEB 模型。Zhao 等<sup>[4]</sup>基于 Chang 的研究将接触问题的模型细分为 弹塑性、弹性及塑性等过程,并建立了 ZMC 接触模 型。杨昭等<sup>[5]</sup>在研究侧接触理论时发现水平距离分 布的统计规律,进而建立考虑侧接触的法向接触刚 度的统计模型,为研究侧接触问题提供参考。Majumdar 等<sup>[6]</sup>基于分形参数和 W-M 函数等理论建立 表征基体微观形貌的 MB 分形模型,对微凸体弹性 和塑性阶段的变形量和曲率半径进行了公式推导。 李志涛等[7-8] 通过研究微接触连续变形问题和应用 改进分形方法建立法向及切向接触模型,考虑弹塑 性过渡过程及接触面积变化对所建模型的影响。此 类研究没有考虑接触间隙存在油膜等介质,不能反 映混合润滑的实际接触问题。

在含油润滑接触状态的理论研究方面,Gonzalez-Valadez 等<sup>[9]</sup>基于超声波的反射系数,应用弹簧 模型来计算接触刚度,从而确定油膜厚度对总接触 刚度的影响。李小彭等[10]充分考虑基体接触间隙, 将基体接触区域定义为广义间隙,运用组合梁及材 料的应变能等效等理论来研究接触刚度问题,由此 获得等效广义接触间隙的材料特性参数,运用模态 分析法和试验结果对照来验证所建模型的合理性。 李玲等[11]基于统计方法在充分考虑油膜厚度的影 响后建立等效油膜厚度的刚度计算模型,为混合润 滑问题研究提供方向。肖会芳等<sup>[12]</sup>基于 GW 统计 模型并联立油膜共振,用弹簧接触模型推导了结合 面混合刚度的组成,并分析了影响接触刚度的多种 因素,但未考虑弹塑性阶段混合刚度的情况。在建 立含油接触模型时,忽略了固体接触部分的静摩擦 力因素,从而依据 Hertz 接触建立的模型与考虑摩 擦因素的真实情况存在一定差距。

本文依据基体接触材料与油膜介质刚度共同分 配原则,用W-M函数表征粗糙含油轮廓界面的实际接触情况,并基于Hertz接触理论、微凸体连续变 形理论、固液共振理论建立了含油接触界面法向刚 度的计算模型。模型在固体接触部分考虑了微凸体 之间的摩擦因素,修正了微接触部分的面积分布函 数,同时考虑了微凸体在弹性、塑性、弹塑性三个阶 段的连续变形情况,并修正了每个阶段的临界变形 量。在液体接触部分,构建了超声波反射系数和油 膜接触刚度的函数关系式,利用超声波的反射性质 求解油膜接触刚度。数字仿真过程分析了摩擦因 素、润滑介质、材料参数及基体介质对力学模型的影 响。通过构建有限元模态分析和含油润滑模态试 验,对本文模型进行了验证。

#### 1 固液等效接触模型

在含油结合面中,两接触表面间隙之间充满了 润滑油,粗糙表面除了微凸体之间的接触,还有固体 和油膜之间的接触。含油结合面固体接触部分的刚 度由微凸体贡献,固体与固体未接触部分由油膜贡 献一定的刚度,二者相互结合组成了结合部的接触 刚度。图1是粗糙表面与刚性平面的等效接触模 型,粗糙表面均线与刚性表面之间的距离用 h 表示。



在以往无油结合面的接触研究中,结合部的法 向总体接触载荷以及总刚度均由粗糙表面间微凸体 的接触载荷和刚度来承担<sup>[7]</sup>,在含油结合面研究中, 结合面的整体接触压力由润滑油的接触压力 F<sub>h</sub>和 粗糙面微凸体接触部分的接触力 F<sub>c</sub>两部分分配组 成。同理,如图 1 所示,结合面的接触刚度可由粗糙 表面微凸体之间的接触刚度 K<sub>c</sub>和润滑油介质的接 触刚度 K<sub>h</sub>两部分构成,具体表达式<sup>[13]</sup>为:

$$F_{\rm t} = F_{\rm c} + F_{\rm h} \tag{1}$$

$$K_{\rm t} = K_{\rm c} + K_{\rm h} \tag{2}$$

如图 1 所示,含油状态指的是在正常接触状态 下接触间隙存在油膜,已接触部分的微凸体接触表 面之间油膜被挤出,可以认为仅存在固体接触,刚度 与无油状态相同,因此可以用固体接触刚度表示。 微凸体未接触部分因为油膜的存在,对结合面总体 的接触刚度也有贡献,用油膜刚度表示。因为这些 原因,油膜部分的刚度与微凸体接触部分的刚度呈 现并联关系,构成了结合面总的接触刚度。无油和 含油状态下的宏观表面的接触刚度肯定是不一样 的,它由微凸体接触刚度和油膜刚度两部分并联构 成,二者对宏观表面的接触刚度(即结合面的总的接 触刚度)的贡献,是通过并联关系起作用的,即油膜 刚度与微凸体接触刚度的比例关系,会影响油膜的 承载与固体承载的比例关系,但是油膜刚度与微凸 体接触刚度之间则不会互相影响。

## 2 微凸体介质法向接触刚度建模

#### 2.1 微凸体接触变形基本分形理论

在研究结合面的接触状态时,一般利用统计或 者分形的方法来研究结合面的接触问题。基于统计 学研究接触问题的局限性在于受测量仪器的精度影 响,分辨率无法完整表征粗糙接触表面的信息,因此 在研究中,常用 Weierstrass-Mandelbrot 函数来研 究结合面接触问题。具体表达式如下<sup>[14]</sup>:

$$Z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_{\rm l}}^{+\infty} \gamma^{(D-2)n} \cos(2\pi \gamma^n x)$$
(3)

式中:Z(x)为粗糙接触表面二维轮廓曲线高度;x为轮廓采样的长度;G为粗糙表面分形尺度参数,G越大,表示接触表面越粗糙;D为粗糙接触表面分形 维数,1 < D < 2; $\gamma$ <sup>*i*</sup> 表征为粗糙表面的频谱,其中 $\gamma$ 为谱密度之间的相位差,通常取 $\gamma = 1.5$ ,n为频率指数; $n_1$ 为接触表面最低截止频率 $\omega_1$ 对应的层次指数。

从文献<sup>[15]</sup>的研究及式(3)可得δ为:

δ = 2<sup>3-D</sup>π<sup>0.5D-1</sup>G<sup>D-1</sup> (lnα)<sup>0.5</sup>a<sup>1-0.5D</sup>(4) 式中: α 为介于 1、2 之间的常数,通常取 α = 1.5; a 为微接触部分的截面积。

微凸体的形变过程见图 2。接触时,考虑两个接触 平面间存在摩擦作用,施加法向力 P, δ为基体形变量。



图 2 微凸体与刚性平面接触

Fig. 2 Contact between the asperity and the rigid plane

按照 Hertz 接触理论,在界面均匀压力作用下, 微凸体在进入完全弹性形变阶段所产生的最大形变 量及临界面积为<sup>[16]</sup>:

$$\delta_{\rm ec} = \left(\frac{\pi C\sigma_{\rm y}}{2E}\right)^2 R \tag{5}$$

$$a_{\rm ec} = \pi R \delta_{\rm ec} = \pi \left(\frac{\pi C \sigma_{\rm y}}{2E}\right)^2 R^2 \tag{6}$$

式中:不同材料,相对偏软一方 Poisson 比为v;屈服强度为 $\sigma_v$ ; C 为临界屈服应力表征参数,有 C =

1.295exp(0.736<sub>ν</sub>); *R* 为等效的曲率半径; *E* 为等效的弹性模量:

$$E = \left(\frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}\right)^{-1}$$
(7)

未考虑摩擦时,微凸体在弹性状态形变下有  $\delta < \delta_{ec}$ 。临界状态下,法向接触力 $F_{ec}$ 为<sup>[8]</sup>:

$$F_{\rm ec} = \frac{4}{3} E R^{0.5} \delta_{\rm ec}^{1.5}$$
(8)

将式(5)和式(6)代入式(8)中,临界状态下的接 触载荷、形变及接触区面积为:

$$F_{\rm ec} = \frac{2}{3} C \sigma_{\rm y} a_{\rm ec} \tag{9}$$

$$\delta_{\rm ec} = \frac{C^2 \sigma_{\rm y}^2 l^D}{4E^2 G^{D-1}} \tag{10}$$

$$a_{\rm ec} = \frac{C^2 \sigma_{\rm y}^2 l^{2D}}{4E^2 G^{2D-2} \pi}$$
(11)

根据文献[17]的研究,处于1 MPa 时微凸体的实际接触面积仅占名义接触面积的 0.1%~0.2%,微凸体在接触时存在较大的接触应力,会将微凸体接触部分的油膜挤压至两侧,因此可以假定微凸体接触部分仍为干摩擦接触状态。考虑基体介质与含油润滑介质接触平面之间有静摩擦作用,则微凸体在达到临界屈服状态所能承担的临界均布载荷<sup>[18]</sup>为:

$$F_{\mu ec} = 1.1 k_{\mu} \sigma_{y} a_{\mu ec} \tag{12}$$

式中: $k_{\mu}$ 为修正因子, $\mu$ 为摩擦影响因数,二者关系 为当 0  $\leq \mu \leq 0.3$ 时, $k_{\mu} = 1 - 0.228\mu$ ,而当 0.3  $< \mu \leq 0.9$ 时, $k_{\mu} = 0.932e^{-1.58(\mu-0.3)}$ ; $\sigma_{y}$ 为较软材料的 屈服强度,有 $\sigma_{y} = H/2.8$ 。

联立式(9)和式(12),可得在相互摩擦作用前提 下微凸体达到临界变形时,微凸体临界接触面积为:

$$a_{\mu ec} = \frac{2C}{3.3k_{\mu}}a_{ec} \tag{13}$$

根据文献[7],在计入摩擦作用情况下,微凸体接触的实际面积以及微接触的截面积 *a<sub>µ</sub>* 的面积分 布的密度函数如下所示:

$$a_1 = a_{\mu} \, (1 + \epsilon \mu^2)^{0.5} \tag{14}$$

$$n(a_{\mu}) = 0.5D\psi^{\frac{(2-D)}{2}}a_{\mu\max}^{\frac{D}{2}}a_{\mu}^{-(1+0.5D)}$$
(15)

式中: $a_{\mu}$ 为考虑摩擦作用的真实接触面积;  $\varepsilon$  是材料 接触的因数,  $\mathbf{x} \in = 3.3$ ;  $\phi$  为区域扩展因数, 与 D 有 关; $a_{max}$  为最大值, 有  $a_{max} = 2a_1 = 2a_u \sqrt{1 + \epsilon \mu^2}$ 。

# 2.2 微凸体弹性变形阶段

以下建模过程均考虑相互摩擦,当 $\delta < \delta_{ec}$ 时,临界状态形变 $\delta_{\mu ec}$ ,面积 $a_{\mu ec}$ 和法向接触力 $F_{\mu e}$ 关系为<sup>[18]</sup>:

$$F_{\mu e} = F_{\mu ec} \left(\frac{\delta}{\delta_{\mu ec}}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{16}$$

$$a_{\mu} = a_{\mu ec} \left( \frac{\delta}{\delta_{\mu ec}} \right) \tag{17}$$

联立式(12)、式(16)及式(17),此阶段接触载 荷为:

$$F_{\mu e} = 1.1 k_{\mu} \sigma_{y} a_{\mu ec}^{-0.5} a_{\mu max}^{1.5}$$
(18)

由此可得基体处于完全弹性阶段,法线方向上 的接触刚度为:

$$k_{\mu e} = \frac{\mathrm{d}F_{\mu e}}{\mathrm{d}\delta} = \frac{2\sqrt{2}\left(3-D\right)}{3(2-D)} \times Ea_{\mu \max}^{0.5} \pi^{-\frac{1}{2}}$$
(19)

#### 2.3 微凸体弹塑性接触变形过程

当考虑摩擦,微凸体的形变超过临界值即 $\delta > \delta_{\muee}$ 时,微凸体进入弹塑性接触变形区域,在此阶段 中微凸体法线上的形变量有以下关系: $\delta_{\muee} \leq \delta \leq 110\delta_{\muee}$ 。基于文献[19]的理论建模,当法向接触变 形量不断变大时,结合面受接触力作用发生屈服的 面积逐渐变大,并增大到接触的表面,此时临界变形 量有以下关系: $\delta_{\muee} \leq \delta \leq 6\delta_{\muee}$ ,此阶段为弹塑性接 触形变第一区域。当形变量 $6\delta_{\muee} \leq \delta < 110\delta_{\muee}$ 时, 此阶段微凸体进入弹塑性接触形变二区域。当法向 临界形变量到达塑性接触临界值,即 $\delta_{p} = 110\delta_{\muee}$ , 此时结合面所承受的平均接触力与基体材料的硬度 一致。上述分析充分考虑了微凸体在弹塑性各阶段 的连续变形过程,有利于建立较为完整的接触模型。

微凸体进入弹塑性一区变形阶段,微凸体在此 过程的接触力与面积的关系为<sup>[16]</sup>:

$$\frac{F_{\mu e p 1}}{F_{ec}} = 1.03 \left(\frac{a_{\mu}}{0.93 a_{\mu e c}}\right)^{1.2544}$$
(20)

将式(9)、式(12)和式(13)代入式(20)中可得微 凸体在弹塑性接触形变一区的接触力为:

$$F_{\mu e p 1} = 0.6621 \sigma_{y} C^{1.2544} k_{\mu}^{-0.2544} a_{ec}^{-0.2544} a_{\mu max}^{1.2544}$$
 (21)

由此得到微凸体在弹塑性接触形变一区阶段法 线方向上的接触刚度为:

$$k_{\mu e p 1} = \frac{dF_{\mu e p 1}}{d\delta} = \frac{1.03 \times 2^{0.15D+1.825} (C\sigma_{y})^{0.15} E^{0.85}}{3(2-D)\pi^{0.275+0.075D}} \times \frac{a_{\mu max}^{0.425+0.075D} (1.425-0.425D)}{G^{0.15(D-1)} (\ln \alpha)^{0.075}}$$
(22)

当微凸体进入弹塑性二区变形阶段,微凸体在 此过程的接触力和面积可表示为<sup>[16]</sup>:

$$\frac{F_{\mu ep2}}{F_{\alpha}} = 1.40 \left(\frac{a_{\mu}}{0.94a_{\mu ec}}\right)^{1.1021}$$
(23)

将式(9)、式(12)和式(13)代人式(23)中得微凸 体在弹塑性接触形变第二区的接触力为:

 $F_{\mu e p 2} = 0.9494 \sigma_y C^{1.1021} k_{\mu}^{-0.1021} a_{ee}^{-0.1021} a_{\mu max}^{1.1021}$ (24) 由此可得微凸体在弹塑性接触形变二区阶段法 线方向上的接触刚度为:

$$k_{\mu e p 2} = \frac{dF_{\mu e p 2}}{d\delta} = \frac{1.40 \times 2^{2.367-0.526D} (C\sigma_{y})^{0.474} E^{0.526}}{3(2-D)\pi^{0.237D-0.211}} \times \frac{a_{\mu max}^{0.263+0.237D} (1.263-0.263D)}{G^{0.474(D-1)} (\ln \alpha)^{0.237}}$$
(25)

# 2.4 微凸体完全塑性接触过程

当微凸体的形变量达到δ>110δ<sub>μec</sub> 时,此时微 凸体进入完全塑性接触形变区域,则微凸体在此区 域的法向接触力为<sup>[8]</sup>:

$$F_{\mu p} = Ha_{\mu} \tag{26}$$

## 3 混合介质法向接触刚度

#### 3.1 考虑固体介质的接触刚度模型

根据微接触点的截面积  $a_{\mu} = \delta$  的关系,得结合面固体介质实际接触面积<sup>[19]</sup>:

$$A_{\mu r} = \int_{a_{\mu e c}}^{a_{\mu max}} a_{\mu} n(a_{\mu}) da_{\mu} + \int_{a_{\mu e p1}}^{a_{\mu e c}} a_{\mu} n(a_{\mu}) da_{\mu} + \int_{a_{\mu e p1}}^{a_{\mu e p1}} a_{\mu} n(a_{\mu}) da_{\mu} + \int_{0}^{a_{\mu p c}} a_{\mu} n(a_{\mu}) da_{\mu}$$
(27)

联立式(15)和式(27)得:

$$\frac{A_{\mu r}}{a_{\mu max}} = \frac{2 \times D \ \sqrt{1 + \epsilon \mu^2}}{2 - D} \psi^{\frac{(2-D)}{2}}$$
(28)

当 $a_{\mu ec} \leqslant a_{\mu} \leqslant a_{\mu max}$ 时,联立式(15)和式(18)可 得完全弹性阶段的接触载荷:

$$P_{\mu e} = \int_{a_{\mu ec}}^{a_{\mu max}} F_{\mu e} n(a_{\mu}) da_{\mu} = \frac{1.1Dk_{\mu}\sigma_{y}}{3-D} a_{\mu ec}^{1-0.5D} a_{\mu max}^{0.5D}$$
(29)

联立式(15)和式(19)可得完全弹性阶段的接触 刚度:

$$K_{\mu e} = \int_{a_{\mu ec}}^{a_{\mu max}} k_{\mu e} n(a_{\mu}) da_{\mu} = \frac{2\sqrt{2} (3-D) \pi^{-0.5} a_{\mu max}^{D}}{3(2-D)(1-D)} \times DE \psi^{\frac{(2-D)}{2}} \left[ a_{\mu max}^{\frac{(1-D)}{2}} - a_{\mu ec}^{\frac{(1-D)}{2}} \right]$$
(30)

当  $a_{\mu e p l} \leqslant a_{\mu} \leqslant a_{\mu e c}$  时,联立式(15)和式(21)可 得弹塑性一区的接触载荷:

$$P_{\mu e p 1} = \int_{a_{\mu e p 1}}^{a_{\mu e c}} F_{\mu e p 1} n(a_{\mu}) da_{\mu} = \frac{D\sigma_{y} C^{1.2544} k_{\mu}^{-0.2544} a_{\mu e c}^{-0.2544} a_{\mu max}^{0.5D}}{2(1.2544 - 0.5D)} \times [(11.7475k_{\mu}C - 1)a_{\mu e c}]^{1.2544 - 0.5D}$$
(31)

联立式(15)及式(22)可得弹塑性一区的接触刚度:

$$K_{\mu e p 1} = \int_{a_{\mu e p 1}}^{a_{\mu e p 1}} k_{\mu e p 1} n(a_{\mu}) da_{\mu} =$$

$$\frac{1.03 \times 2^{0.15D+0.825} (C\sigma_{y})^{0.15}}{1.275 \pi^{0.075D+0.275} (2-D)} \times$$

$$\frac{DE^{0.85} a_{\mu max}^{\frac{D}{2}} (1.425 - 0.425D)}{(\ln \alpha)^{0.075} G^{0.15(D-1)} (1-D)} \times$$

$$\psi^{\frac{(2-D)}{2}} a_{\mu e c}^{0.425(1-D)} [1 - 6^{0.425}] \qquad (32)$$

$$\stackrel{\text{ and }}{\cong} a_{\mu e p 2} \leqslant a_{\mu} \leqslant a_{\mu e p 1} \text{ bf } \text{ bf } \text{ bf } \text{ cf } \text{ cf } (15) \text{ bf } \text{ cf } (24) \text{ ff }$$

得弹塑性一区的法向载荷:

$$P_{\mu e p 2} = \int_{a_{\mu e p 2}}^{a_{\mu e p 1}} F_{\mu e p 2} n(a_{\mu}) da_{\mu} = 
\frac{0.9494 D\sigma_{y} C^{1.1021} k_{\mu}^{-0.1021} a_{\mu e c}^{-0.1021} a_{\mu max}^{0.5D}}{2(1.1021 - 0.5D)} \times 
\left[a_{\mu max}^{1.1021 - 0.5D} - (11.7475 k_{\mu} Ca_{\mu e c})^{1.1021 - 0.5D}\right] (33)$$

联立式(15)与式(25)可得弹塑性二区的接触 刚度:

$$K_{\mu e p 2} = \int_{a_{\mu e p 2}}^{a_{\mu e p 1}} k_{\mu e p 2} n(a_{\mu}) da_{\mu} = \frac{1.40 \times 2^{0.474D-0.633} (C\sigma_{y})^{0.474}}{0.789\pi^{0.237D-0.211} (2-D)} \times \frac{DE^{0.526} a_{\mu max}^{\frac{D}{2}} (1.263-0.263D)}{(\ln \alpha)^{0.237} G^{0.474(D-1)} (1-D)} \times \phi^{(\frac{2-D}{2})} a_{\mu e c}^{0.263(1-D)} [6^{0.263} - 110^{0.263}]$$
(34)

当 $0 \leq a_{\mu} \leq a_{\mu pc}$ 时微凸体的形变 $\delta > 110\delta_{\mu ec}$ , 该阶段为完全塑性变形,此时接触载荷 P<sub>μ</sub>为:

$$P_{\mu p} = \frac{DC\sigma_{y} a_{\mu max}^{\frac{D}{2}}}{(2-D)E} \times 110^{\frac{(D-2)}{(2D-2)}} \psi^{\frac{(2-D)}{2}} a_{\mu ec}^{\frac{(2-D)}{2}}$$
(35)

联立式(29)、式(31)、式(33)和式(35)并将其无 量纲化,可得下式。

1) 
$$\stackrel{\text{def}}{=} 1 < D < 2, \text{ El } D \neq 1.5 \text{ Bf}:$$
  

$$P_{\mu}^{*} = \frac{2^{\frac{(12-3D)}{2}}G^{*(D-1)}(\ln\alpha)^{\frac{1}{2}}DA_{\mu r}^{*D/2}}{(9-6D)\pi^{\frac{(3-D)}{2}}} \times \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}}(1+\epsilon\mu^{2})^{\frac{D}{4}}\psi^{\frac{D^{2}-4D+4}{4}} \times \left[\left(\frac{2-D}{D}\right)^{(3-2D)/2}(1+\epsilon\mu^{2})^{\frac{3-2D}{4}}\times\psi^{\frac{-2D^{2}+7D-6}{4}} \times A_{\mu r}^{*(3-2D)/2}-a_{\mu ec}^{*(3-2D)/2}\right] + \frac{1.03\times2^{4.25-1.275D}DA_{\mu r}^{*D/2}(2.8K\varphi)^{0.15}}{3(1.425-0.925D)} \times (k_{\mu})^{0.85}G^{*0.85(D-1)}(\ln\alpha)^{0.425}\pi^{0.425D-1.275} \times (1+\epsilon\mu^{2})^{\frac{D}{4}}\left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}}\psi^{\frac{D^{2}-4D+4}{4}} \times a_{\mu ec}^{*(1.425-0.925D)}(1-6^{\frac{0.925D-1.425}{D-1}}) + \frac{1.40\times2^{2.63-0.789D}DA_{\mu r}^{*D/2}(2.8K\varphi)^{0.474}}{3(1.263-0.763D)} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789}} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789}} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789}} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789}} \times (k_{\mu})^{0.526}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}\pi^{0.263D-0.789}} \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}} \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(\ln\alpha)^{0.263}G^{*0.526(D-1)}} \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}} \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}} \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}) \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}) \times (k_{\mu})^{0.263}G^{*0.526(D-1)}(k_{\mu})^$$

$$\begin{split} (1 + \epsilon \mu^2)^{\frac{p}{4}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{p}{2}} \times a_{\mu\epsilon}^{**(1.263-0.763D)} \times \\ \psi^{\frac{p^2-4D+i}{4}} \left(6^{\frac{0.763D-1.263}{D-1}} - 110^{\frac{0.763D-1.763}{D-1}}\right) + \\ \frac{5}{2-D} \times 110^{\frac{(D-2)}{4D-1}} \psi^{\frac{p^2-4D+i}{4}} \times \\ (1 + \epsilon \mu^2)^{\frac{p}{4}} \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}} A_{\mu}^{**D/2} a_{\mu\epsilonc}^{**(2-D)/2} \quad (36) \\ 2) \stackrel{\text{M}}{=} 1 < D < 2, \text{ H} D = 1.5 \text{ B}^{\frac{1}{3}}; \\ P_{\mu}^{*} = \frac{2^{1.75} \times G^{*1/2}}{\pi^{0.75}} (\ln \alpha)^{0.5} \left(\sqrt{1+\epsilon \mu^2} A_{\mu}^{**}\right)^{3/4} \times \\ \psi^{0.0625} \ln \left(\frac{\sqrt{1+\epsilon \mu^2} A_{\mu}^{**}}{3\psi^{0.25} a_{\muec}^{**}}\right) + \frac{1.03 \times 2^{2.3375}}{0.1125 \times 3^{0.75}} \times \\ (2.8 K\varphi)^{0.15} (k_{\mu})^{0.85} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2})^{\frac{3}{4}} G^{*0.425} \times \\ \psi^{0.0625} (\ln \alpha)^{0.425} \times 1.5 \times \pi^{-0.6375} A_{\mu}^{**/4} a_{\muec}^{**0.075} \times \\ (1 - 6^{-0.075}) + \frac{2.1 \times 2^{1.4465}}{0.3555 \times 3^{0.75}} A_{\mu}^{**/4} a_{\muec}^{**0.075} \times \\ (k_{\mu})^{0.526} G^{*0.263} \psi^{0.0625} (\ln \alpha)^{0.263} A_{\mu}^{*3/4} a_{\muec}^{*0.1185} \times \\ \pi^{-0.3945} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2})^{\frac{3}{4}} (6^{-0.237} - 110^{-0.237}) + \\ \frac{2.8 \times 3^{0.25}}{3(2-D)(1-D)} \times A_{\mu}^{*\frac{D}{2}} \times \\ \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2}})^{\frac{D}{2}} \psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} \times \\ \left[ \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2}} \right]^{\frac{D}{2}} \psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} \times \\ \left[ \left(\frac{2-D}{D}\right)^{\frac{D}{2}} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2}} \right]^{\frac{D}{2}} \psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} \times \\ \left(\frac{\sqrt{1+\epsilon \mu^2}}{2}\right)^{\frac{D}{2}} D(1.425 - 0.425D) \\ \psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} a_{\mu ec}^{*0.425(1-D)} A_{\mu e}^{\frac{D}{2}} (1-6^{0.425}) \times \\ \left(\frac{\sqrt{1+\epsilon \mu^2}}{(\ln \alpha)^{0.237} G^{*0.017(D-1)}(1-D)} \times \\ \frac{\psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2}})^{\frac{D}{2}} (6^{0.233} - 110^{0.263}) \\ \frac{(2.8 K\varphi)^{0.474} a_{\mu ec}^{0.263(1-D)} DA_{\mu e}^{\frac{R^2}{2}} (k_{\mu})^{0.526}} \times \\ \frac{\psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} (\sqrt{1+\epsilon \mu^2})^{\frac{D}{2}} (6^{0.233} - 110^{0.263}) \\ \frac{\psi^{\frac{D^2-4D+i}{4}} (\sqrt{1+\epsilon \mu$$

 $K_{c\mu}^* = \frac{K_{c\mu}}{E \sqrt{A_a}}$ ;  $A_a$  代表结合面的名义接触面积。

 $rac{a_{\mu\mathrm{ec}}}{A_{\mathrm{a}}}$ 

#### 3.2 考虑含油介质法向接触刚度建模

在求解含油结合面润滑油介质的接触刚度时, 主要研究方法为构建结合面润滑区域的超声波计算 模型。由于基体介质和油膜的声阻抗不同,当超声 波进入基体介质和油膜中,会先在基体和油膜接触 界面同时发生反射以及透射现象。润滑区域接触刚 度与基体润滑油接触区域长度以及超声波的反射参 数之间有一定的关系,可以用来构建包含超声波反 射参数的油膜共振模型<sup>[20]</sup>进而可以获得液体润滑 区域的法向接触刚度。

根据文献[12],含油结合面的超声波反射系数 *R*。的表达式为:

$$R_{\rm c} = \sqrt{\frac{0.25 \times \left(\frac{Z_{\rm c}}{Z_{\rm h}} - \frac{Z_{\rm h}}{Z_{\rm c}}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi h}{\lambda_0}\right)}{1 + 0.25 \times \left(\frac{Z_{\rm c}}{Z_{\rm h}} - \frac{Z_{\rm h}}{Z_{\rm c}}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi h}{\lambda_0}\right)}} \qquad (39)$$

式中:  $Z_e$  和  $Z_h$  分别代表微凸体和润滑油两种不同 介质各自的声阻抗,具体公式为:  $Z_e = v_e \rho_e$ ,  $Z_h = v_h \rho_h$ ,其中  $v_e$  和  $v_h$  分别代表超声波在微凸体介质和 润滑油介质中的传播速度,  $\rho_e$  和  $\rho_h$  分别代表微凸体 介质和润滑油介质各自的密度;  $\lambda_o$  代表超声波在润 滑油介质中的波长。

本文使用频率为 10 MHz、波长为 0.61 mm 的 超声波,油膜厚度范围在 0.1~1.5  $\mu$ m 之间。当  $h \ll \lambda_0$  时,超声波在油膜中表现出反射特性,超声波 反射系数和油膜接触刚度的函数关系为:

$$\frac{1}{R_{\rm c}} = \sqrt{1 + \left(\frac{k_{\rm h}}{f\pi Z_{\rm c}}\right)^2} \tag{40}$$

式中: k<sub>h</sub> 代表润滑油介质单位面积接触的刚度; f 代表超声波反射共振频率。

由式(39)和式(40)可得,润滑油介质单位面积 接触的刚度为:

$$k_{\rm h} = \frac{2\pi f Z_{\rm c}}{\left(\frac{Z_{\rm c}}{Z_{\rm h}} - \frac{Z_{\rm h}}{Z_{\rm c}}\right) \sin\left(\frac{2h\pi}{\lambda_0}\right)} \tag{41}$$

考虑到润滑油介质的厚度在宏观上远小于超声 波的波长,因此可近似为:  $2h\pi/\lambda_0 \approx 0$ 。利用 Taylor 级数的性质将 sin( $2h\pi/\lambda_0$ )沿  $2h\pi/\lambda_0$ 进行展 开,则结合面润滑油介质的整体接触刚度可表示为:

$$K_{\rm h} \approx \frac{2f\pi Z_{\rm c}}{\frac{2h\pi}{\lambda_0} \left(\frac{Z_{\rm c}}{Z_{\rm h}} - \frac{Z_{\rm h}}{Z_{\rm c}}\right)} = \frac{Z_{\rm c}v_{\rm h}}{h \times \left(\frac{Z_{\rm c}}{Z_{\rm h}} - \frac{Z_{\rm h}}{Z_{\rm c}}\right)} \quad (42)$$

根据文献[9]的研究可知,含油润滑层等效的接触厚度 h 为:

$$h = h_0 - h_c = h_0 - \int_0^{P_{c0}} \frac{dP}{K_c}$$
(43)

式中: $h_0$ 为结合面初始间距,可近似 $h_0 = 3\sigma$ ,其中 $\sigma$ 为表征粗糙轮廓表面的统计参数; $h_c$ 为固体介质等效形变厚度; $P_{c0}$ 为稳定接触状态下固体所受的载荷。

已知微观磨削真实表面在统计规律上服从高斯分 布,由此可得微凸体高度在  $z(x) = [-3\sigma, 3\sigma]$  区间范 围内有 99.73%的面积分布概率。由此可得粗糙轮廓 表面的统计参数  $\sigma$  与分形参数 D、G 之间关系为:

$$\sigma = \left[\frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \times \frac{(\omega_{\rm h}^{4-2D} - \omega_{\rm l}^{4-2D})}{(4-2D)}\right]^{0.5}$$
(44)

式中 ω<sub>1</sub> 和 ω<sub>h</sub> 为空间截止频率的最低和最高值, 其中 ω<sub>1</sub> 与取样的长度 L 有关, ω<sub>h</sub> 的影响因素是采 样仪器的分辨率和频谱滤波特性。

将式(43)~(44)代入式(42)中可得结合面含油 接触区域总接触刚度为:

$$K_{\rm h} = \frac{Z_{\rm c} v_{\rm h}}{\left(\frac{Z_{\rm c}}{Z_{\rm h}} - \frac{Z_{\rm h}}{Z_{\rm c}}\right)} \times \left[3 \left(\frac{G^{2(D-1)}}{2\ln\gamma} \times \frac{(\omega_{\rm h}^{4-2D} - \omega_{\rm l}^{4-2D})}{(4-2D)}\right)^{0.5} - \int_{0}^{P_{\rm c0}} \frac{\mathrm{d}P}{K_{\rm c}}\right]^{-1}$$
(45)

将式(45)进行无量纲化,并根据式(2)中含油混合 结合面刚度分配原则进行结合面总体刚度耦合,可得:

$$K^* = K_{\rm c}^* + K_{\rm h}^* \tag{46}$$

式中 $K_{\rm h}^* = K_{\rm h}/E \sqrt{A_{\rm a}}$ 。

## 4 含油接触刚度模型分析与讨论

设定式(36)~(38)和式(46)中的参数  $\mu =$ 0.12,  $G^* = 10^{-9}$ ,  $\varphi = 2$ , 并且假定固体材料为45 钢、 润滑介质选用 T68 油, 常温下其粘度为 0.15 Pa · s, 密度为 876 kg/m<sup>3</sup>, 波速为 1 450 m/s。根据本文刚 度模型进行数值仿真得到各种关于曲线。

图 3 为 D 取 1.2、1.5 和 1.9 时法向总刚度  $K^*$ 与法向总载荷  $P^*$ 之间的变化曲线。图 4 为不同分 形维数 D 下  $K^*$ 与  $P^*$ 的关系曲线。图 5 是  $G^*$ 分 別取 1 × 10<sup>-9</sup>, 1 × 10<sup>-10</sup>, 1 × 10<sup>-11</sup> 时, D = 1.3 和 D = 1.7 时  $K^*$ 和  $P^*$ 的关系。图 6 为  $\varphi$  取 0.01、 0.1和1 时, D = 1.3 和 D = 1.7 时  $K^*$ 的变化规律。 图 7 为 D = 1.7, 介质分别为油、水及无介质时  $K^*$ 与  $P^*$ 之间的关系,介质的具体特性参数见表 1。图 8 为 D = 1.3 时不同固体介质得到的接触刚度曲 线,固体材料属性见表 2。图 9 为 D = 1.4,摩擦因 数  $\mu$ 分别取 0.02、0.25、0.35、0.40 和 0.50 时,  $K^*$ 与  $A_r^*$ 的关系。图 10 为 D 取 1.3 和 1.7 时,固体、 液体及整体刚度与法向总载荷之间的关系。



量纲-·法向总载荷P\*/(10-4) (b) D=1.7 图 6 材料特性参数  $\varphi$  对  $K^*$  的影响 Fig. 6 Effect of material property parameter  $\varphi$  on  $K^*$ 



60

图 4 分形维数 D 对 K\* 的影响规律 Fig. 4 Effect laws of fractal dimension D on  $K^*$ 

12.0

18.0

3.6

20.0









材料	波速 v/(m・s <sup>-1</sup> )	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
钢	5 900	7 700
水	1 483	1 000
油	1 450	876





表 2 昆	同体材	料属性
-------	-----	-----

Tab. 2	Properties	of	solid	materials
--------	------------	----	-------	-----------

基体材料	Poisson 比 v	弹性模 量/GPa	波速 v / (m・s <sup>-1</sup> )	密度 ρ / (kg・m <sup>-3</sup> )
钢	0.30	206	5 850	7 700
铸铁	0.22	120	2 979	7 300
铝	0.35	69	6 404	2 700

在上述图中出现类似的法向接触刚度存在量级 上的差异,原因为分形维数 D 的取值不同,其次未 统一量级。若统一量级,数据太大或太小,部分仿真 曲线会严重偏向坐标轴,使得图中相关参数对无量 纲接触刚度的影响规律不明显。为了直观清楚地反 映一幅图中选定参数对无量纲接触刚度和接触载荷 的影响,因此未统一量级绘制仿真图形。









overall stiffness

对图 3~10 的曲线进行分析可得如下结果。

1) 从图 3 中可以发现,当 D = 1.2 时,含油结合 面量纲一法向接触刚度  $K^*$  与载荷  $P^*$  为非线性的变 化趋势,当  $1.5 \le D < 2$  时,两者表现为近似线性的趋 势,总体表现为随着 P\* 的增大, K\* 不断变大。

2)根据图 4 的仿真曲线,随着 D 的变化, K\* 在 数值上也发生量级的变化,原因为 D 变大,表面轮廓越 趋近于光滑, K\* 随着粗糙度 Ra 的减小逐渐增大, 且 K\* 由于结合面间润滑介质的存在,初始值非零。

3)观察图 5 曲线,量纲一法向总刚度 K\* 随着 G\* 的增大呈现出减小的趋势且在 D 为 1.3 和 1.7 时规律相同,原因是 G\* 越大,结合面越发粗糙,表 现为μ逐渐变大,在结合面接触中弹性占比逐渐减 少,故结合面越光滑,越有利于提高 K\*。

4)对图 6 仿真曲线分析可知, φ 的变大会导致 K\*不断变大, φ 的变化会影响基体材料自身的屈服 强度,从而使无量纲临界的接触面积不断变小,而介 质弹性接触的面积所占比重不断变大,会提高 K\*。

5)图7为取D=1.7时,改变结合面不同的润 滑介质,得到的K\*与P\*的变化关系曲线,可以发 现结合面间润滑介质的存在会影响K\*的变化,无 介质、水及含油介质的总体刚度变化均为递增趋势, 且含油润滑介质的刚度明显高于水及无介质情况。 适当改变润滑介质有利于提高整体接触的刚度,且 不同粘度的润滑油声速和密度不同,其声阻抗对接 触刚度有很大的影响。

6)图8选取钢、铸铁及铝等不同固体材料,得到的结合部接触刚度曲线,固体材料弹性模量降低, 所获得的的接触刚度也会变小。由此可知改变材料 属性,对固体接触刚度影响较大。

7) 由图 9 可知,在给定 D = 1.4 时,分别取不同的  $\mu$  时,  $K^*$  随着  $A_r^*$  的变大不断变大,随着  $\mu$  的 增大  $K^*$  逐渐减小,当 0  $\leq \mu \leq 0.3$  时,  $K^*$  的增长变 化趋势特别明显,当  $0.3 < \mu \leq 0.5$  时,  $K^*$  的变化较缓 慢。由此可看出减小结合面摩擦系数  $\mu$  有利于提高含 油接触界面的整体刚度。

8) 从图 10 可以发现,固体介质的刚度 K<sup>\*</sup><sub>c</sub>、液体介质的刚度 K<sup>\*</sup><sub>h</sub> 以及总体刚度 K<sup>\*</sup> 均随着 P<sup>\*</sup> 的 增大而不断增大,且当 P<sup>\*</sup> 在小范围内增大时,K<sup>\*</sup><sub>h</sub> 大于 K<sup>\*</sup><sub>c</sub>,此时液体接触刚度居于主导的作用;当 P<sup>\*</sup> 不断变大时,K<sup>\*</sup><sub>c</sub> 大于 K<sup>\*</sup><sub>h</sub>,此阶段固体介质的 接触刚度 K<sup>\*</sup><sub>c</sub> 在总刚度中占比较大。

## 5 模型试验验证及有限元仿真

为验证本文所建模型的合理性,针对含油结合 部实际工况建立如图 11 和图 12 所示的试验装置。



图 11 含油接触面试验模型 Fig. 11 Experimental device of joint with oil



(a) 上试样轮廓表面



图 12 含油结合面试验装置 Fig. 12 Experimental device of joint with oil

(b) 传感器分布位置

试验装置由两块钢板组成,两个试样用螺栓联结,螺栓的预紧力为两块钢板提供接触压力。两试样接触面为磨削表面,粗糙度 Ra0.8,外形尺寸分别为400 mm×300 mm×25 mm 和400 mm×300 mm×40 mm,联结螺栓规格为 M20,每个螺栓能承受的最大拧紧力矩为80 N·m。在联结的钢板上表面排布如图 12(b)所示 14 个传感器。采样仪型号为USB2085,可以对锤击得到的离散信号进行收集和转化,从而获得试验所需的数据。

试验过程中,通过锤击法激励测试对象,通过加 速度计拾振,在计算机中完成信号的模态分析,得到 试验装置的振型和固有频率。

由于包含结合部的机械结构的接触刚度具有非 线性的特征,因此需要将包含接触的非线性模型线 性化,再通过有限元模态分析方法进行线性化求解, 具体分析过程为如下。

1)基于虚拟材料法建立包含粗糙表面接触特性的整机有限元模型。

2)通过静力分析获得接触层在工作静载荷下的刚度。

3)如果整机结构工作时的载荷波动远小于静载荷,可认为在整机工作时接触层刚度保持不变,即用静力分析获得的接触层刚度建立整机的线性模型,将非线性的模型线性化。

4)通过整机线性模型的模态分析获得包含接触层的整机振型及固有频率。

通过 ANSYS 软件构建如图 11 所示结构的有 限元模型。在金属板的接触表面采用厚度为 1 mm 的虚拟单元<sup>[21-26]</sup>模拟混合固液界面的接触性质。整个 模型使用 47 698 个 SOLID185 单元,其中用于模拟 接触层的有 1 296 个。采用 APDL 语言将接触层的 刚度数据转换成材料数据后写入接触层单元的材料 模型中。螺栓载荷施加在螺栓孔周围区域,通过静 力分析,可以获得给定螺栓载荷下的结合面的接触 刚度,基于静力分析的接触刚度,代入模态分析来获 取前三阶振型和固有频率。

图 13 显示了用 ANSYS 建立的有限元模型在 螺栓预紧力矩为 50 N·m 时的静力分析结果。在 此基础上进行模态分析获得的阵型图以及试验结果 显示在图 14 中。







图 14 试验振型及有限元结果对比

Fig. 14 Comparisons between experimental vibration shapes and finite element results

为了进一步验证所建含油结合面接触模型的有效性,将试验获得的不同螺栓预紧力矩下的模态频率数据及有限元仿真的模态频率放在表 3 和图 15 中对照。

得到的各阶固有频率均呈现递增的规律,固有频率 的影响因素为接触界面的刚度变化。刚度提高,固 有频率也会增高,而增大预紧力会导致接触压力的 变化,从而影响刚度的改变。

从图 15 的曲线趋势可以发现,四种工况下计算

\_\_\_\_\_

56

Tab. 3 Comparison of inherent frequencies from test and simulation					
力矩/(N・m)	各阶序号	无油试验/Hz	无油 FEM/Hz	含油试验/Hz	含油 FEM/Hz
	1	828	798	910	875
10	2	1 093	1 055	1 221	1 208
	3	1 453	1 490	1 688	1 677
	1	937	961	1048	1 033
20	2	1 265	1 236	1 390	1341
	3	2 015	2 006	2 134	2 102
	1	984	1 015	1 095	1 050
30	2	1 421	1 371	1 533	1 496
	3	2 062	2 087	2 201	2 186
	1	1 000	1 026	1 135	1 101
40	2	1 468	1 424	1 559	1 499
	3	2 140	2 172	2 256	2 261
	1	1 079	1 063	1 201	1 208
50	2	1 498	1 464	1 586	1 559
	3	2 134	2 174	2 280	2 268

表 3 试验及仿真的模态频率对照



图 15 不同模型模态频率对照 Fig.15 Comparison of modal frequencies from different models

# 6 结 论

 1)通过试验和有限元分析可以发现含油结合 面法向总体接触刚度中,液体油膜刚度占总接触刚 度的比重与接触载荷及接触界面填充介质的类型有 关,表现为接触载荷变化小的情况,油膜接触刚度比 重比基体刚度大,反之基体接触刚度占比高于液体, 且润滑介质的声学特性会影响液体油膜刚度的高 低,表现为油、水及无介质三种类型刚度依次降低。

2)结合面固体接触部分存在静摩擦力作用,混 合接触界面的真实接触面积由于摩擦因素的存在会 发生改变,综合计入摩擦影响,真实接触面积比未考 虑摩擦时更大,结合面的法向接触刚度受真实接触 面积和摩擦影响较大,可通过改变摩擦因素来提高 结合面法向接触刚度。

3)本文建立的无油模型的有限元计算结果与 试验测得的固有频率最大相对误差为3.62%。含 油情况下有限元模型与试验获得的固有频率最大相 对误差为3.85%。无论是试验验证还是数据仿真, 同一力矩下含油模型的总刚度及固有频率总是高于 无油的情况,这是因为本文考虑了摩擦和含油情况, 在建立模型时修正了接触面积,获得的接触刚度比 无油情况要大,固有频率也会变大。这说明本文所 建立的有限元混合润滑模型与实际工况有较好的一 致性。

4)对比试验和有限元分析获得的固有频率,可 以发现固有频率随着预紧力的加大而增大,增大螺 栓的拧紧力矩会使接触面积变大,从而导致接触刚 度变大。因此可以从改变拧紧力矩的角度来改变结 构固有频率,达到改善结构整体性能的目的。

#### 参考文献:

[1] 卫娟娟. 含油结合面的接触特性研究[D]. 西安:西安 理工大学,2021.WEI Juanjuan. Research on the contact characteristics

of oil-bearing joint[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2021.

- [2] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of nominally flat surfaces[J]. Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences, 1966, 295(1442): 300-319.
- [3] CHANG W R, ETSION I, BOGY D B. An elasticplastic model for the contact of rough surfaces[J]. Journal of Tribology, 1987, 109(2): 257-263.
- [4] ZHAO Yongwu, MAIETTA D M, CHANG L. An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow[J]. Jour-

nal of Tribology, 2000, 122(1): 86-93.

 [5] 王世军,杨昭,吴敬伟,等.考虑微凸体侧接触的结合面 法向接触刚度建模[J].西安交通大学学报,2022,56
 (2):118-129.

WANG Shijun, YANG Zhao, WU Jingwei, et al. Modeling of normal contact stiffness of interface considering side contact of asperity[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(2): 118-129.

- [6] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces [J]. Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-11.
- [7] 王世军,李志涛,韩子锐,等. 基于微凸体连续变形理论 的结合面切向刚度模型[J]. 西安理工大学学报, 2019, 35(4):401-410.

WANG Shijun, LI Zhitao, HAN Zirui, et al. Tangential stiffness model for joint surface based on asperity continuous deformation theory [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2019, 35(4): 401-410.

[8] 李志涛,王世军,韩子锐,等.应用改进分形理论及连续 变形理论的机械结合面切向刚度建模[J].西安交通大 学学报,2020,54(6):107-114.
LI Zhitao, WANG Shijun, HAN Zirui, et al. Modeling of tangential stiffness of mechanical joint surface using improved fractal theory and continuous deformation theory[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54 (6): 107-114.

- [9] GONZALEZ-VALADEZ M, DWYER-JOYCE R S, LEWIS R. Ultrasonic reflection from mixed liquid-solid contacts and the determination of interface stiffness[J]. Tribology and Interface Engineering Series, 2005, 48: 313 -320.
- [10] 李小彭,梁亚敏,郭浩,等. 结合面广义间隙的等效模型研究[J]. 振动工程学报,2014,27(1):25-32.
  LI Xiaopeng, LIANG Yamin, GUO Hao, et al. Study on equivalent model of generalized clearance of joint surface[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(1): 25-32.
- [11] 李玲,裴喜永,史小辉,等. 混合润滑状态下结合面的 法向接触刚度研究[J]. 振动与冲击,2020,39(3): 16-23.
   LI Ling, PEI Xiyong, SHI Xiaohui, et al. Normal

contact stiffness of machine joint surfaces under mixed lubrication state[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(3): 16-23.

[12] 肖会芳,孙韵韵,徐金梧,等. 混合润滑状态下粗糙界 面法向接触刚度计算模型与特性研究[J]. 振动与冲 击,2018,37(24):106-114,147.
XIAO Huifang, SUN Yunyun, XU Jinwu, et al. A calculation model for the normal contact stiffness of rough surface in mixed lubrication[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(24): 106-114, 147.

- [13] JOHNSON K L , GREENWOOD J A , POON S Y . A simple theory of asperity contact in elastohydro-dynamic lubrication[J]. Wear, 1972, 19(1): 91-108.
- [14] BERRY M V, LEWIS Z V. On the Weierstrass-Mandelbrot fractal function[J]. Proceedings of The Royal Society A Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1980, 370(1743): 459-484.
- [15] YAN W, KOMVOPOULOS K. Contact analysis of elastic plastic fractal surfaces [J]. Journal of Applied Physics, 1998, 84(7): 3617-3624.
- [16] PAN Wujiu, LI Xiaopeng, WANG Linlin, et al. A normal contact stiffness fractal prediction model of dryfriction rough surface and experimental verification[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2017, 66: 94-102.
- [17] 王世军,何花兰,郭璞,等. 粗糙表面接触面积和承载 规律的研究[J]. 西安理工大学学报, 2014, 30(1): 22-27.

WANG Shijun, HE Hualan, GUO Pu, et al. Research on contact area and load carrying capacity between coarse surfaces[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2014,30(1):22-27.

[18] 李小彭,鞠行,赵光辉,等.考虑摩擦因素的结合面切 向接触刚度分形预估模型及其仿真分析[J].摩擦学 学报,2013,33(5):463-468.

LI Xiaopeng, JU Xing, ZHAO Guanghui, et al. Fractal prediction model for tangential contact stiffness of joint surface considering friction factors and its simulation analysis[J]. Tribology, 2013, 33(5): 463-468.

- [19] 张学良,陈永会,温淑花,等.考虑弹塑性变形机制的结合面法向接触刚度建模[J].振动工程学报,2015,28(1):91-99.
  ZHANG Xueliang, CHEN Yonghui, WEN Shuhua, et al. The model of normal contact stiffness of joint interfaces incorporating elastoplastic deformation mecha-
- (1):91-99.
  [20] 王世军,孙夏思,赵金娟,等.超声波测量接触刚度的研究进展[J].中国机械工程,2013,24(7):988-993.

nism[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28

WANG Shijun, SUN Xiasi, ZHAO Jinjuan, et al. Advances in contact stiffness measurement using ultrasonic method [J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(7): 988-993.

- [21] 李小彭,郭浩,刘井年,等.考虑摩擦的结合面法向刚 度分形模型及仿真[J].振动、测试与诊断,2013,33 (2):210-213.
- [22] 赵金娟,王世军,杨超,等. 基于横观各向同性假定的 固定结合部本构关系及有限元模型[J]. 中国机械工 程,2016,27(8):1007-1011.
  ZHAO Jinjuan, WANG Shijun, YANG Chao, et al. A constitutive law based on transverse isotropic hypothesis and finite element model of fixed joint[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(8): 1007-1011.
- [23] 王世军,赵金娟. 机械工程中的有限元方法[M]. 北京:科学出版社,2019.
- [24] 张学良,范世荣,温淑花,等. 基于等效横观各向同性 虚拟材料的固定结合部建模方法[J]. 机械工程学报, 2017,53(15):141-147.
  ZHANG Xueliang, FAN Shirong, WEN Shuhua, et al. Modeling method of fixed joint interfaces based on equivalent transversely inotropic virtual material [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(15): 141-147.
- [25] 贾文锋,张学良,温淑花,等. 基于虚拟材料的结合面 建模与参数获取方法[J]. 太原科技大学学报,2013, 34(5):347-351.

JIA Wenfeng, ZHANG Xueliang, WEN Shuhua, et al. Modeling and parameter acquisition method of joint surface based on virtual material[J]. Journal of Taiyuan University of Science and Technology, 2013, 34 (5): 347-351.

[26] 田红亮,刘芙蓉,方子帆,等. 引人各向同性虚拟材料 的固定结合部模型[J]. 振动工程学报,2013,26(4): 561-573.

TIAN Hongliang, LIU Furong, FANG Zifan, et al. Immovable joint surface's model using isotropic virtual material [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4): 561-573.

(责任编辑 王绪迪)