

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2023.01.009

<https://xuebao.xaut.edu.cn>

引文格式:张春丽,田旭,严雷.飞行器航迹角系统有限时间跟踪自适应迭代学习控制[J].西安理工大学学报,2023,39(1):89-95.

ZHANG Chunli, TIAN Xu, YAN Lei. Finite-time tracking adaptive iterative learning control for aircraft trajectory angle system [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2023, 39(1): 89-95.

# 飞行器航迹角系统有限时间跟踪自适应 迭代学习控制

张春丽, 田旭, 严雷

(西安理工大学 陕西省复杂系统控制与智能信息处理重点实验室, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 针对不确定飞行器航迹角系统航迹倾角的跟踪控制问题,给出了有限时间跟踪控制的自适应迭代学习控制(AILC)方法。通过控制输入量舵面偏角来控制飞行器航迹倾角,使得飞行器航迹倾角的跟踪误差在有限时间内收敛于零,其中引入了典型的收敛级数来处理模型中的不确定部分,并利用李雅普诺夫(Lyapunov)稳定性定理给出了严格的稳定性分析。最后通过数值仿真验证了该方法的有效性。

**关键词:** 飞行器航迹角; 有限时间跟踪; 自适应迭代学习控制; Lyapunov 稳定

**中图分类号:** TP 273      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1006-4710(2023)01-0089-07

## Finite-time tracking adaptive iterative learning control for aircraft trajectory angle system

ZHANG Chunli, TIAN Xu, YAN Lei

(Shaanxi Key Laboratory of Complex System Control and Intelligent Information Processing, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** An adaptive iterative learning control (AILC) method based on finite-time tracking control is proposed for an uncertain aircraft track angle system to solve the tracking control problem of track angle. By controlling the input rudder surface deflection angle to control the aircraft track angle, the tracking error of the aircraft track angle and inclination angle converges to zero in a limited time. A typical convergence order is introduced to deal with the uncertain part of the model, with a strict stability analysis given by using Lyapunov stability theorem. Finally, the effectiveness by this method is verified by numerical simulation.

**Key words:** aircraft track angle; finite-time tracking; AILC; Lyapunov stability

随着科学技术的不断发展,飞行器技术也随之发生了很大的变化。飞行器的种类越来越多,性能要求越来越高,使得如今飞行器的控制过程变得越来越复杂<sup>[1-2]</sup>。飞行器的非线性控制<sup>[3-5]</sup>是控制领域的一个热点,由于动力学模型存在强耦合和高度非线性的特点,使得控制律设计具有一定的难度(根据不同的目标和测重点)。对于非线性飞行器控制系

统,反馈线性化<sup>[6-8]</sup>是其中一种很常见的方式,并且对于飞行器航迹角系统的研究,一般采用将飞行器航迹角模型抽象为飞行器纵向模型的方式加以研究<sup>[9-11]</sup>。

自适应控制<sup>[12]</sup>相较于其他控制方法拥有可以对带有不确定项的系统进行控制的显著优势,受到了越来越多学者们的关注。针对飞行器的非线性动

收稿日期: 2022-06-07; 网络首发日期: 2022-09-14

网络首发地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20220913.1604.012.html>

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(61603296); 国家自然科学基金面上项目(62073259)

通信作者: 张春丽,女,博士生,讲师,研究方向为复杂系统控制、自适应迭代学习控制、智能控制等。

E-mail: gaozhangchunli@163.com

力学模型<sup>[13]</sup>的不匹配、不确定性,由未知外部干扰和未建模动力学组成的相关的自适应方法被陆续提出。例如,文献[14]针对具有强耦合性、高度非线性等特性的高超声速飞行器控制问题,提出了一种改进的自适应二阶滑模控制方法。文献[15]研究了参数不确定性的表示方法,提出了一种针对高超声速飞行器姿态跟踪的新型鲁棒自适应控制方法。文献[16]研究了时变非对称输出约束下六自由度四旋翼的轨迹跟踪问题,将自适应控制器用于在线估计外部干扰的上限。上述文献虽然都不同程度地处理了飞行器非线性动力学模型的不确定性问题,但是都没有考虑研究对象在有限时间区间内的高精度轨迹跟踪控制问题。

迭代学习控制<sup>[17]</sup>(Iterative Learning Control, ILC)是上世纪末兴起的由人工智能与自动控制相结合的新的学习控制技术,适合处理重复系统或周期系统的各种不确定。对于有限时间控制而言,控制对象可以看作是周期系统,通常情况下将自适应控制方法和迭代学习方法相结合来处理非线性不确定系统控制问题<sup>[18-21]</sup>。文献[22]针对同时具有状态和输入约束的非线性系统,提出了一种新的自适应迭代学习控制(Adaptive Iterative Learning Control, AILC)方案,同时考虑了时变参数不确定性、外部干扰和随机初始误差。文献[23]考虑了参数系统的不确定性,研究了具有部分结构信息的连续时间参数非线性系统在迭代变试验长度环境下的自适应迭代学习控制问题。文献[24]针对具有不确定非线性死区输入和控制方向的系统,提出了一种具有Nussbaum函数的离散时间自适应迭代学习控制。作为一种智能控制策略,自适应迭代学习控制能够很好地处理非线性系统中的不确定问题。

基于上述讨论,本文将自适应迭代学习方法应用于飞行器航迹角的有限时间跟踪控制问题,来处理飞行器纵向模型中的参数不确定及外界未知扰动,通过设计自适应迭代更新律估计系统的不确定性,从而使整个闭环系统收敛,实现了飞行器航迹角在有限时间区间内的高精度轨迹跟踪,最后通过仿真试验证明了所提控制方法的有效性。

## 1 系统描述

本文将通过输入理想的飞行器舵面偏角来控制飞行器航迹倾角。仅考虑飞行器在俯仰平面上的运动,飞行器纵向模型如图 1 所示。

根据文献[25],飞行器的简化模型为:

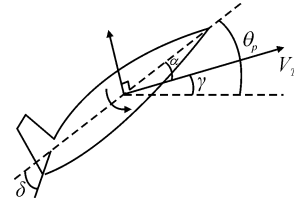


图 1 飞行器纵向模型示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of longitudinal model of aircraft

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \bar{L}_\alpha \alpha - \frac{g}{V_T} \cos \gamma + \bar{L}_0 \\ \dot{\alpha} = q + \frac{g}{V_T} \cos \gamma - \bar{L}_\alpha \alpha - \bar{L}_0 \\ \dot{\theta}_p = q \\ \dot{q} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_\delta \delta \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{其中 } \bar{L}_0 = \frac{L_0}{mV_T}, \bar{L}_\alpha = \frac{L_\alpha}{mV_T}$$

式中: \$\gamma\$ 为飞行器航迹倾角; \$\alpha\$ 为飞行器攻角; \$\theta\_p\$ 为飞行器俯仰角; \$q\$ 为俯仰角变化率; \$V\_T\$ 为飞行速度; \$m\$ 为飞行器质量; \$g\$ 为重力加速度; \$L\_\alpha\$ 为升力曲线斜率; \$L\_0\$ 为其他升力的影响因素; \$\mathbf{M}\_\delta\$ 为控制俯仰力矩; \$\mathbf{M}\_0\$ 为其他来源力矩,用 \$\mathbf{M}\_0 = \mathbf{M}\_\alpha \alpha + \mathbf{M}\_q q\$ 来近似代替, \$\mathbf{M}\_\alpha\$ 和 \$\mathbf{M}\_q\$ 分别为飞行器攻角和俯仰角变化率的控制力矩参数; \$\delta\$ 为舵面偏角。在任意时刻, \$L\_\alpha\$、\$L\_0\$、\$\mathbf{M}\_\delta\$、\$\mathbf{M}\_\alpha\$ 和 \$\mathbf{M}\_q\$ 都可视为未知常数。

定义状态变量 \$x\_{1,k} = \gamma, x\_{2,k} = \alpha, x\_{3,k} = q\$, 控制输入为 \$u\_k = \delta, y\_k = x\_{1,k}\$ 为系统的输出。\$k\$ 为迭代次数,考虑模型的不确定性,得到严格反馈形式下的三角形模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,k} = a_1 x_{2,k} - \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} + \bar{L}_0 + \Delta_{1,k}(t) \\ \dot{x}_{2,k} = x_{3,k} + \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} - \bar{L}_0 - a_1 x_{2,k} + \Delta_{2,k}(t) \\ \dot{x}_{3,k} = \mathbf{M}_\alpha x_{2,k} + \mathbf{M}_q x_{3,k} + a_3 u_k + \Delta_{3,k}(t) \\ y_k = x_{1,k} \end{cases} \quad (2)$$

其中, \$a\_1 = \bar{L}\_0 > 0, a\_3 = \mathbf{M}\_\delta > 0, \Delta\_{i,k}(t) (i=1,2,3)\$ 为系统的未知扰动,且 \$|\Delta\_{i,k}(t)| \leq \rho\_i, \rho\_i\$ 为正实数。

对模型做如下假设。

假设 1 航速 \$V\_T\$ 通过某线性控制器会稳定在理想值的一个很小邻域内,被视作一个常量。

假设 2 所有状态变量均可以被解出且可以用于反馈。

假设 3 已知未知参数有界,即对 \$i=1,3\$,存在已知正数 \$a\_{im}, a\_{iM}\$ 使得 \$a\_{im} \leq a\_i \leq a\_{iM}\$。

假设 4 理想轨迹有界,一阶二阶导数均存在,且对于正实数 \$\chi\$ 满足 \$x\_{1d}^2 + \dot{x}\_{1d}^2 + \ddot{x}\_{1d}^2 \leq \chi\$。

假设 5 存在正实数  $L$ , 使得  $|L_0| \leq L$ , 在某一时刻,  $\mathbf{M}_0$  可被视为已知常数。

本文的控制目标: 针对飞行器纵向模型的转化模型式(2), 设计自适应迭代学习控制律  $u_k$ , 使得系统的输出  $y_k$  能在有限时间  $[0, T]$  上跟踪理想轨迹  $x_{1d}$ 。

## 2 控制器设计

在控制器的设计过程中, 将用到以下收敛级数序列的定义和定理。

定义 1<sup>[26]</sup> 收敛级数序列  $\{\Delta_k\}$  定义为:

$$\Delta_k = \frac{a}{k^l} \quad (3)$$

其中  $k=1, 2, \dots$ ;  $a$  和  $l$  是需要设计的常参数, 满足  $a > 0 \in \mathbb{R}$ ,  $l \geq 2 \in \mathbb{N}$ 。

引理 1<sup>[26]</sup> 对于给定的序列  $\left\{\frac{1}{k^l}\right\}$ , 其中正整数  $l \geq 2$ , 有下面的不等式成立:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{1}{i^l} \leq 2 \quad (4)$$

结合所得的严格反馈形式下的三角形模型, 将复杂的非线性系统拆分成三个子系统, 对两个虚拟控制量进行反演设计, 设计出满足该系统控制目的的实际控制律和参数更新律。

定义三个实际轨迹和理想轨迹之间的误差:

$$e_{1,k} = y_k - y_r = x_{1,k} - x_{1d} \quad (5)$$

$$e_{2,k} = x_{2,k} - \alpha_{1,k} \quad (6)$$

$$e_{3,k} = x_{3,k} - \alpha_{2,k} \quad (7)$$

对其进行求导并结合式(2)得到:

$$\dot{e}_{1,k} = \dot{x}_{1,k} - \dot{x}_{1d} =$$

$$a_1 x_{2,k} - \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} + \bar{L}_0 + \Delta_{1,k} - \dot{x}_{1d} = \quad (8)$$

$$a_1 \left( x_{2,k} - A_1 \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} + A_1 \sigma_{1,k} - A_1 \dot{x}_{1d} \right)$$

$$\dot{e}_{2,k} = \dot{x}_{2,k} - \dot{\alpha}_{1,k} =$$

$$x_{3,k} + \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} - \bar{L}_0 - a_1 x_{2,k} + \Delta_{2,k} - \dot{\alpha}_{1,k} = \quad (9)$$

$$x_{3,k} + \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} + \sigma_{2,k} - a_1 x_{2,k} - \dot{\alpha}_{1,k}$$

$$\dot{e}_{3,k} = \dot{x}_{3,k} - \dot{\alpha}_{2,k} =$$

$$\mathbf{M}_a x_{2,k} + \mathbf{M}_q x_{3,k} + a_3 u_k + \Delta_{3,k} - \dot{\alpha}_{2,k} = \quad (10)$$

$$a_3 (u_k + A_3 \mathbf{M}_a x_{2,k} + A_3 \mathbf{M}_q x_{3,k} + A_3 \Delta_{3,k} - A_3 \dot{\alpha}_{2,k})$$

其中  $\sigma_{1,k} = \bar{L}_0 + \Delta_{1,k}$ ,  $\sigma_{2,k} = -\bar{L}_0 + \Delta_{1,k}$ ,  $A_1 = \frac{1}{a_1}$ ,

$$A_3 = \frac{1}{a_3}。$$

存在  $\xi_M$ , 使得  $|A_1 \sigma_{1,k}| \leq \delta_M$ 、 $|\sigma_{2,k}| \leq \xi_M$ 、

$|A_3 \Delta_{3,k}| \leq \delta_M$ , 且令  $\xi_M^2 = S$ 。

设计虚拟控制律  $\alpha_{1,k}$ 、 $\alpha_{2,k}$  及实际控制律  $u_k$ , 分别为:

$$\alpha_{1,k} = -c_1 e_{1,k} + \hat{A}_{1,k} \left( \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} + \dot{x}_{1d} \right) - \frac{1}{\Delta_k} e_{1,k} \hat{S}_{1,k} \quad (11)$$

$$\alpha_{2,k} = -c_2 e_{2,k} - e_{1,k} + \hat{a}_1 x_{2,k} + \dot{\alpha}_{1,k} - \frac{1}{\Delta_k} e_{2,k} \hat{S}_{2,k} \quad (12)$$

$$u_k = -c_3 e_{3,k} - \hat{A}_{3,k} (\mathbf{M}_a x_{2,k} + \mathbf{M}_q x_{3,k} - \dot{\alpha}_{2,k}) - \frac{1}{\Delta_k} e_{3,k} \hat{S}_{3,k} - e_{2,k} \quad (13)$$

其中  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$  为可设计的正参数,  $\hat{A}_{1,k}$ 、 $\hat{A}_{3,k}$ 、 $\hat{a}_{1,k}$  和  $\hat{S}_{i,k}$  ( $i=1, 2, 3$ ) 分别是  $A_{1,k}$ 、 $A_{3,k}$ 、 $a_{1,k}$  和  $S_{i,k}$  的估计值。

设计参数更新律:

$$\dot{\hat{A}}_{1,k} = -\Gamma_1 e_{1,k} \left( \frac{g}{V_T} \cos x_{1,k} + \dot{x}_{1d} \right) \quad (14)$$

$$\dot{\hat{S}}_{1,k} = \Gamma_2 \frac{1}{\Delta_k} e_{1,k}^2 \quad (15)$$

$$\dot{\hat{S}}_{2,k} = \Gamma_3 \frac{1}{\Delta_k} e_{2,k}^2 \quad (16)$$

$$\dot{\hat{a}}_{1,k} = -\Gamma_4 e_{2,k} x_{2,k} \quad (17)$$

$$\dot{\hat{S}}_{3,k} = \Gamma_5 \frac{1}{\Delta_k} e_{3,k}^2 \quad (18)$$

$$\dot{\hat{A}}_{3,k} = \Gamma_6 e_{3,k} (\mathbf{M}_a x_{2,k} + \mathbf{M}_q x_{3,k} - \dot{\alpha}_{2,k}) \quad (19)$$

其中  $\Gamma_i$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) 为可设计的正数。

对于初始状态, 做出假设 6: 对于任意的  $k$ , 当  $t=0$  时,  $x_{1,k}(0) = y_r(0)$ ;  $\hat{A}_{1,k}(0) = \hat{A}_{1,k-1}(T)$ ;  $\hat{A}_{3,k}(0) = \hat{A}_{3,k-1}(T)$ ;  $\hat{a}_{1,k}(0) = \hat{a}_{1,k-1}(T)$ ;  $\hat{S}_{i,k}(0) = \hat{S}_{i,k-1}(T)$ 。

## 3 稳定性分析

针对控制器设计部分, 本文以定理的形式得出以下结论并进行严格证明。

定理 1 针对飞行器航迹角系统式(1), 经过模型转化得到系统式(2), 在满足假设 1~6 的情况下, 设计虚拟控制律式(11)~(12)、实际控制律式(13)和参数更新律式(14)~(19), 可以得到闭环系统的所有信号在  $[0, T]$  上是有界的, 跟踪误差  $e_{1,k}(t)$  渐近收敛于零, 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} e_{1,k}(t) = 0$ 。

证明: 选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_{1,k} = \frac{1}{2} e_{1,k}^2 + \frac{a_1}{2} \Gamma_1^{-1} \tilde{A}_{1,k}^2 + \frac{a_1}{2} \Gamma_2^{-1} \tilde{S}_{1,k}^2 \quad (20)$$

$$V_{2,k} = \frac{1}{2} e_{2,k}^2 + \frac{1}{2} \Gamma_3^{-1} \tilde{S}_{2,k}^2 + \frac{1}{2} \Gamma_4^{-1} \tilde{a}_{1,k}^2 + \frac{1}{a_1} V_{1,k} \quad (21)$$

$$V_k = \frac{1}{2}e_{3,k}^2 + \frac{a_3}{2}\Gamma_5^{-1}\tilde{S}_{3,k}^2 + \frac{a_3}{2}\Gamma_6^{-1}\tilde{A}_{3,k}^2 + \frac{1}{a_3}V_{2,k} \quad (22)$$

其中  $\tilde{A}_{1,k} = \hat{A}_{1,k} - A_1, \tilde{A}_{3,k} = \hat{A}_{3,k} - A_3, \tilde{a}_{1,k} = \hat{a}_{1,k} - a_1, \tilde{S}_{i,k} = \hat{S}_{i,k} - S_i, (i=1,2,3)$ 。

对式(20)求导,得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1,k} &= e_{1,k}\dot{e}_{1,k} + a_1\Gamma_1^{-1}\tilde{A}_{1,k}\dot{\hat{A}}_{1,k} + a_1\Gamma_2^{-1}\tilde{S}_{1,k}\dot{\hat{S}}_{1,k} = \\ & a_1e_{1,k}\left(x_{2,k} - A_1\left(\frac{g}{V_T}\cos x_{1,k} + \dot{x}_{1d}\right) + A_1\sigma_{1,k}\right) + \\ & a_1\Gamma_1^{-1}\tilde{A}_{1,k}\dot{\hat{A}}_{1,k} + a_1\Gamma_2^{-1}\tilde{S}_{1,k}\dot{\hat{S}}_{1,k} \leq \\ & a_1e_{1,k}\left(e_{2,k} + a_{1,k} - A_1\left(\frac{g}{V_T}\cos x_{1,k} + \dot{x}_{1d}\right)\right) + \\ & a_1|e_{1,k}||A_1\sigma_{1,k}| + a_1\Gamma_1^{-1}\tilde{A}_{1,k}\dot{\hat{A}}_{1,k} + a_1\Gamma_2^{-1}\tilde{S}_{1,k}\dot{\hat{S}}_{1,k} \leq \\ & a_1e_{1,k}\left(e_{2,k} + a_{1,k} - A_1\left(\frac{g}{V_T}\cos x_{1,k} + \dot{x}_{1d}\right)\right) + \\ & a_1|e_{1,k}|\xi_M + a_1\Gamma_1^{-1}\tilde{A}_{1,k}\dot{\hat{A}}_{1,k} + a_1\Gamma_2^{-1}\tilde{S}_{1,k}\dot{\hat{S}}_{1,k} \leq \\ & a_1e_{1,k}\left(e_{2,k} + a_{1,k} - A_1\left(\frac{g}{V_T}\cos x_{1,k} + \dot{x}_{1d}\right)\right) + \\ & \frac{a_1}{\Delta_k}e_{1,k}^2S + \frac{a_1}{4}\Delta_k + a_1\Gamma_1^{-1}\tilde{A}_{1,k}\dot{\hat{A}}_{1,k} + a_1\Gamma_2^{-1}\tilde{S}_{1,k}\dot{\hat{S}}_{1,k} \end{aligned} \quad (23)$$

将式(11)、式(14)和式(15)代入式(23),得:

$$\dot{V}_{1,k} \leq -a_1c_1e_{1,k}^2 + a_1e_{1,k}e_{2,k} + \frac{a_1}{4}\Delta_k \quad (24)$$

同理,对式(21)和式(22)求导,得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2,k} &= e_{2,k}\dot{e}_{2,k} + \Gamma_3^{-1}\tilde{S}_{2,k}\dot{\hat{S}}_{2,k} + \Gamma_4^{-1}\tilde{a}_{1,k}\dot{\hat{a}}_{1,k} \leq \\ & e_{2,k}\left(e_{3,k} + a_{2,k} + \frac{g}{V_T}\cos x_{1,k} - a_1x_{2,k} - \dot{a}_{1,k}\right) + \\ & \frac{1}{\Delta_k}e_{2,k}^2S + \frac{1}{4}\Delta_k + \Gamma_3^{-1}\tilde{S}_{2,k}\dot{\hat{S}}_{2,k} + \Gamma_4^{-1}\tilde{a}_{1,k}\dot{\hat{a}}_{1,k} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_k &= e_{3,k}\dot{e}_{3,k} + a_3\Gamma_5^{-1}\tilde{S}_{3,k}\dot{\hat{S}}_{3,k} + a_3\Gamma_6^{-1}\tilde{A}_{3,k}\dot{\hat{A}}_{3,k} \leq \\ & a_3e_{3,k}(u_k + A_3(M_a x_{2,k} + M_q x_{3,k} - \dot{\alpha}_{2,k})) + \\ & \frac{a_1}{\Delta_k}e_{1,k}^2S + \frac{a_1}{4}\Delta_k + a_3\Gamma_5^{-1}\tilde{S}_{3,k}\dot{\hat{S}}_{3,k} + \\ & a_3\Gamma_6^{-1}\tilde{A}_{3,k}\dot{\hat{A}}_{3,k} \end{aligned} \quad (26)$$

将式(12)、式(16)和式(17)代入式(25),得:

$$\dot{V}_{2,k} \leq -c_1e_{1,k}^2 - c_2e_{2,k}^2 + e_{2,k}e_{3,k} + \frac{2}{4}\Delta_k \quad (27)$$

将式(13)、式(18)和式(19)代入式(26),得:

$$\dot{V}_k \leq -a_3c_1e_{1,k}^2 - a_3c_2e_{2,k}^2 - a_3c_3e_{3,k}^2 + \frac{3a_3}{4}\Delta_k \quad (28)$$

其中对任意  $r>0$ ,有:

$$mn \leq \frac{1}{r}m^2 + \frac{1}{4}n^2r \quad (r=\Delta_k)。$$

根据假设 6,有  $e_{i,k}(0)^2 = 0 \leq e_{i,k}(T)^2$ ,通过式(26),得:

$$\begin{aligned} V_k(e_{i,k}(0), \hat{A}_{1,k}(T), \hat{A}_{3,k}(T), \hat{a}_{1,k}(T), \hat{S}_{i,k}(T)) &\leq \\ V_k(e_{i,k}(0), \hat{A}_{1,k}(0), \hat{A}_{3,k}(0), \hat{a}_{1,k}(0), \hat{S}_{i,k}(0)) & \\ + \int_0^T \dot{V}_k dt \end{aligned} \quad (29)$$

将式(28)代入式(29),得:

$$\begin{aligned} V_k(e_{i,k}(0), \hat{A}_{1,k}(T), \hat{A}_{3,k}(T), \hat{a}_{1,k}(T), \hat{S}_{i,k}(T)) &\leq \\ V_1(e_{i,1}(0), \hat{A}_{1,1}(0), \hat{A}_{3,1}(0), \hat{a}_{1,1}(0), \hat{S}_{i,1}(0)) - & \\ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k \int_0^T a_3c_i e_{i,j}^2 dt + \frac{3a_3}{4} \sum_{j=1}^k \Delta_j T \end{aligned} \quad (30)$$

令  $V_0 =$

$$\begin{aligned} V_1(e_{i,1}(0), \hat{A}_{1,1}(0), \hat{A}_{3,1}(0), \hat{a}_{1,1}(0), \hat{S}_{i,1}(0)) + & \\ \frac{3a_3}{4} \sum_{j=1}^k \Delta_j T, \text{代入式(30),改写为:} & \\ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k \int_0^T a_3c_i e_{i,j}^2 dt \leq V_0(k) - V_k(e_{i,k}(0), \hat{A}_{1,k}(T), & \\ \hat{A}_{3,k}(T), \hat{a}_{1,k}(T), \hat{S}_{i,k}(T)) \end{aligned} \quad (31)$$

根据引理 1 可得:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} V_0(k) \leq V_1 + \frac{2a}{4}(3a_3)T \quad (32)$$

$V_0(k)$ 有界且

$V_k(e_{i,k}(0), \hat{A}_{1,k}(T), \hat{A}_{3,k}(T), \hat{a}_{1,k}(T), \hat{S}_{i,k}(T)) \geq 0$ ,因此

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^3 \int_0^T a_3c_i e_{i,k}^2 dt = 0 \quad (33)$$

根据式(22),对任意  $k, V_k(t) = V_k(0) +$

$\int_0^t \dot{V}_k(\tau) d\tau$ ,将式(28)代入式(22)得:

$$V_k(t) \leq V_k(0) - \sum_{i=1}^3 \int_0^T a_3c_i e_{i,k}^2 dt + T \frac{3a_3}{4}\Delta_k \quad (34)$$

根据式(33)知,  $\sum_{i=1}^3 \int_0^T a_3c_i e_{i,k}^2 dt$ 有界。由定义 1

可知,  $\Delta_k$ 有界,且  $t \in [0, T]$ ,因此  $T \frac{3a_3}{4}\Delta_k$ 有界。

由式(30)得,对任意  $k, V_k(0, \hat{A}_{1,k}(T), \hat{A}_{3,k}(T), \hat{a}_{1,k}(T), \hat{S}_{i,k}(T))$ 有界,故

$V_k(0, \hat{A}_{1,k}(0), \hat{A}_{3,k}(0), \hat{a}_{1,k}(0), \hat{S}_{i,k}(0)) = V_{k-1}(0, \hat{A}_{1,k-1}(T), \hat{A}_{3,k-1}(T), \hat{a}_{1,k-1}(T), \hat{S}_{i,k-1}(T))$

有界,由此可知,对于任意的  $k, V_k(T)$ 有界,得出  $\hat{A}_{1,k}(T), \hat{A}_{3,k}(T), \hat{a}_{1,k}(T), \hat{S}_{i,k}(T)$ 有界。因此  $u_k$

有界,  $\dot{e}_{i,k} (i=1,2,3)$ 有界,所以  $\dot{e}_{i,k}$ 是一致连续的,故  $\lim_{k \rightarrow \infty} e_{i,k}(t) = 0$ 。

#### 4 仿真分析

根据控制模型式(2),设定理想轨迹  $x_{1d}(t) = 3\sin t$ ,取  $\Delta_1 = 0.01\sin(2t)$ 、 $\Delta_2 = 0.1\cos(2t)$ 、 $\Delta_3 = 0.05\sin t\cos(2t)$ 、 $\bar{L}_0 = -0.1$ 、 $\bar{L}_a = 1$ 、 $\mathbf{M}_a = 0.1$ 、 $\mathbf{M}_q = -0.02$ 、 $\mathbf{M}_\delta = 1$ ,设定稳定航速  $V_T = 200$  m/s, $g$ 取  $9.8$  m/s<sup>2</sup>,模型的初始状态  $x_{1,k}(0) = 0$ 、 $x_{2,k}(0) = 0$ 、 $x_{3,k}(0) = 0$ ,初始输入  $u_k(0) = 0$ 。

根据所设置的参数得到初始误差均为零,且  $\rho_1 = 0.01$ 、 $\rho_2 = 0.1$ 、 $\rho_3 = 0.05$ 。

在满足李雅普诺夫稳定性的条件下,选择控制参数: $S_{1,k}(0) = 0.1$ 、 $S_{2,k}(0) = -0.1$ 、 $S_{3,k}(0) = -0.1$ 、 $A_{1,k}(0) = 1.209$ 、 $c_1 = 1$ 、 $\alpha_{1,k}(0) = 0.901$ 、 $A_{3,k}(0) = 1.4$ 、 $c_2 = 19$ 、 $c_3 = 44$ 、 $\Gamma_1 = 9.9$ 、 $\Gamma_2 = 0.01$ 、 $\Gamma_3 = 0.01$ 、 $\Gamma_4 = 0.001$ 、 $\Gamma_5 = 0.1$ 、 $\Gamma_6 = 0.1$ 。

通过虚拟控制律式(11)~(12)、实际控制律式(13)、参数更新律式(14)~(19)以及给定的初始状态和参数值进行仿真,迭代次数  $k = 50$ ,仿真结果如图2~图7所示。

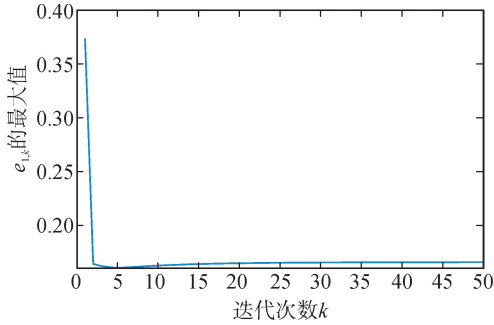


图2  $e_{1,k}$ 随迭代次数的变化曲线图

Fig. 2  $e_{1,k}$  variation curve with the number of iterations

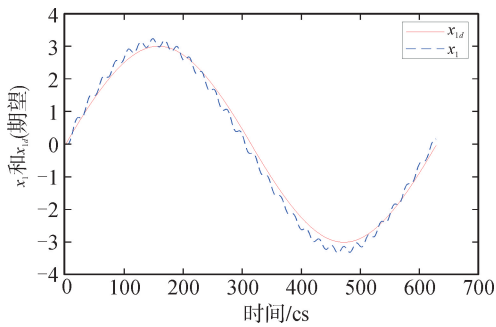


图3 无迭代时飞行器航迹倾角跟踪图  
Fig. 3 Track inclination tracking diagram of aircraft without iteration

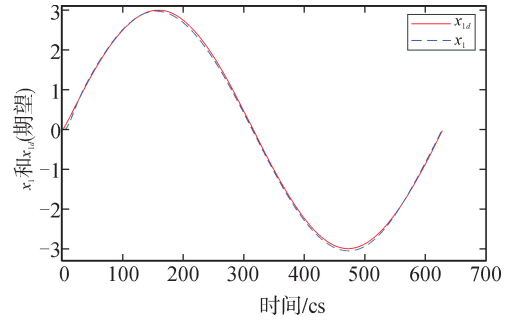


图4 迭代50次后飞行器航迹倾角跟踪图  
Fig. 4 Track inclination tracking diagram of aircraft after 50 iterations

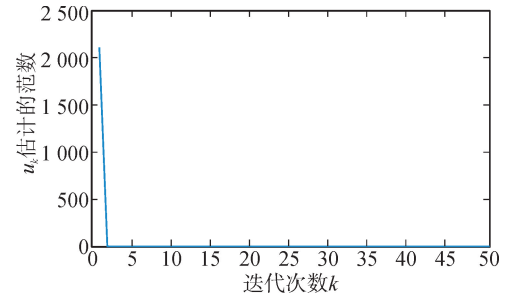


图5 控制输入  $\|u_k\|$  随迭代次数的变化曲线图  
Fig. 5 Control input  $\|u_k\|$  variation curve with iteration times

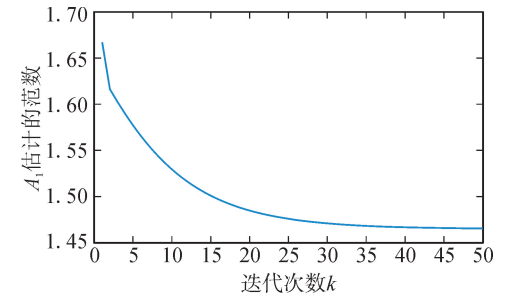


图6  $\|\hat{A}_1\|$ 随迭代次数的变化曲线图  
Fig. 6  $\|\hat{A}_1\|$  variation curve with the number of iterations

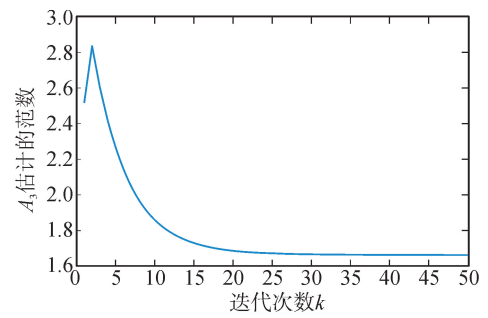


图7  $\|\hat{A}_3\|$ 随迭代次数的变化曲线图  
Fig. 7  $\|\hat{A}_3\|$  variation curve with the number of iterations

图 2 中误差随着迭代次数的增加逐渐趋于零,也证明了通过增加迭代次数,飞行器航迹倾角跟踪理想目标的精度越来越高。图 3 和图 4 的轨迹对比验证了飞行器航迹倾角在迭代 50 次后较无迭代时的跟踪效果更精确。图 5~图 7 中控制律和参数更新律随迭代次数的变化值在 $[0, 2\pi]$ 上都是有界的。图 2~图 7 的仿真结果进一步验证了本文控制方法的正确性和有效性。

## 5 结 语

本文利用自适应迭代学习控制的方法对飞行器航迹倾角进行有限时间跟踪控制。通过调整相关参数,自适应迭代控制方法使得具有不确定项的飞行器航迹角系统能够实现有限时间高精度跟踪。针对该系统模型,采用收敛级数序列处理系统未知项,并通过反演设计的方法设计实际控制律。基于 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计的控制器以及参数更新律在 $[0, T]$ 上有界,并且系统的跟踪误差随着迭代次数的增加完全收敛于零。最后通过仿真验证了自适应迭代学习控制方法设计的控制器应用到飞行器航迹系统的有效性,成功实现了通过舵面偏角来控制航迹倾角的目的。

### 参考文献:

- [1] WOO J W, AN J Y, CHO M G, et al. Integration of path planning, trajectory generation and trajectory tracking control for aircraft mission autonomy[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 118: 107014.
- [2] OMAR M, XU Limei, HUANG Ya, et al. Observer-based fixed-time continuous nonsingular terminal sliding mode control of quadrotor aircraft under uncertainties and disturbances for robust trajectory tracking: theory and experiment [J]. *Control Engineering Practice*, 2021, 111: 104806.
- [3] 董金鲁. 襟翼飞行器非线性控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2021.  
DONG Jinlu. Research on nonlinear control method of flap aircraft [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.
- [4] 郑文全. 变体飞行器的非线性控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2021.  
ZHENG Wenquan. Research on nonlinear control method of variant aircraft [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.
- [5] 张帅,王志萍,夏飞. 四旋翼飞行器姿态的非线性控制仿真研究[J]. *计算技术与自动化*, 2017, 36(3):1-5.  
ZHANG Shuai, WANG Zhiping, XIA Fei. Research on nonlinear control simulation of quad-rotor attitude[J]. *Computing Technology and Automation*, 2017, 36(3): 1-5.
- [6] ORDAZ P, ESPINOZA E S, MUNOZ F, et al. Non-linear control and trajectory tracking of an unmanned aircraft system based on a complete state space representation[J]. *IFAC-Papers OnLine*, 2018, 51(13): 561-566.
- [7] SULAKSHAN R A, SACHIT R. Effect of control saturation on the tracking of longitudinal states of an aircraft[J]. *IFAC-Papers OnLine*, 2016, 49(1):573-578.
- [8] SU Shanwei, LIN Yan. Robust output tracking control of VTOL aircraft without velocity measurements[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2011, 44(1):13846-13851.
- [9] LU Yao. Disturbance observer-based backstepping control for hypersonic flight vehicles without use of measured flight path angle[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(2):396-406.
- [10] LIU Yang, DONG Chaoyang, ZHANG Wenqiang, et al. Phase plane design based fast altitude tracking control for hypersonic flight vehicle with angle of attack constraint[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(2):490-503.
- [11] FENG Yue, WANG Yongshun, SUN Zonghua, et al. Robust modification of nonlinear L1 adaptive flight control system via noise attenuation[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 117: 106938.
- [12] VV C. Adaptive control systems: techniques and applications[M]. Boca Raton: CRC Press, 2017.
- [13] MCRUER D, ASHKENAS I, GRAHAM D. Aircraft dynamics and automatic control[M]. Princeton: Princeton University Press, 2014.
- [14] 文成徐,江驹,余朝军,等. 高超声速飞行器超螺旋滑模自适应控制[J]. *电光与控制*, 2020, 27(2):1-5.  
WEN Chengyu, JIANG Ju, YU Zhaojun, et al. Super-twisting sliding mode adaptive control of hypersonic vehicle [J]. *Electronics Optics & Control*. 2020, 27(2): 1-5.
- [15] 张远,董希旺,李清东,等. 参数不确定的高超滑翔飞行器自适应控制[J]. *控制工程*, 2019, 26(5): 903-909.  
ZHANG Yuan, DONG Xiwang, LI Qingdong, et al. Adaptive control for hypersonic gliding vehicles with unknown parameters [J]. *Control Engineering of China*, 2019, 26(5): 903-909.
- [16] WANG Jie, WANG Ping, MA Xiao. Adaptive event-triggered control for quadrotor aircraft with output constraints[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 105: 105935.

- [17] ARIMOTO S, KAWAMUR S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984,1(2):123-140.
- [18] ZHANG Chunli, LI Junmin. Adaptive iterative learning control for nonlinear time-delay systems with periodic disturbances using FSE-neural network[J]. *International Journal of Automation and Computing* 2011, 8(4): 403-410.
- [19] ZHANG Chunli, LI Junmin. Adaptive iterative learning control for nonlinear pure-feedback systems with initial state error based on fuzzy approximation[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(3): 1483-1500.
- [20] ZHANG Chunli, LI Junmin. Adaptive iterative learning control of non-uniform trajectory tracking for strict feedback nonlinear time-varying systems with unknown control direction[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39: 2942-2950.
- [21] ZHANG Chunli, TIAN Xu, YAN Lei. FLS-based nonuniform trajectory tracking AILC for uncertain nonlinear systems with nonsymmetric dead-zone input and initial state error[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 1: 1-9.
- [22] YU Qiongxia, HOU Zhongsheng, CHI Ronghu. Adaptive iterative learning control for nonlinear uncertain systems with both state and input constraints[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(15): 3920-3943.
- [23] ZENG Chun, SHEN Dong, WANG Jinrong. Adaptive learning tracking for uncertain systems with partial structure information and varying trial lengths [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(15): 7027-7055.
- [24] XU Qingyuan, LI Ya, CHENG Jing, et al. Discrete-time adaptive ILC for uncertain systems with unknown nonlinear dead zone inputs and control directions[C]. Liuzhou: 2020 IEEE 9th Data Driven Control and Learning Systems Conference, 2020.
- [25] SHARMA M, WARD D G. Flight-path angle control via neuro-adaptive backstepping [C]. *Proceeding American Control Conference*, 2002.
- [26] ZHU Sheng, SUN Mingxuan, HE Xiongxiang. Iterative learning control of strict-feedback nonlinear time-varying systems[J]. *Acta Automat Sinica*, 2010, 36(3):454-458.

(责任编辑 周 蓓)

(上接第 68 页)

- [16] WANG G J, DUAN J Y. On robustness of the full implication triple I inference method with respect to finer measurements [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2014, 55(3):787-796.
- [17] 赵彬,于鹏. 多值逻辑中基于 Camberra 模糊距离的计量化方法[J]. *电子学报*, 2018, 46(10):2305-2315. ZHAO Bin, YU Peng. A kind of quantitative method based on camberra fuzzy distance in multiple-valued logic[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(10): 2305-2315.
- [18] 李骏,姚锦涛. 命题逻辑系统 SMTL 中公式的积分真度理论[J]. *电子学报*, 2013, 41(5): 878-883. LI Jun, YAO Jintao. Theory of integral truth degrees of formula in SMTL propositional logic [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(5): 878-883.
- [19] BELIAKOV G, PRADERA A, CALVO T. Aggregation functions: a guide for practioners[M]. Heidelberg: *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2007.
- [20] WANG W Q, XIN X L. Distance measure between intuitionistic fuzzy sets[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2005, 26(13): 2063-2069.
- [21] SZMIDT E. Distances and similarities in intuitionistic fuzzy sets [M]. Cham: *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2014.
- [22] YE J. Fault diagnosis of turbine based on fuzzy cross entropy of vague sets[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(4): 8103-8106.
- [23] YE J. Vector similarity measures of simplified neutrosophic sets and their application in multicriteria decision making[J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2014, 16(2): 204-211.

(责任编辑 周 蓓)