

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2023.04.014

<https://xuebao.xaut.edu.cn>

引文格式:李涛,吴丽杰,续辰,杨玉坤,吴雨婷.考虑不同岩土抗力的加锚双排桩受力变形计算[J].西安理工大学学报,2023,39(4):576-585.

LI Tao, WU Lijie, XU Chen, YANG Yukun, WU Yuting. Stress calculation and analysis of double row pile supporting structure with anchor in deep foundation pit considering pile anchor cooperation[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2023,39(4): 576-585.

考虑不同岩土抗力的加锚双排桩受力变形计算

李涛, 吴丽杰, 续辰, 杨玉坤, 吴雨婷

(中国矿业大学(北京)力学与土木工程学院,北京 100083)

摘要:针对已有加锚双排桩计算模型对桩后滑裂面以下岩土层抗力处理的不足,考虑桩锚协同并将剪切滑裂角折减确定了滑裂面位置。然后将作用在前后排桩滑裂面以下的岩土抗力参数进行分段计算,最后采用分段坐标法推导建立了前后桩桩体挠度微分方程,并与成都音乐厅基坑现场监测数据进行了对比。结果表明:该模型计算结果与实测结果较为吻合,特别是对后排桩的受力分析使后排桩桩身位移曲线更贴合实测结果;剪切滑裂面位置对桩体变形影响较大,当剪切滑裂角按1.29的折减系数计算时桩身位移更贴近实测数据。

关键词:深基坑;双排桩;土抗力;弹性地基梁;受力变形计算

中图分类号: TU473

文献标志码: A

文章编号: 1006-4710(2023)04-0576-10

Stress calculation and analysis of double row pile supporting structure with anchor in deep foundation pit considering pile anchor cooperation

LI Tao, WU Lijie, XU Chen, YANG Yukun, WU Yuting

(School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083)

Abstract: In view of the deficiency of the existing calculation model of anchored double row pile in dealing with the resistance of rock and soil layer below the sliding surface behind the pile, the position of the sliding surface is determined by considering the coordination of pile and anchor and reducing the shear sliding angle. Then, the geotechnical resistance parameters acting below the sliding surface of the front and rear rows of piles are calculated in sections. Finally, the differential equation of the deflection of the front and rear piles is deduced and established by using the piecewise coordinate method, and compared with the field monitoring data of the foundation pit of Chengdu concert hall. The results show that the calculated results of the model are in good agreement with the measured results, and especially the stress analysis of the rear pile makes the displacement curve of the rear pile more consistent with the measured results. The position of the shear slip surface has a great influence on the pile deformation. When the shear slip angle is calculated according to the reduction coefficient of 1.29, the pile displacement is closer to the measured data.

Key words: deep foundation pit; double row pile; soil resistance; beam on elastic foundation; stress deformation calculation

收稿日期: 2022-02-16; 网络首发日期: 2023-05-22

网络首发地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20230519.1417.002.html>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51508556); 越崎青年学者资助项目(800015z1166); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2020YJSLJ14)

通信作者: 李涛,男,博士,副教授,研究方向为城市地下工程。E-mail: litaocumtb@163.com

随着城市地下工程的日益发展,单一的悬臂双排桩支护已无法满足日益复杂的基坑工程。组合体系的双排桩特别是加锚双排桩复合结构自身稳定性更好,更能提高深基坑稳定性、实现桩身内力自我调节^[1-3]。

针对双排桩支护结构,何颐华等^[4]基于极限平衡法和土拱效应将桩后主被动土压力人为分配,提出土体积比例系数法。黄凭等^[5]在何颐华研究的基础上,考虑滑裂面对桩后土压力的影响,在滑裂面以下用“ m ”法计算土抗力。郑刚等^[6]认为人为分配土压力破坏了双排桩整体性,没考虑水平荷载传递机理,故将桩间土视为水平弹簧,提出平面杆系有限元模型。刘泉声等^[7]针对模型关键土压力分布计算和弹性抗力系数进行了研究,将支护结构整体单元、节点进行离散分析,采用位移反分析法优化抗力系数取值。杨光华等^[8]为改进桩间土等效为弹簧时结构受力变形偏大的缺陷,在前后桩之间增加等效土柱刚度,对土弹簧刚度进行了分析。齐志刚等^[9]将现有平面刚架、杆系有限元模型进行分析对比,提出将双排桩及桩间土视为空间等代桁架的空间等代桁架模型。张玲等^[10]以欧拉-伯努利双层梁理论考虑前后桩相互作用,建立了分段挠曲度方程进行求解。针对实际施工对桩土作用的影响,Yu等^[11]推导了将CTD(建筑时间延迟)考虑到前后桩弯矩中的解析解。Wang等^[12]将CTD作为设计参数,建立了双排稳定桩的FOS分析模型。Li等^[13]推导了双排桩在不同桩位下所提供的抗力,建立了考虑多级潜在滑移面的多排桩最优位置分析框架。针对加锚双排桩支护结构,阿比尔的等^[14-16]建立数值模型分析了双排桩-锚索支护结构的位移内力变化规律。王鸿运等^[17]通过结合现场实测,对基坑变形性状及影响范围进行了讨论。

上述研究表明双排桩在城市地下工程广泛应用,理论分析取得长足进步。但在不同岩土体水平抗力研究方面尚需进一步完善。基于此,提出了一种考虑锚索与桩身变形协调下,分段讨论桩体滑裂面以下前后排桩岩土抗力分布函数的计算模型。该模型将锚索等效为水平弹簧支座,桩身按锚索施作位置、剪切滑裂面、岩土分界面进行分段,各段分别建立挠曲度方程进行求解。并与前人研究成果以及工程实测值进行对比,表明了计算方法的适用性,可为其相似工程提供参考。

1 计算模型的建立

1.1 计算模型与基本假定

为研究加锚双排桩支护结构,得到前后排桩的

桩身挠曲度方程,做出如下假设。

1) 前后桩视为竖向放置带水平弹性的支座,桩底与岩体间受铰接作用。

2) 连梁为绝对刚性体,不产生压缩与拉伸,与前后排桩桩顶的连接均为刚性^[10]。

3) 支护体系中锚索假设为水平弹性支座,设锚索锁定时预应力为 R_{01} ,考虑到锚索短期预应力损失,则 $R = (1 - \epsilon)R_{01} + K_T y$ 。其中 ϵ 为锚索预应力损失率, K_T 为锚索的刚性系数, y 为锚拉处前排桩实际桩体水平弹性变形,分段计算中将 R 作为边界条件来考虑^[18]。

4) 桩体分段建立挠曲度方程,分段点根据前后排桩的滑裂面位置,锚索施作位置以及岩土分界面来考虑。

本文计算模型分析同平面弹性地基梁法,故加锚双排桩计算模型见图1。

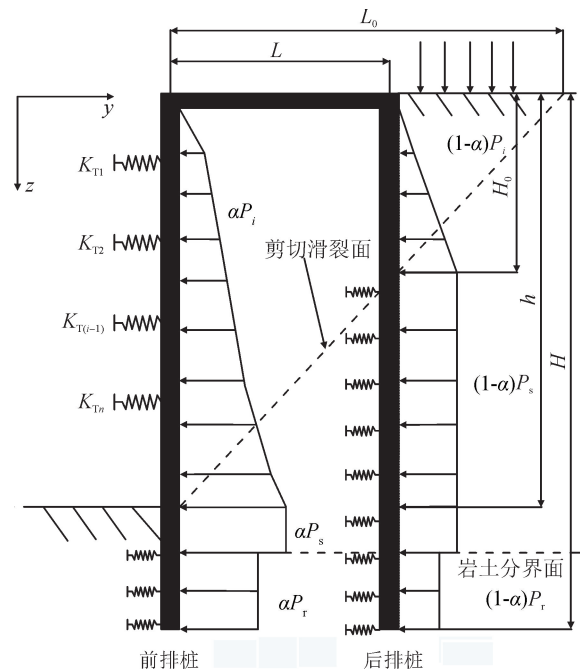


图1 计算模型

Fig. 1 Calculation model

1.2 计算模型受力分析

1.2.1 桩后主动土压力计算

结合深基坑工程的特点及加锚双排桩支护结构的受力特性,将桩体按一假设剪切滑裂面进行分段^[5]。桩后滑裂面以上任一段桩体整体主动土压力计算公式为:

$$P_i = \left[\left(F + \sum_{n=1}^{k-1} \gamma_n H_n + \gamma_k Z_k \right) K_{ak} - 2C_k \sqrt{K_{ak}} \right] b \quad (1)$$

式中: b 为桩间距; F 为地面超载; P_i 为第 i 段桩体

上整体主动土压力大小; γ_n 为第 n 层土的天然重度; H_n 为第 n 层土的厚度; Z_k 为第 i 段桩体上最后一层土的厚度; C_k 为第 i 段桩体上最后一层土的粘聚力; K_{ak} 为第 i 段桩体上最后一层土的 Rankine 土压力系数。

桩后滑裂面以下整体主动岩土压力大小按矩形分布来考虑,并按岩土分层将其分为 P_s 和 P_r 来计算。 P_s 、 P_r 分别为土层与岩层中对桩身的水平作用力。

依据极限平衡法假设的剪切滑裂面从前排桩基底起,并沿着与水平方向夹角为 $45^\circ + \varphi/2$ 的方向进行延伸,剪切滑裂角结合工程实际情况按一定折减系数进行取值^[19]:

$$\varphi_e = \arctan\left(\frac{\tan\varphi}{F_V}\right) \quad (2)$$

式中: F_V 为折减系数; φ 为土体内摩擦角; φ_e 为对应折减系数 F_V 的土体的内摩擦角。

根据滑裂面位置来进行主动岩土压力的分配,分配系数为:

$$\alpha = \frac{2L}{L_0} - \left(\frac{L}{L_0}\right)^2 \quad (3)$$

式中: α 为土体比例系数; L 为排距; L_0 为剪切滑裂面延伸至地面时距前排桩桩顶的距离。

前排桩滑裂面以上主动岩土压力为:

$$P_{bi} = \alpha P_i \quad (4)$$

前排桩滑裂面以下主动岩土压力为:

$$P_{bs} = \alpha P_s \quad (5)$$

$$P_{br} = \alpha P_r \quad (6)$$

后排桩滑裂面以上主动岩土压力为:

$$P_{ai} = (1 - \alpha) P_i \quad (7)$$

后排桩滑裂面以下主动岩土压力为:

$$P_{as} = (1 - \alpha) P_s \quad (8)$$

$$P_{ar} = (1 - \alpha) P_r \quad (9)$$

式中: P_{bi} 、 P_{ai} 分别为前后排桩滑裂面以上对桩作用力; P_{bs} 、 P_{as} 分别为前后排桩滑裂面以下土层中对桩作用力; P_{br} 、 P_{ar} 分别为前后排桩滑裂面以下岩层中对桩作用力

1.2.2 土抗力分析计算

分析规范法中双排桩土抗力计算发现,规范法^[20]虽然将土抗力按前排桩嵌固端及双排桩桩间土进行分类计算,且考虑了不同土层对抗力的影响,但其将每层岩土抗力计算为定值,忽略了入土深度对土抗力的影响。双排桩桩间土水平抗力系数的取值也欠妥,将水平抗力系数计算为桩间土压缩模量与其宽度的比值,视为一常量,但实际中土的压缩系

数随着入土深度的增加而变化,不能简化为常量。且对岩土复合地层来说,土抗力参数的取值在岩土分界面会发生突变,不再为连续分布的作用形式。

因此,本文对土抗力取值进行分段讨论,考虑入土深度,成层岩土性质等因素的影响,土抗力分布见图 2。

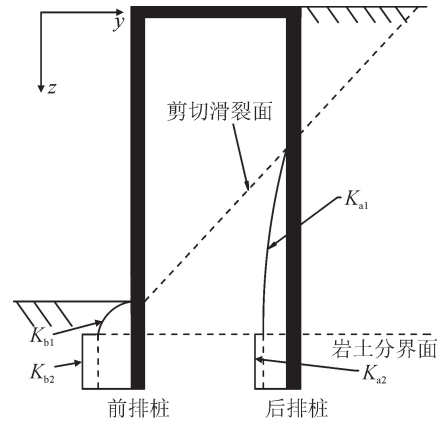


图 2 前后桩土抗力分布

Fig. 2 Distribution of pile-soil resistance before and after

前排桩土抗力分为两段来计算,分段点为土与岩层的分界面^[18]。前排桩滑裂面以下土层的抗力系数为假设其与入土深度呈 x 次幂级数的指数分布,故其抗力系数的分布函数为:

$$K_{b1} = m_s z_b^x \quad (10)$$

式中 m_s 为土层中土抗力比例系数,取值可以根据现场试验获得。根据规范法^[21]本文计算时取 x 为 1.0。

岩层中的抗力系数由于岩体本身埋深大,强度高,通常土抗力比例系数取为常数,其抗力系数分布函数为:

$$K_{b2} = m_r \quad (11)$$

式中 m_r 为岩层中抗力比例系数,根据现场地勘报告或现场试验来选取。

所以,前排桩岩土抗力分布函数为:

$$P_b(y, z) = \begin{cases} m_s z_b^x b_0 y_b, & z \leq h_s \\ m_r b_0 y_b, & z > h_s \end{cases} \quad (12)$$

式中: h_s 为滑裂面以下桩后土层分布高度; y_b 为前排桩桩身位移; b_0 为排桩计算宽度,其参考《建筑桩基技术规范》进行合理取值。

后排桩滑裂面以下分布的岩土抗力也应分段考虑。后排桩所受土抗力为桩间土受挤压造成的,其土层部分抗力水平系数应结合桩间土压缩模量来考虑,故假设后排桩滑裂面以下土层抗力系数分布函数为桩间土水平压缩模量与深度 z 成 n 次幂的指数函数^[22]:

$$K_{a1} = \frac{E_s}{S_y - d} z_a^x \quad (13)$$

式中: E_s 为成层土的压缩模量; S_y 为排距; d 为桩径。

后排桩岩层部分,仍按前排桩上岩层抗力的处理方式来处理:

$$K_{a2} = m_r \quad (14)$$

所以,后排桩上抗力分布函数为:

$$P_a(y, z) = \begin{cases} \frac{E_s}{S_y - d} z_a^x b_0 y_a, & z \leq h_s \\ m_r b_0 y_a, & z > h_s \end{cases} \quad (15)$$

式中 y_a 为后排桩桩身位移。

1.2.3 水平弹簧支座受力分析

本文将锚索作为水平弹性支座来考虑,考虑其初期张拉锁定时预应力的损失^[23]。预应力损失的考虑,规范中建议锚索锁定时预应力取设计锁定值的 1.1~1.15 倍^[20],但实际中锚索预应力损失根据锚固段锚固在不同岩土层,损失率也有所不同,故本文考虑土层与岩层中预应力损失的不同来进行分析。

1.3 桩身挠曲度方程的建立与求解

加锚双排桩复合支护结构的前、后排桩受力情况见图 3。

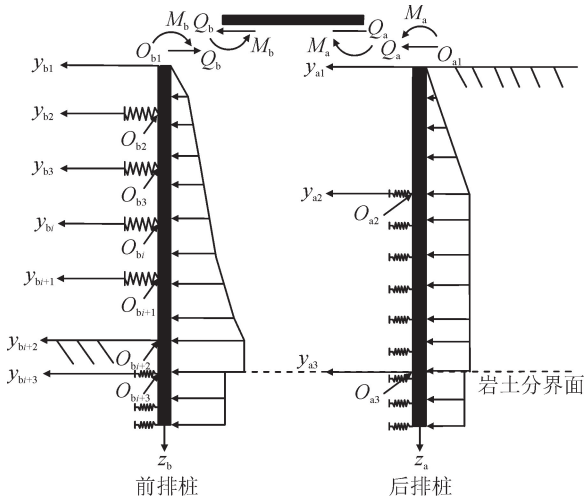


图 3 加锚双排桩受力分析

Fig. 3 Stress analysis of double row piles with anchor cables

1.3.1 滑裂面以上桩体挠曲方程的建立

滑裂面以上主要受土体滑动作用,由于加锚双排桩支护结构受力变形更为复杂,本文将桩体分段,每段建立独立坐标系进行求解运算。若双排桩上锚固有 f 道锚索时,则滑裂面以上部分前排桩桩体可被分为 $f+1$ 段桩单元体,前后排桩滑裂面以上第 i 段桩体受力变形见图 4。

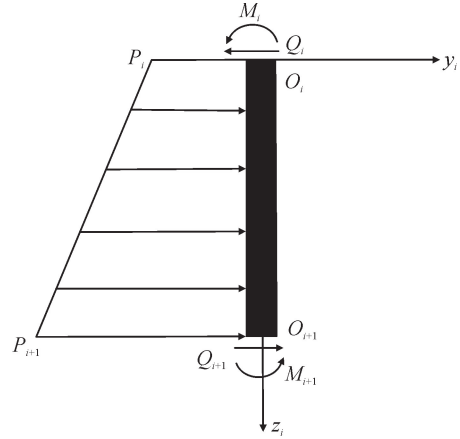


图 4 第 i 段桩体受力图

Fig. 4 Stress diagram of section i pile

根据弹性地基梁理论^[24],建立桩身挠曲度方程,前排桩滑裂面以上各段桩挠曲方程为:

$$EI \frac{d^4 y_{bi}}{dz_{bi}^4} = \alpha q_i \quad (16)$$

后排桩滑裂面以上各段桩的挠曲方程:

$$EI \frac{d^4 y_{ai}}{dz_{ai}^4} = (1 - \alpha) q_i \quad (17)$$

式(16)~(17)中, $q_i = p_{i+1} - p_i$,且均为四阶常微分线性方程,前排桩 i 取 $1, 2, \dots, f+1$,后排桩 i 取 1 。通过连续积分即可得到通解。故式(16)的通解可表示为:

$$\begin{cases} y_{bi} = A_{bi} + B_{bi} z_{bi} + C_{bi} z_{bi}^2 + D_{bi} z_{bi}^3 + \frac{\alpha}{EI} \left(\frac{p_i z_{bi}^4}{24} + \frac{n_i z_{bi}^5}{120} \right) \\ \theta_{bi} = B_{bi} + 2C_{bi} z_{bi} + 3D_{bi} z_{bi}^2 + \frac{\alpha}{EI} \left(\frac{p_i z_{bi}^3}{6} + \frac{n_i z_{bi}^4}{24} \right) \\ M_{bi} = 2C_{bi} z_{bi} EI + 6D_{bi} z_{bi} EI + \frac{\alpha}{EI} \left(\frac{p_i z_{bi}^2}{2} + \frac{n_i z_{bi}^3}{6} \right) \\ Q_{bi} = 6D_{bi} EI + \alpha \left(p_i z_{bi} + \frac{n_i z_{bi}^2}{2} \right) \end{cases} \quad (18)$$

式(17)的通解可以表示为:

$$\begin{cases} y_{ai} = A_{ai} + B_{ai} z_{ai} + C_{ai} z_{ai}^2 + D_{ai} z_{ai}^3 + \frac{1-\alpha}{EI} \left(\frac{P_i z_{ai}^4}{24} + \frac{n_i z_{ai}^5}{120} \right) \\ \theta_{ai} = B_{ai} + 2C_{ai} z_{ai} + 3D_{ai} z_{ai}^2 + \frac{1-\alpha}{EI} \left(\frac{P_i z_{ai}^3}{6} + \frac{n_i z_{ai}^4}{24} \right) \\ M_{ai} = 2C_{ai} EI + 6D_{ai} z_{ai} EI + (1-\alpha) \left(\frac{P_i z_{ai}^2}{2} + \frac{n_i z_{ai}^3}{6} \right) \\ Q_{ai} = 6D_{ai} EI + (1-\alpha) \left(P_i z_{ai} + \frac{n_i z_{ai}^2}{2} \right) \end{cases} \quad (19)$$

前后排桩通解中, n_i 表示每个桩段梯形荷载的大小,其表示为 $n_i = (p_{i+1} - p_i)/h_i$ 。

1.3.2 滑裂面以下桩体挠曲方程的建立

根据前面的分段条件,将滑裂面以下桩体分为

两段即岩层与土层进行受力分析见图 5。

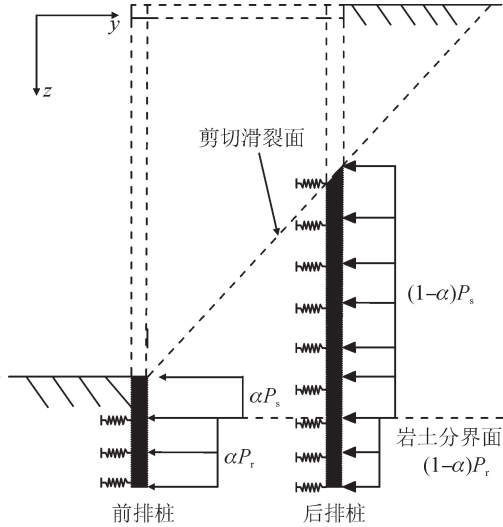


图 5 滑裂面以下桩身受力分析

Fig. 5 Stress analysis of pile body below sliding surface

在土层中,根据弹性地基梁理论建立挠度方程,前排桩方程为:

$$EI \frac{d^4 y_{bs}}{dz_{bs}^4} = \alpha P_s - m_s z_{bs}^x b_0 y_{bs} \quad (20)$$

后排桩方程为:

$$EI \frac{d^4 y_{as}}{dz_{as}^4} = (1 - \alpha) P_s - \frac{E_s}{s_y - d} z_{as}^x b_0 y_{as} \quad (21)$$

上述两式中, y_{bs} , y_{as} 分别代表前后排桩在滑裂面以下土层的桩身水平位移。

上述两方程为四阶非齐次非线性常微分方程,通过常规的连续积分无法求得解析解,故采用幂级数法进行求解。

求解中借助初参数法,设滑裂面处前排桩位移,转角,剪力,弯矩为 $y_{b0}, \varphi_{b0}, Q_{b0}, M_{b0}$ 。滑裂面处后排桩位移,转角,剪力,弯矩为 $y_{a0}, \varphi_{a0}, Q_{a0}, M_{a0}$ 。

则前排桩解析解为:

$$\begin{cases} y_{bs} = y_{b0} A(\beta_b z_{bs}) + \frac{\varphi_{b0}}{\beta_b} B(\beta_b z_{bs}) + \frac{M_{b0}}{\beta_b^2 EI} C(\beta_b z_{bs}) + \frac{Q_{b0}}{\beta_b^3 EI} D(\beta_b z_{bs}) + \frac{\alpha P_s}{\beta_b^4 EI} E(\beta_b z_{bs}) \\ \theta_{bs} = y_{b0} \beta_b A'(\beta_b z_{bs}) + \varphi_{b0} B'(\beta_b z_{bs}) + \frac{M_{b0}}{\beta_b EI} C'(\beta_b z_{bs}) + \frac{Q_{b0}}{\beta_b^2 EI} D'(\beta_b z_{bs}) + \frac{\alpha P_s}{\beta_b^3 EI} E'(\beta_b z_{bs}) \\ M_{bs} = y_{b0} \beta_b^2 A''(\beta_b z_{bs}) EI + (\beta_b z_{bs}) EI + M_{b0} C''(\beta_b z_{bs}) + \frac{Q_{b0}}{\beta_b} D''(\beta_b z_{bs}) + \frac{\alpha P_s}{\beta_b^2} E''(\beta_b z_{bs}) \\ Q_{bs} = y_{b0} \beta_b^3 A'''(\beta_b z_{bs}) EI + \varphi_{b0} \beta_b^2 B'''(\beta_b z_{bs}) EI + M_{b0} \beta_b C'''(\beta_b z_{bs}) + Q_{b0} D'''(\beta_b z_{bs}) + \frac{\alpha P_s}{\beta_b} E'''(\beta_b z_{bs}) \end{cases} \quad (22)$$

后排桩解析解为:

$$\begin{cases} y_{as} = y_{a0} A(\beta_a z_{as}) + \frac{\varphi_{a0}}{\beta_a} B(\beta_a z_{as}) + \frac{M_{a0}}{\beta_a^2 EI} C(\beta_a z_{as}) + \frac{Q_{b0}}{\beta_b^3 EI} D(\beta_a z_{as}) + \frac{(1 - \alpha) P_s}{\beta_a^4 EI} E(\beta_a z_{as}) \\ \theta_{as} = y_{a0} \beta_a A'(\beta_a z_{as}) + \varphi_{a0} B'(\beta_a z_{as}) + \frac{M_{a0}}{\beta_a EI} C'(\beta_a z_{as}) + \frac{Q_{a0}}{\beta_a^2 EI} D'(\beta_a z_{as}) + \frac{(1 - \alpha) P_s}{\beta_a^3 EI} E'(\beta_a z_{as}) \\ M_{as} = y_{a0} \beta_a^2 A''(\beta_a z_{as}) EI + \varphi_{a0} \beta_a B''(\beta_a z_{as}) EI + M_{a0} C''(\beta_a z_{as}) + \frac{Q_{a0}}{\beta_a} D''(\beta_a z_{as}) + \frac{(1 - \alpha) P_s}{\beta_a^2} E''(\beta_a z_{as}) \\ Q_{as} = y_{a0} \beta_a^3 A'''(\beta_a z_{as}) EI + \varphi_{a0} \beta_a^2 B'''(\beta_a z_{as}) EI + M_{a0} \beta_a C'''(\beta_a z_{as}) + Q_{a0} D'''(\beta_a z_{as}) + \frac{(1 - \alpha) P_s}{\beta_a} E'''(\beta_a z_{as}) \end{cases} \quad (23)$$

式(22)~(23)中, $y_{bs}, \theta_{bs}, M_{bs}, Q_{bs}$ 以及 $y_{as}, \theta_{as}, M_{as}, Q_{as}$ 为前后排桩在滑裂面以下土层中的位移,弯矩,剪力,转角,其中 β_b, β_a 为桩身位移系数,其计算公式为:

$$\begin{cases} \beta_b = (m_s b_0 / EI)^{1/(4+1/n)} \\ \beta_a = ((E_s b_0) / (S_y - d) EI)^{1/(4+1/n)} \end{cases} \quad (24)$$

式中 $A(\beta z), B(\beta z), C(\beta z), D(\beta z), E(\beta z)$ 为解析解的系数,其方程为:

$$\begin{cases} A(\beta z) = 1 + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s n^{4s} (\beta z)^{\frac{(4n+1)s}{n}}}{\prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^4 [(4n+1)i - (j-4)n]} \\ B(\beta z) = \beta z + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s n^{4s} (\beta z)^{\frac{(4n+1)s+1}{n}}}{\prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^4 [(4n+1)i - (j-3)n]} \\ C(\beta z) = \frac{1}{2} (\beta z)^2 + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s n^{4s} (\beta z)^{\frac{(4n+1)s+2}{n}}}{\prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^4 [(4n+1)i - (j-2)n]} \\ D(\beta z) = \frac{1}{6} (\beta z)^3 + \frac{1}{6} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s n^{4s} (\beta z)^{\frac{(4n+1)s+3}{n}}}{\prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^4 [(4n+1)i - (j-1)n]} \\ E(\beta z) = \frac{1}{24} (\beta z)^4 + \frac{1}{24} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s n^{4s} (\beta z)^{\frac{(4n+1)s+4}{n}}}{\prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^4 [(4n+1)i - jn]} \end{cases} \quad (25)$$

在岩体中,根据弹性地基梁理论建立挠度方程 则前排桩方程为:

$$EI \frac{d^4 y_{br}}{dz_{br}^4} = \alpha P_r - m_r b_0 y_{br} \quad (26)$$

后排桩方程为:

$$EI \frac{d^4 y_{ar}}{dz_{ar}^4} = (1 - \alpha) P_r - m_r b_0 y_{ar} \quad (27)$$

式(26)~(27)中, P_r 为双排桩滑裂面以下岩层中作用力,上述两方程为四阶非齐次线性常微分方程,通过常规的积分便可求解,求解中借助初参数法,假设岩土分界面处前排桩位移,转角,剪力,弯矩为 $y_{b1}, \varphi_{b1}, Q_{b1}, M_{b1}$, 后排桩位移,转角,剪力,弯矩为 $y_{a1}, \varphi_{a1}, Q_{a1}, M_{a1}$ 。故两式的解析解为:

$$\left\{ \begin{aligned} y_{br} &= y_{b1} A_2(\delta z_{br}) + \frac{\varphi_{b1}}{\delta} B_2(\delta z_{br}) + \frac{M_{b1}}{\delta^2 EI} C_2(\delta z_{br}) + \\ &\frac{Q_{b1}}{\delta^3 EI} D_2(\delta z_{br}) + \frac{\alpha P_r}{m_r b_0} \\ \theta_{br} &= -y_{b1} \delta D_2(\delta z_{br}) + \varphi_{b1} A_2(\delta z_{br}) + \frac{M_{b1}}{\delta EI} B_2(\delta z_{br}) + \\ &\frac{Q_{b1}}{\delta^2 EI} C_2(\delta z_{br}) \\ M_{br} &= -y_{b1} \delta^2 C_2(\delta z_{br}) EI + \varphi_{b1} \delta D_2(\delta z_{br}) + \\ &\frac{M_{b1}}{\delta} A_2(\delta z_{br}) + \frac{Q_{b1}}{\delta} B_2(\delta z_{br}) \\ Q_{br} &= -y_{b1} \delta^3 B_2(\delta z_{br}) EI - \varphi_{b1} \delta^2 C_2(\delta z_{br}) EI - \\ &M_{b1} \delta D_2(\delta z_{br}) + Q_{b1} A_2(\delta z_{br}) \\ y_{ar} &= y_{a1} A_2(\delta z_{ar}) + \frac{\varphi_{a1}}{\delta} B_2(\delta z_{ar}) + \frac{M_{a1}}{\delta^2 EI} C_2(\delta z_{ar}) + \\ &\frac{Q_{a1}}{\delta^3 EI} D_2(\delta z_{ar}) + \frac{(1 - \alpha) P_r}{m_r b_0} \\ \theta_{ar} &= -y_{a1} \delta D_2(\delta z_{ar}) + \varphi_{a1} A_2(\delta z_{ar}) + \frac{M_{a1}}{\delta EI} B_2(\delta z_{ar}) + \\ &\frac{Q_{a1}}{\delta^2 EI} C_2(\delta z_{ar}) \\ M_{ar} &= -y_{a1} \delta^2 C_2(\delta z_{ar}) EI + \varphi_{a1} \delta D_2(\delta z_{ar}) + \\ &\frac{M_{a1}}{\delta} A_2(\delta z_{ar}) + \frac{Q_{a1}}{\delta} B_2(\delta z_{ar}) \\ Q_{ar} &= -y_{a1} \delta^3 B_2(\delta z_{ar}) EI - \varphi_{a1} \delta^2 C_2(\delta z_{ar}) EI - \\ &M_{a1} \delta D_2(\delta z_{ar}) + Q_{a1} A_2(\delta z_{ar}) \end{aligned} \right. \quad (28)$$

式中: $y_{br}, \theta_{br}, M_{br}, Q_{br}$ 以及 $y_{ar}, \theta_{ar}, M_{ar}, Q_{ar}$ 为前后排桩在滑裂面以下土层中的位移,弯矩,剪力,转角,其中 δ 为桩身位移系数,其计算公式为: $\delta = \sqrt[4]{m_r/4EI}$, 而 $A_2(\delta z), B_2(\delta z), C_2(\delta z), D_2(\delta z)$ 为解析解的系数,其方程为:

$$\left\{ \begin{aligned} A_2(\delta z) &= \text{ch} \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \cos \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \\ B_2(\delta z) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\text{ch} \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \sin \frac{\delta z}{\sqrt{2}} + \text{sh} \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \cos \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \right) \\ C_2(\delta z) &= \text{sh} \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \sin \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \\ D_2(\delta z) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\text{ch} \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \sin \frac{\delta z}{\sqrt{2}} - \text{sh} \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \cos \frac{\delta z}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \right. \quad (29)$$

1.3.3 加入边界及连续条件求解方程组

上述加锚双排桩挠度微分方程通解为四阶微分方程所求得。其带有四个未知数,需通过支护结构边界条件及各段变形连续条件求解未知数,得到完整通解。

对于双排桩桩顶,前面已假设前后桩与连梁为完全刚接,故前后排桩的桩顶转角为 0,再假设前后排桩桩顶位移相等,设桩顶位移为 y_0 , 则双排桩桩顶 o_1 处的边界条件为:前排桩桩顶 $y_{b1} = y_0, \theta = y'_{b1} = 0$; 后排桩桩顶 $y_{a1} = y_0, \theta = y'_{a1} = 0$ 。

对双排桩的滑裂面,岩土分界面及锚索施作位置处按变形连续及力的平衡来考虑,则其边界条件为上段段末 O_{i-1} 处的弯矩,剪力,转角,位移与下段段始 O_i 处的弯矩,剪力,转角,位移相同,故其边界条件表达式为如下。

1) 前排桩各段边界条件为:

$$\left\{ \begin{aligned} y_{bi}(0) &= y_{b(i-1)}(h_{i-1}), y'_{bi}(0) = y'_{b(i-1)}(h_{i-1}), \\ EI y''_{bi} &= EI y''_{b(i-1)}(h_{i-1}), EI y'''_{bi} = EI y'''_{b(i-1)}(h_{i-1}) \end{aligned} \right. \quad (30)$$

2) 后排桩各段边界条件为:

$$\left\{ \begin{aligned} y_{ai}(0) &= y_{a(i-1)}(h_{i-1}), y'_{ai}(0) = y'_{a(i-1)}(h_{i-1}), \\ EI y''_{ai} &= EI y''_{a(i-1)}(h_{i-1}), EI y'''_{ai} = EI y'''_{a(i-1)}(h_{i-1}) \end{aligned} \right. \quad (31)$$

将双排桩的桩底 O_{i+1} 视为铰接,则前排桩桩底 $y_{bi} = 0, M_{bi} = 0$, 后排桩桩顶 $y_{ai} = 0, M_{ai} = 0$ 。

根据分段情况,前排桩可分为 $n+3$ 段, n 为锚索施作数,后排桩可分为 3 段,共得 $n+6$ 个参数方程。双排桩桩顶与桩底可得 8 个边界条件,各分段点可得 $4(n+4)$ 个边界条件。根据得出的边界条件,可先对前排桩的 $n+3$ 个参数方程进行求解,根据前后排桩桩顶位移相等的假设,将得出的前排桩桩顶位移通过连梁的传递作用,带入后排桩相应参数方程进行求解。通过前后排桩的分别求解便可求出支护结构任意一点的受力变形情况。由于计算复杂,本文采用 Mathematica 软件进行编程计算。

2 算例验证

为验证该计算模型可行性,将文献^[15]的计算参数分别带入本文理论计算模型、深基坑理正软件中

计算,并与文献有限元计算结果进行对比分析。计算模型中所用到的参数取值如下: $m_s=5000$, $m_r=55000$, $EI=250000$ N/m。基本参数如下:桩径 0.8 m,桩间距 2 m,排距 4 m,桩长 15 m,桩顶低于地面 1 m;基坑开挖深度 11.7 m,两道锚索分别固定在前排桩距桩顶 2 m 与 9 m 处。考虑 25 kPa 地面超载,土层参数见表 1。

表 1 各岩土层参数

Tab. 1 Parameters of rock and soil layers

岩土名称	层厚/m	重度/ ($kN \cdot m^{-3}$)	粘聚力/ kPa	内摩擦 角/($^\circ$)
素填土	1.5	20.0	3.0	20.0
中细砂	3.3	20.0	0.0	23.5
粗砾砂	1.9	20.0	0.0	28.0
粉黏	2.6	19.9	19.0	4.50
粗砾砂岩	3.4	21.0	0.0	28.0
强风化花岗岩	15.0	24.0	0.0	45.0

将本文计算模型计算得到的结果与算例、规范法计算结果进行对比,见图 6、图 7 和图 8。

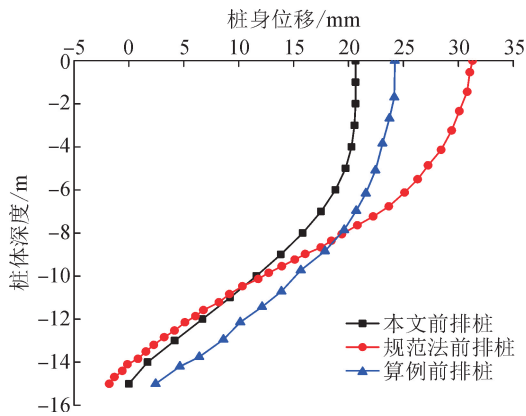


图 6 前排桩位移对比

Fig. 6 Comparison of displacement of front pile

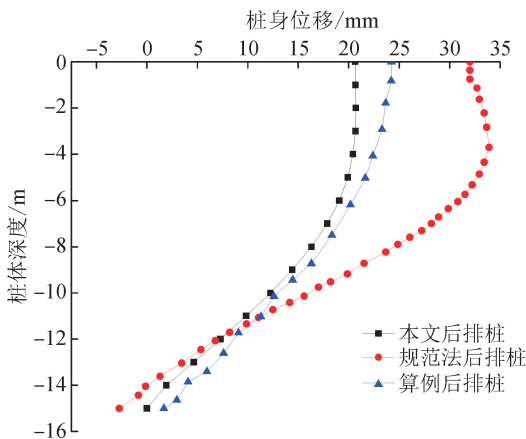


图 7 后排桩位移对比

Fig. 7 Comparison of displacement of rear pile

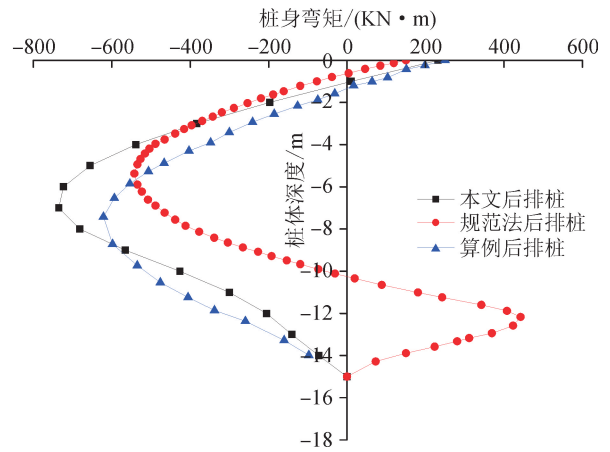


图 8 后排桩弯矩对比

Fig. 8 Comparison of bending moment of rear pile

由上述比较可知,本文计算模型得出的计算结果与文献计算结果趋势大致相同,且桩身内力及桩身位移大小比规范法计算结果更贴近算例计算结果,验证了本文模型的可行性。

3 工程实例分析

3.1 工程背景

为验证该计算模型的实用性和合理性,本文依托成都音乐厅深基坑工程进行研究分析。该基坑工程支护部分采用加锚双排桩,加锚双排桩支护部分区域基坑深度 20.8 m 双排桩桩长 26.4 m,嵌固深度 5.6 m,桩间距 2.5 m,排距为 5 m,桩径为 1 m。桩身共布置四道锚索,锚索布置分别位于距桩顶 -5 m, -8.5 m, -12 m, -15.5 m 位置处。冠梁截面为 1.0 m×0.6 m。

3.2 工程地质情况

根据现场详勘,该地区深基坑的地质勘察报告详情如下:地层自上而下分为三部分,一为人工填土层,二为河流冲洪积层,三为白垩系上统灌口组泥岩。模型地质参数选取见表 2。该基坑经现场勘察,地勘参数情况见表 2。

表 2 岩土层参数

Tab. 2 Geotechnical parameters

岩土名称	重度/ ($kN \cdot m^{-3}$)	弹性模 量/MPa	Poisson 比	粘聚 力/kPa	内摩擦 角/($^\circ$)
杂填土	17.0	3.0	0.37	10	10.0
粉质黏土	19.0	18.0	0.35	28	18.0
砂卵石	21.5	40.5	0.30	0	40.0
泥岩	21.5	30.0	0.26	100	30.0
风化泥岩	23.4	28.0	0.27	400	40.0

3.3 实例计算分析

将计算参数带入上节得到验证的计算模型进行计算分析。

由于该工程位于膨胀土地区,故在计算中对膨胀土层抗剪强度进行一定程度折减^[25-26],桩身刚度考虑刚度折减取 $0.95EI$ 进行计算。考虑预应力锚索预应力损失,土层中锚索预应力按照 $0.9R_0$ 来取值,岩层中锚索预应力按照 $0.95R_0$ 来取值。剪切滑裂角结合工程实际情况按一定折减系数进行取值,对剪切滑裂面的位置进行讨论,剪切滑裂角按照公式进行折减。袁冰^[19]认为折减系数相差不大时,不同折减系数之间的滑裂面非常接近。因此选取了剪切滑裂角相差较大时对应的折减系数,折减率按照 0.6、0.8 来进行折减,即折减系数 F_V 分别为 1.73 和 1.29 来进行计算。计算结果与监测数据对比分析见图 9 和图 10。

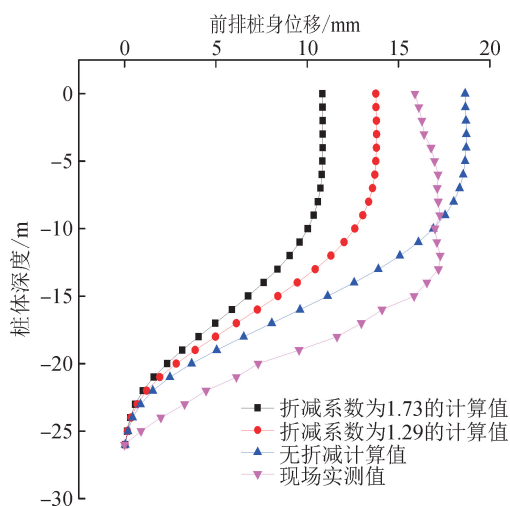


图 9 前排桩位移对比

Fig. 9 Comparison of displacement front piles

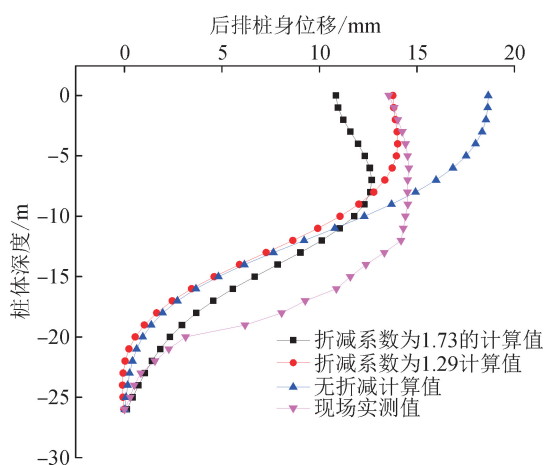


图 10 后排桩位移对比

Fig. 10 Comparison of displacement of rear pile

由图 9 可见前排桩桩身位移整体变化趋势与实测值变化趋势接近。其受剪切滑裂角影响较大,剪切滑裂角越小即折减系数越大,理论计算值越小。理论计算得出的桩身最大水平位移出现在距桩顶 -4 m 左右位置,比实测值偏上约 4 m。现场实测桩身最大水平位移为 17.27 mm,折减系数为 1.73 时,理论计算最大值为 10.86 mm,与实测值相差 50%;折减系数为 1.29 时,理论计算最大值为 13.8 mm,与实测值相差 25%;无折减时,理论计算值为 18.72 mm,与实测值相差 8%。

由图 10 可见后排桩桩身位移整体变化趋势与实测值变化趋势接近。后排桩桩身位移受剪切滑裂角的影响更加显著,剪切滑裂角越小即折减系数越大,理论计算值越小;后排桩桩身最大位移位置随剪切滑裂角的增大而逐渐上移。现场实测值最大水平位移为 14.58 mm,折减系数为 1.73 时,理论计算最大值为 12.67 mm,与实测值相差 15%;折减系数为 1.29 时,理论计算值为 14.00 mm,与实测值相差 4%;无折减时,理论计算值为 17.5 mm,与实测值相差 20%。

综上所述,该计算模型计算结果与实测曲线趋势较为一致,经对比发现,该计算模型对后排桩受力变形分析更贴合实际,更加精确。

4 结论

本文针对加锚双排桩的受力特点,考虑剪切滑裂角对滑裂面位置的影响,将桩后土压力根据滑裂面的位置按岩-土分层来考虑,将作用在前后排桩滑裂面以下的岩土抗力参数按照不同情况来进行函数分段考虑计算。将桩体分为若干段来进行独立分析,每段基于受力平衡条件列出挠曲度方程,再结合各段变形连续条件以及桩顶桩端的假设条件来求解。结合算例,验证了计算模型的可行性。结合具体工程实例进行分析,与工程实测数据计算结果相比较后得出如下结论。

1) 该计算模型计算结果贴近实测结果,具有一定的可行性。相比于规范法对于土抗力以及桩间土的处理,考虑了岩土分层条件下前后排桩不同深度下土抗力函数分布的不同,对桩间土压缩模量受深度以及岩土分层变化双重影响进行了分析,有一定的实际意义与合理性。

2) 对剪切滑裂面进行了参数讨论。将剪切滑裂角按一定折减系数进行折减,反映了剪切滑裂角变化对支护桩桩身位移变化的影响。

3) 该计算模型对支护结构桩顶的处理及桩间

土与锚索的变形协调假设还略显不足,且实际施工中由于各种复杂的因素导致桩土相互作用十分复杂,许多问题亟待完善。例如剪切滑裂面在现实中会受到后排桩的影响而产生变动,此时如何考虑基坑开挖工程中剪切滑裂面变动对桩体内力变形的影响就值得研究。

参考文献:

- [1] 聂庆科,梁金国,韩立君,等. 深基坑双排桩支护结构设计理论与应用[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2008.
- [2] ZHOU Yijun, YAO Aijun, LI Haobo, et al. Correction of Earth pressure and analysis of deformation for double-row piles in foundation excavation in Changchun of China[J]. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2016: 9818160.
- [3] SHEN Yongjiang, YU Yang, MA Fei, et al. Earth pressure evolution of the double-row long-short stabilizing pile system[J]. *Environmental Earth Sciences*, 2017,76(16): 586.
- [4] 何颐华,杨斌,金宝森,等. 双排护坡桩试验与计算的研究[J]. *建筑结构学报*,1996,17(2):58-66.
HE Yihua, YANG Bin, JIN Baosen, et al. A study on the test and calculation of double-rowfender piles [J]. *Journal of Building Structures*, 1996, 17(2): 58-66.
- [5] 黄凭,莫海鸿,陈俊生. 双排桩支护结构挠曲理论分析[J]. *岩石力学与工程学报*,2009,28(增刊2): 3870-3875.
HUANG Ping, MO Haihong, CHEN Junsheng. Theoretical analysis of double-row piles retaining structure deflection[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2009, 28(S2): 3870-3875.
- [6] 郑刚,李欣,刘畅,等. 考虑桩土相互作用的双排桩分析[J]. *建筑结构学报*,2004,25(1):99-106.
ZHENG Gang, LI Xin, LIU Chang, et al. Analysis of double-row piles in consideration of pile-soil interaction [J]. *Journal of Building Structures*, 2004, 25(1): 99-106.
- [7] 刘泉声,付建军. 考虑桩土效应的双排桩模型及参数研究[J]. *岩土力学*,2011,32(2):481-486,494.
LIU Quansheng, FU Jianjun. Research on model and parameters of double-row piles based on effect of pile-soil contact[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(2): 481-486, 494.
- [8] 杨光华,黄忠铭,姜燕,等. 深基坑支护双排桩计算模型的改进[J]. *岩土力学*,2016,37(增刊2):1-15.
YANG Guanghua, HUANG Zhongming, JIANG Yan, et al. Improvement of calculation model of double row piles for deep foundation pit support [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016,37(S2): 1-15.
- [9] 齐志刚,王翠英,王家阳. 预应力双排支护桩的计算理论研究及工程应用[J]. *岩土力学*,2010,31(3): 911-917.
QI Zhigang, WANG Cuiying, WANG Jiayang. Study of calculation theory for retaining structure with prestressed double-row piles and its engineering application [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(3): 911-917.
- [10] 张玲,欧强,朱幸仁. 成层地基中考虑桩桩相互作用的双排桩受力变形分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*,2020,47(11):120-126.
ZHANG Ling, OU Qiang, ZHU Xingren. Analysis on forced deformation of double row piles considering pile-pile interaction in layered foundation [J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences)*, 2020, 47(11): 120-126.
- [11] YU Yang, SHANG Yuequan, SUN Hongyue. Bending behavior of double-row stabilizing piles with constructional time delay[J]. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 2021, 13(8): 596-609.
- [12] WANG Zhu, YU Yang, SUN Hongyue, et al. Robust optimization of the constructional time delay in the design of double-row stabilizing piles[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2020, 79(2): 53-67.
- [13] LI Changdong, CHEN Wenqiang, SONG Yingjie, et al. Optimal location of piles in stabilizing slopes based on a simplified double-row piles model [J]. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2020, 24(10): 377-389.
- [14] 阿比尔的,郑颖人,赖杰,等. 牌坊坝滑坡双排桩+锚索支护性能研究[J]. *地下空间与工程学报*,2016,12(4):1033-1038.
ABI Erdi, ZHENG Yingren, LAI Jie, et al. Study on supporting properties of double-row piles with anchor in slide of Paifang Dam[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineeri*, 2016, 12(4): 1033-1038.
- [15] 刘红军,李东,张永达,等. 加锚双排桩与“吊脚桩”基坑支护结构数值分析[J]. *岩土工程学报*,2008,30(增刊1):225-230.
LIU Hongjun, LI Dong, ZHANG Yongda, et al. Numerical analysis of supporting structures of anchored double-row piles and “end-suspended piles” in foundation pits [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 30(S1): 225-230.
- [16] 申永江,孙红月,尚岳全,等. 锚索双排桩与刚架双排桩的对比研究[J]. *岩土力学*,2011,32(6):1838-1842.
SHEN Yongjiang, SUN Hongyue, SHANG Yuequan,

- et al. Comparative study of anchor double-row piles and frame double-row piles[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(6): 1838-1842.
- [17] 王鸿运,姚小波,张尧,等. 基于双排桩和锚索支护基坑开挖监测分析[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(增刊2):446-450.
WANG Hongyun, YAO Xiaobo, ZHANG Yao, et al. Monitoring and analysis of excavation based on supporting structures of double-row piles and prestressed anchor cables[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(S2): 446-450.
- [18] 李涛,邵文,郑力蜚,等. 岩-土复合地层深基坑支护桩变形计算方法[J]. *中国矿业大学学报*, 2019, 48(3): 511-519.
LI Tao, SHAO Wen, ZHENG Lifei, et al. Analytical solution of retaining pile's deformation for deep soil-stone composite foundation[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2019, 48(3): 511-519.
- [19] 袁冰. 基于位移演化的边坡三维滑裂面确定及安全系数计算方法[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.
YUAN Bing. Determination of three-dimensional sliding surface and calculation method of safety factor of slope based on displacement evolution[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016.
- [20] 中华人民共和国行业标准编写组. 建筑基坑支护技术规程: JGJ120—99[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [21] 黄运飞. 深基坑工程实用技术[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1996.
- [22] 曹净,钱国伟,高越,等. 基坑双排桩支护的桩间土等效计算模型研究[J]. *地下空间与工程学报*, 2020, 16(3):749-757.
CAO Jing, QIAN Guowei, GAO Yue, et al. Study on equivalent calculation model of soil between piles in double-row piles supported by foundation pit[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2020, 16(3):749-757.
- [23] 周勇,朱亚薇. 考虑接触面厚度的桩土相互作用研究[J]. *岩土工程学报*, 2018, 40(增刊1):247-251, 99.
ZHOU Yong, ZHU Yawei. Pile-soil interaction considering thickness of contact surface[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 40(S1): 247-251, 99.
- [24] 龙驭球. 弹性地基梁的计算[M]. 北京: 人民教育出版社, 1984:146-179.
- [25] 徐彬,殷宗泽,刘述丽. 膨胀土强度影响因素与规律的试验研究[J]. *岩土力学*, 2011, 32(1):44-50.
XU Bin, YIN Zongze, LIU Shuli. Experimental study of factors influencing expansive soil strength [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(1): 44-50.
- [26] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 膨胀土地区建筑技术规范: GB 50112—2013[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.

(责任编辑 王绪迪)