

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2024.04.010

<https://xuebao.xaut.edu.cn>

引文格式:刘俭辉,吴生磊.基于临界距离理论的缺口件多轴疲劳寿命预测[J].西安理工大学学报,2024,40(4):538-544.

LIU Jianhui, WU Shenglei. Multiaxial fatigue life prediction of notched parts based on the theory of critical distance [J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2024, 40(4): 538-544.

# 基于临界距离理论的缺口件多轴疲劳寿命预测

刘俭辉, 吴生磊

(兰州理工大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:** 临界距离法(TCD)考虑了缺口有效应力对疲劳损伤的影响,但忽略了缺口根部附近非均匀应力场对有效应力应变的影响权重。本文以多轴载荷下缺口件为研究对象,基于临界距离理论,考虑缺口根部附近非均匀应力场和非比例附加强化效应对疲劳寿命的影响,建立一种适用于多轴载荷下缺口件的疲劳寿命预估模型。首先,考虑加载路径对非比例附加强化的影响,提出考虑相位差的非比例附加强化系数;其次,基于权函数理论,通过归一化处理的方式消除距离量纲对有效应力应变的影响,建立考虑缺口根部附近非均匀应力场和非比例附加强化效应的权函数,对临界距离法进行修正;最后结合 Manson-Coffin 方程,提出基于临界距离线法的缺口件多轴疲劳寿命预测模型。借助 En8 和 Al7050-T7451 两种材料的试验数据进行验证,结果表明,预测结果较好,均位于三倍误差分散带以内。

**关键词:** 多轴疲劳; 临界距离法; 非比例附加强化; 相位差; 疲劳寿命预测

**中图分类号:** TH114

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1006-4710(2024)04-0538-07

## Multiaxial fatigue life prediction of notched parts based on the theory of critical distance

LIU Jianhui, WU Shenglei

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** The theory of critical distance method (TCD) considers the effect of effective stress on fatigue damage of notches, but ignores the weight of the effect of a non-uniform stress field near the notch root on the effective stress-strain. This research takes the notch specimens under multiaxial loading as the research object, and based on the critical distance theory, it establishes a fatigue life prediction model applicable to notch specimens under multiaxial loading by considering the effects of a non-uniform stress field near the notch root and non-proportional additional strengthening effects on fatigue life. Firstly, considering the influence of the loading path on non-proportional additional strengthening, the non-proportional additional strengthening coefficient considering phase difference is proposed. Secondly, based on the weight function theory, the distance dimension influence on the effective stress-strain is eliminated by normalization, with the weight function considering the non-uniform stress field near the notch root and the non-proportional additional strengthening effect established to modify the critical distance method. Finally, combined with the Manson-Coffin equation, we proposed a multiaxial fatigue life prediction model based on the critical distance line method for notched specimens. Experimental data from two materials, En8 and Al7050-T7451, are used for experimental validation, with the results showing that the prediction results are good and all lie within the triple error dispersion band.

**Key words:** multiaxial fatigue; the critical distance method; non-proportional additional strengthening; phase differences; fatigue life prediction

**收稿日期:** 2023-05-10; **网络首发日期:** 2023-12-19

**网络首发地址:** <https://link.cnki.net/urlid/61.1294.N.20231219.1015.006>

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(51605212);甘肃省自然科学基金资助项目(17JRRA122,20JR10RA161)

**通信作者:** 刘俭辉,男,博士,教授,硕导,研究方向为机械强度理论。E-mail: liujh@lut.edu.cn

在实际工程应用中,多数构件存在几何不连续结构,如孔洞、凹槽、台阶和倒角等,这些结构被称作缺口,缺口的出现将导致应力集中<sup>[1]</sup>。在多轴载荷作用下,缺口根部附近会出现复杂的多轴应力场,易使构件发生疲劳失效<sup>[2]</sup>。因此,对缺口件进行多轴疲劳分析是确保其结构完整性和可靠性的关键。

目前采用的缺口件疲劳寿命预测方法,主要是基于损伤假设,该假设认为当缺口件和光滑件承受相同的损伤时,它们的寿命是相同的。基于这种假设,学者们通过构建相应的疲劳寿命预估模型来进行寿命预测。早期预估缺口件疲劳寿命主要采用名义应力法(NSA)和局部应力应变法(LSSA)。NSA基于构件的名义应力,对其疲劳强度进行校核,从而实现寿命预估,但未考虑缺口根部附近一定区域内非均匀应力场对疲劳损伤的影响,导致该方法的预测精度较低<sup>[3]</sup>。LSSA根据缺口危险点处的应力应变状态和材料的应力应变循环特性曲线来预估寿命,是一种较为成熟的疲劳寿命预测方法,但未考虑到缺口危险点处应力梯度和缺口效应等因素的影响,导致计算结果趋于保守<sup>[4]</sup>。缺口根部疲劳裂纹的形成与扩展是一个复杂的演化过程,且受应力应变梯度变化影响。为了更好地解释这一现象,Taylor<sup>[5]</sup>提出了临界距离理论,认为临界距离取值与疲劳裂纹扩展的门槛值及疲劳极限等参数相关,通过临界尺度重新确定了有效应力应变的计算方式。临界距离法因考虑了缺口根部有效应力对疲劳损伤的影响,能够更好地反映构件危险点处的应力应变变化情况,可以更准确地预测构件的疲劳寿命,从而被广泛运用于构件的疲劳寿命预测<sup>[6-8]</sup>,但其并未考虑缺口根部附近一定区域内非均匀应力场对缺口根部有效应力应变的影响。

本文以多轴载荷下的缺口件为研究对象,基于临界距离法和权函数理论,考虑非比例附加强化和缺口附近非均匀应力场对疲劳寿命的影响,并与Manson-Coffin方程相结合,建立一个适用于多轴载荷下的缺口件疲劳寿命预估模型。借助En8和Al7050-T7451材料的缺口试样试验数据,验证本文模型的正确性和可行性。

## 1 应力梯度及非比例附加强化效应

### 1.1 应力梯度效应

应力梯度法<sup>[9-10]</sup>和临界距离法<sup>[6-8,11]</sup>近年来被广泛运用于缺口件的疲劳寿命预测。应力梯度法认为危险点附近一定区域内的应力水平存在差异,且受应力梯度的影响,材料内层晶粒会对外层晶粒起

到支撑作用,同时该区域内的累积损伤会对材料的疲劳失效起决定性作用。因此利用应力梯度的变化率来表征几何不连续结构的损伤程度,进而预估缺口件的疲劳寿命。但该方法计算过程相对复杂,不适合工程应用。Neuber<sup>[12]</sup>、姚卫星<sup>[13]</sup>首次在缺口件的疲劳损伤研究中应用了临界距离法,将危险点附近一定区域内的应力值作为有效应力,并基于线法(LM)对缺口根部临界距离内的应力值进行平均,从而预测缺口件的疲劳寿命。Peterson<sup>[14]</sup>简化了计算方法,选用距缺口根部某一给定长度处的应力值来代替缺口根部的有效应力值,从而预测缺口件的疲劳寿命,即临界距离点法(PM)。在进行缺口件疲劳寿命预估时,Susmel<sup>[15]</sup>对线法与点法的计算方法进行了说明,如图1所示。

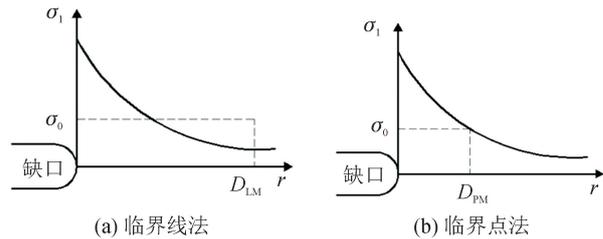


图1 临界距离线法和临界距离点法计算示意图

Fig. 1 Critical distance line method and critical distance point method calculation schematic

图1中, $D_{LM}$ 为临界距离线法计算的积分范围,即临界距离线法的临界距离, $D_{PM}$ 为临界距离点法的临界距离。线法和点法的计算公式为:

$$\frac{1}{D_{LM}} \int_0^{D_{LM}} \sigma_1(r) dr = \sigma_0 \quad (1)$$

$$\sigma_1(D_{PM}) = \sigma_0 \quad (2)$$

$$D = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 \quad (3)$$

式中: $\sigma_1$ 为裂纹尖端的应力; $\sigma_0$ 为材料的极限强度; $\Delta K_{th}$ 为应力集中系数的门槛值; $\Delta \sigma_0$ 为疲劳极限强度; $D$ 为临界距离长度; $r$ 为缺口根部附近任意一点与危险点之间的距离。

多轴循环加载条件下缺口根部应力应变关系可用Ramberg-Osgood方程表示:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta \sigma}{2K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

式中: $K$ 和 $n$ 为材料相关常数。

在此基础上,利用缺口局部等效应变 $\epsilon_{eff}$ 作为疲劳损伤参量,表达式为:

$$\epsilon_{eff} = \frac{1}{2D} \int_0^{2D} \epsilon_1(r) dr = \epsilon_0 \quad (5)$$

式中: $\epsilon_1$ 为裂纹尖端的应变; $\epsilon_0$ 为应变极限。

## 1.2 非比例附加强化因子的确定

缺口件在进行非比例加载时,由于主应变轴的旋转,其循环应力幅值会不断发生变化,使得材料内部形成不稳定的位错结构,从而产生非比例附加强化效应,以致其疲劳强度低于比例加载时的疲劳强度。因此,考虑非比例附加强化效应对疲劳损伤过程的影响,引入非比例附加强化系数 $\alpha$ ,其表达式为<sup>[16]</sup>:

$$\alpha = \frac{\sigma_{np}}{\sigma_p} - 1 \quad (6)$$

式中: $\sigma_{np}$ 为在进行非比例拉扭加载时等效应变相同条件下的等效应力; $\sigma_p$ 为在进行比例拉扭加载时等效应变相同条件下的等效应力。由于采用实验方法较难获取非比例附加强化系数,Borodii等<sup>[17]</sup>在对大量实验结果进行分析的基础上,给出了非比例附加强化系数的经验公式:

$$\lg |\alpha^*| = 0.705\mu - 1.22 \quad (7)$$

$$\mu = \frac{\sigma_0}{\sigma_b} - 1 \quad (8)$$

式中: $\alpha^*$ 为非比例附加强化系数; $\mu$ 为静强化系数; $\sigma_0$ 为拉压载荷下的抗拉强度; $\sigma_b$ 为拉压载荷下的屈服强度。

于良等<sup>[18]</sup>研究了Zr-4合金在非比例加载条件下,不同相位角对非比例附加强化的影响,表明材料的非比例强化效应不仅与材料相关,还与加载路径相关。因此考虑相位差对非比例附加强化效应的影响,并在式(7)的基础上进行修正,提出考虑相位差影响的非比例附加强化系数 $\alpha'$ ,其表达式为:

$$\lg |\alpha'| = -\frac{0.705\mu - 1.22}{8} \sin\varphi \quad (9)$$

式中: $\varphi$ 为相位差。

通过引入相位差,可以更准确地描述非比例附加强化效应对疲劳损伤的影响。非比例强化系数与相位差的关系如图2所示。

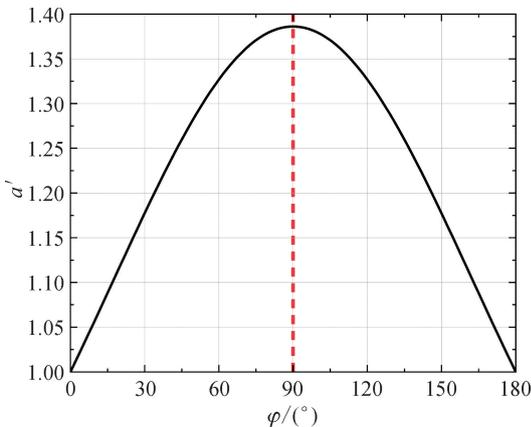


图2 非比例附加强化系数与相位差的关系

Fig.2 Relationship between non-proportional additional reinforcement factor and phase difference

在一个循环加载周期 $2\pi$ 内,非比例附加强化系数 $\alpha'$ 的变化情况以 $\pi$ 为周期循环出现。由图2可知,在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 之间,当 $\varphi = 0^\circ$ 或 $\varphi = 180^\circ$ 时, $\alpha' = 1$ ,即构件不受非比例附加强化的影响;当 $0^\circ < \varphi < 180^\circ$ 时,非比例强化系数 $\alpha'$ 随 $\varphi$ 先增大后减小;当 $\varphi = 90^\circ$ 时, $\alpha'$ 达到最大,即构件受到的非比例附加强化影响最为严重。

## 2 基于权函数理论的损伤参量

临界距离法虽然考虑了缺口根部有效应力对疲劳破坏的影响,但未考虑缺口根部附近一定区域内非均匀应力场对疲劳损伤的贡献权重。因此,本文借助权函数理论来表征缺口根部附近一定区域内的应力应变对缺口有效损伤参量的影响,使临界距离法在计算缺口根部有效应力时物理含义更加明确。Qylafku等<sup>[19]</sup>在缺口计算过程中引进了权函数的概念,认为缺口根部危险点处的应力梯度会对其峰值应力产生显著影响,缺口件的疲劳寿命预测与危险点处的应力应变和应力梯度分布密切相关。其应力梯度的表达式为:

$$\chi = \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{\partial \sigma}{\partial r} \Big|_{r=0} \quad (10)$$

式中: $\sigma_{\max}$ 为缺口处最大应力值。

缺口附近的有效应力可以通过式(11)来计算,并结合应力-寿命曲线进行疲劳寿命预测。

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{x_{\text{eff}}} \int_0^{x_{\text{eff}}} \sigma_r |1 - \chi r| dr \quad (11)$$

式中: $\sigma_{\text{eff}}$ 为缺口根部有效应力; $x_{\text{eff}}$ 为有效应力场范围; $\chi$ 为应力梯度; $\sigma_r$ 为距离缺口根部 $r$ 处的等效应力; $r$ 为缺口根部附近任意一点与危险点之间的距离。

式(11)考虑了缺口根部某一点处的应力梯度对有效应力的影响,但忽略了整个损伤区对缺口根部有效应力应变的影响权重,且当构件不受应力梯度影响或者不存在应力集中时,权函数的值应等于1,且是恒定不变的。本文通过归一化处理的方式,建立一个权重因子 $r/D'$ ,以消除距离量纲对缺口根部有效应力应变的影响。联立式(9)和式(11),建立一个考虑非比例附加强化效应和缺口根部非均匀应力场的权函数:

$$\beta(r) = e^{-\left(\frac{\ln 10(0.705\mu - 1.22) \sin\varphi}{8} + \frac{K_t - 1}{D' - r}\right)} \quad (12)$$

式中: $K_t$ 为缺口件应力集中因子; $D'$ 为缺口根部圆形截面直径。

基于临界距离法和权函数理论,结合式(5)和式(12),修正后的临界距离法公式为:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{2D} \int_0^{2D} \epsilon_1 \beta(r) dr \quad (13)$$

### 3 模型验证

#### 3.1 试验过程

为验证所提模型的正确性和可行性,本文选用 En8<sup>[20]</sup> 和 Al7050-T7451<sup>[21]</sup> 两种材料作为试验材料。Faruq 等<sup>[20]</sup> 采用电液伺服扭转疲劳试验机对 En8 的缺口试样进行疲劳试验,采用两个 MTS 646.25S 液压夹头进行夹持。其最大轴向载荷为 400 kN,最大扭矩为 1 000 N·m,频率的变化范围为 0.5~2Hz。轴向应变和剪切应变通过 Epsilon 3550-025M 型轴向引伸计进行控制。Tao 等<sup>[21]</sup> 在 MTS 858 电液伺服轴向扭转疲劳试验系统中对 Al7050-T7451 的缺口试样进行疲劳试验。其最大轴向载荷为 25 kN,最大扭矩为 200 N·m,最大频率为 15 Hz。该系统可实现试验控制和数据采集的自动化。En8 和 Al7050-T7451 缺口试样的几何尺寸如图 3 所示,文献[20-21]在恒幅加载下的试验结果见表 1 和表 2。

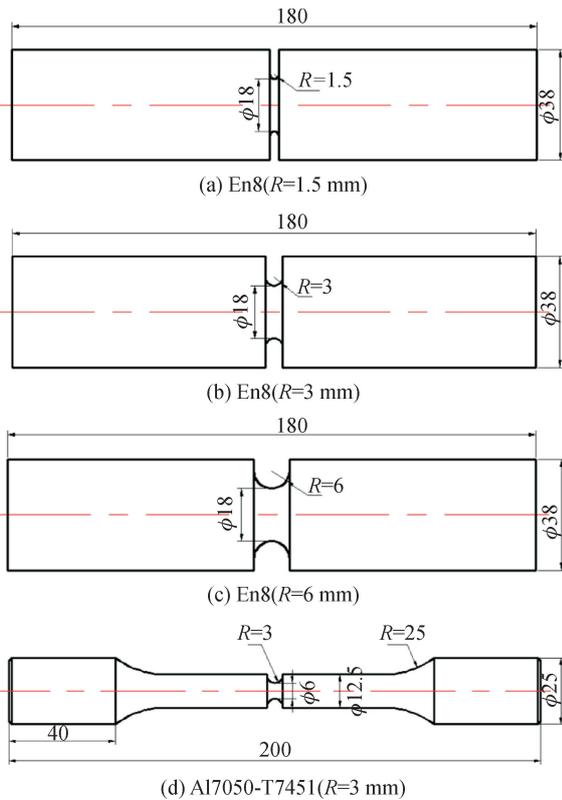


图 3 多轴疲劳缺口试样(单位:mm)

Fig. 3 Multi-axial fatigue notched specimens (unit:mm)

表 1 En8 试验结果<sup>[20]</sup>

Tab. 1 En8 experimental results<sup>[20]</sup>

R / mm	$\varphi / (^{\circ})$	$F_a / \text{kN}$	$T_a / (\text{N} \cdot \text{m})$	应力比	$N_f / \text{周次}$
1.5	0	39.1	101.8	-1	63 012
	0	44.1	120.5	-1	22 974
	0	55.1	153.7	-1	7 156
	90	41.3	110.6	-1	31 594
	90	45.1	125.6	-1	11 989
	90	55.8	158.1	-1	6 229
3	0	40.4	102.7	-1	156 422
	0	49.0	123.0	-1	47 739
	0	60.6	178.8	-1	9 725
	90	46.0	140.0	-1	46 428
	90	51.0	132.5	-1	33 269
	90	63.6	181.7	-1	8 428
6	0	39.3	114.8	-1	225 655
	0	49.8	126.3	-1	58 662
	0	67.2	170.7	-1	12 423
	90	49.6	114.2	-1	131 787
	90	61.8	148.4	-1	35 127
	90	69.5	186.5	-1	14 146

注: $F_a$ 、 $T_a$ 为多轴疲劳试验中施加的力和扭矩,下同。

表 2 Al7050-T7451 试验结果<sup>[21]</sup>

Tab. 2 Al7050-T7451 experimental results<sup>[21]</sup>

R / mm	$\varphi / (^{\circ})$	$F_a / \text{kN}$	$T_a / (\text{N} \cdot \text{m})$	应力比	$N_f / \text{周次}$
3	0	4.613 3	3.885 3	3	85 778
	0	11.499 5	9.606 1	3	214
	0	6.922 7	5.909 6	3	4 447
	0	9.198 3	7.895 4	3	922
	45	6.915 6	5.905 5	3	5 984
	90	6.890 7	5.927 6	3	3 981
	90	11.481 2	9.948 7	3	327
	90	9.212 8	7.922 4	3	804

单轴疲劳性能参数是评判材料在疲劳破坏过程中性能变化的重要指标。在多轴载荷下,材料的应力状态较为复杂,难以直接进行疲劳试验。对此,可以通过将多轴载荷等效为单轴载荷,利用单轴疲劳性能参数来分析试件在多轴载荷下的疲劳强度,即材料的单轴疲劳性能参数可用于多轴疲劳寿命研究。其疲劳性能参数如表 3 所示。

表3 材料单轴疲劳性能参数

Tab. 3 Uniaxial fatigue properties parameters for materials

参数	En8	Al7050-T7451
$E/\text{GPa}$	210	70.3
$\sigma_b/\text{MPa}$	453	455
泊松比 $\nu_e$	0.3	0.33
$K/\text{MPa}$	971.5	734.513 9
$\sigma'_f/\text{MPa}$	852.3	731.98
$\epsilon'_f$	0.477	0.108
$b$	-0.105	-0.082 35
$c$	-0.554	-0.788 5

### 3.2 有限元仿真

由于有限元方法可以模拟多轴加载工况,且简单易行,在工程中应用广泛,故本文采用有限元分析软件 ANSYS 对 En8 和 Al7050-T7451 两种缺口试件进行多轴加载。在有限元软件中输入材料的弹性模量、屈服强度等参数,根据缺口件的几何尺寸进行

三维建模。考虑到运行时间以及求解速度,网格划分时对缺口处的网格进行局部细化处理。在设置边界条件和施加载荷时,试件采取一端固定,另一端施加轴向载荷和周向载荷。为方便加载,将周向载荷转化为扭矩在有限元软件中进行施加,通过设置不同的载荷步来实现循环加载。以 En8( $R=1.5\text{ mm}$ )试件为例,其网格划分和施加载荷形式如图4、图5所示。

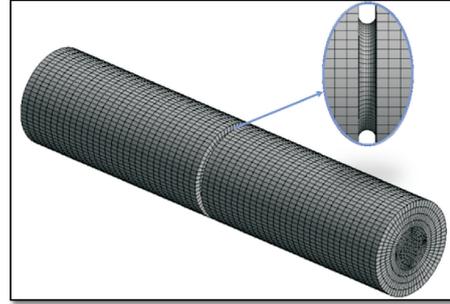


图4 三维模型及网格划分示意图  
Fig. 4 Schematic diagram of 3D model and meshing

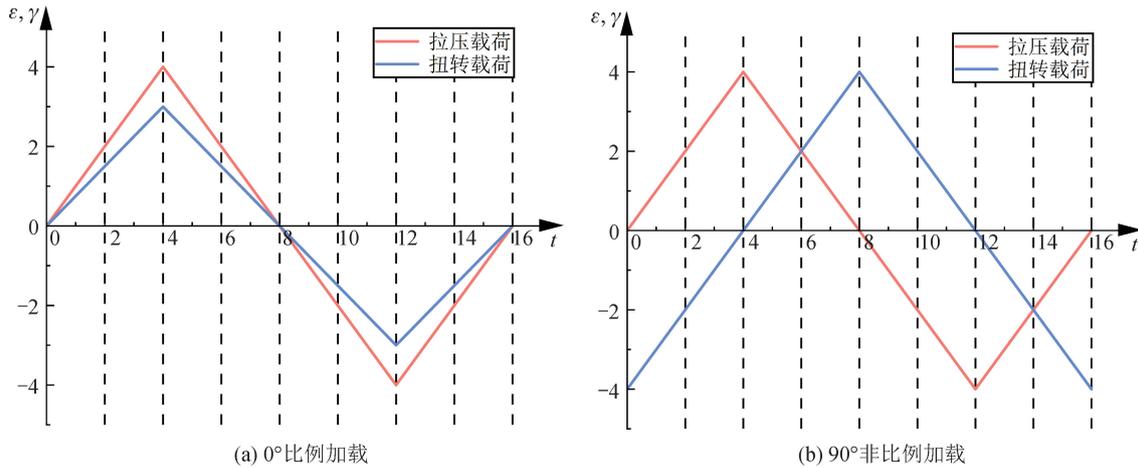


图5 多轴比例加载和非比例加载示意图  
Fig. 5 Schematic diagram of multi-axial proportional and non-proportional loading

### 3.3 结果验证

Manson-Coffin 方程是预测疲劳寿命的常用方法,其在单轴循环载荷作用下的表达式为:

$$\epsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (14)$$

式中: $\epsilon_a$ 为总应变幅; $E$ 为弹性模量; $\sigma'_f$ 为疲劳强度系数; $b$ 为疲劳强度指数; $\epsilon'_f$ 为疲劳延性系数; $c$ 为疲劳延性指数; $N_f$ 为疲劳寿命。

为了准确预测构件在非比例加载条件下的多轴疲劳寿命,Manson<sup>[22]</sup>和 Bonacuse<sup>[23]</sup>等将多轴应变等效为单轴应变(将其作为疲劳损伤参量),进一步将 Manson-Coffin 方程推广应用于多轴疲劳寿命预测,修正后的 Manson-Coffin 方程为:

$$\epsilon_{eq} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (15)$$

本文基于临界距离线法和权函数理论,考虑缺口根部非均匀应力场和非比例附加强化对疲劳损伤的影响,结合 Manson-Coffin 方程,联立式(12)、式(13)和式(15),建立缺口件多轴疲劳寿命预测模型:

$$\frac{1}{2D} \int_0^{2D} \epsilon_1 e^{-\left(\frac{\ln(0.705q-1.22)\sin\theta}{s} + \frac{K_f-1}{D}r\right)} dr = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (16)$$

选取 En8 和 Al7050-T7451 两种缺口件在恒幅加载下的试验数据进行模型的验证和分析。将所提模型的预测寿命、传统临界距离线法的预测寿命与两种材料的试验寿命<sup>[20-21]</sup>进行比较,结果如图6所示。

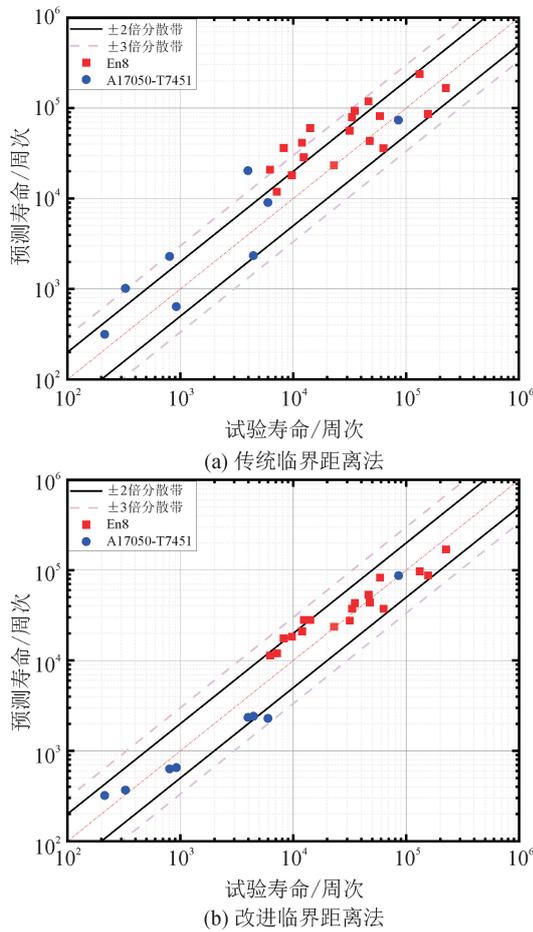


图6 预估结果与试验结果对比  
Fig. 6 Comparison of predicted results and experimental results

由图6可以看出,传统临界距离线法的预估结果离散性较大,且有部分结果位于三倍分散带以外;而改进的临界距离线法的预估结果都处于三倍分散带以内,且有92%的预估结果位于二倍分散带以内,预测精度较高。

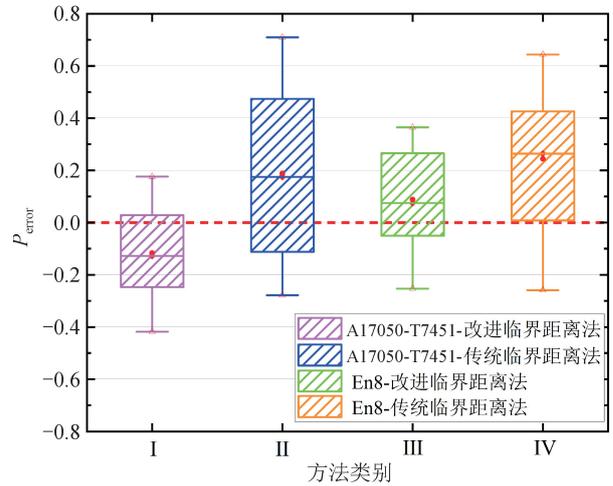
为了能够更直观地反映预测模型的准确性,使用统计学方法对传统临界距离法和修正临界距离法的预测误差进行表征,对其预测能力进行定量分析,其计算公式为:

$$P_{error} = \log_{10}(N_{f,p}) - \log_{10}(N_{f,e}) \quad (17)$$

式中:  $P_{error}$  为预测误差;  $N_{f,p}$  为预测寿命;  $N_{f,e}$  为试验寿命。根据传统临界距离法和修正临界距离法的缺口件多轴疲劳寿命预估模型的预测结果绘制误差箱线图,如图7所示。

在概率误差框中,框高表示标准差的大小,如果方框中的数据更接近于零,则说明该模型具有更高的预测精度。从图7可以看出,改进临界距离法下En8和Al7050-T7451的疲劳寿命预测结果误差较小,其平均值、标准差和最大值/最小值更接近红色

虚线。这说明改进临界距离法下的疲劳寿命预测模型平均误差小、预测精度高。



注:概率误差框中的水平线表示中位数;圆点表示平均值;“Δ”表示样本数据中的最小/最大偏差。

图7 预测误差箱线图

Fig. 7 Prediction error box diagram

### 4 结论

本文基于临界距离线法和权函数理论,在考虑缺口根部非均匀应力场和非比例附加强化对有效应力应变影响的情况下,借助权函数理论对临界距离线法进行修正,并与Manson-Coffin方程相结合,建立了缺口件多轴疲劳寿命预估模型,最后借助En8和Al7050-T7451两种材料的缺口试件试验数据,验证了模型的正确性与可行性。

1) 考虑了加载路径对非比例附加强化的影响,提出了考虑相位差的非比例附加强化系数,可以更好地反映非比例附加强化效应对疲劳损伤过程的影响。

2) 基于临界距离法和权函数理论,通过归一化处理的方式消除了距离量纲对缺口根部有效应力的影响,提出了考虑非比例附加强化和缺口根部非均匀应力场的权函数,对临界距离法进行了修正,使得改进的临界距离法在计算缺口根部有效应力应变时物理意义更加明确。

3) 结合Manson-Coffin方程,建立考虑非比例附加强化和缺口根部非均匀应力场的多轴疲劳寿命预估模型,并将该模型与传统的临界距离线法进行对比。结果表明,本文提出的多轴疲劳寿命预估方法可以使预测寿命全部位于三倍分散带以内,验证了改进临界距离法下的疲劳寿命预测方法要优于传统临界距离法下的疲劳寿命预测方法。

## 参考文献:

- [1] GATES N R, FATEMI A. Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis using the critical plane approach, Part II: notched specimen experiments and life estimations [J]. *International Journal of Fatigue*, 2018, 106: 56-69.
- [2] LIAO Ding, ZHU Shunpeng. Energy field intensity approach for notch fatigue analysis[J]. *International Journal of Fatigue*, 2019, 127: 190-202.
- [3] BRANCO R, COSTA J D, BORREGO L P, et al. Comparison of different one-parameter damage laws and local stress-strain approaches in multiaxial fatigue life assessment of notched components[J]. *International Journal of Fatigue*, 2021, 151: 106405.
- [4] 那岚. 名义应力法在航空发动机部件寿命估算中的实现与应用[J]. *内燃机与配件*, 2019(16):21-23.
- [5] TAYLOR D. The theory of critical distances[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75 (7): 1696-1705.
- [6] 龚帅, 王文轩, 王英玉, 等. 临界距离法在铝锂合金多轴缺口疲劳寿命预测中的应用[J]. *固体力学学报*, 2023, 44(4): 470-482.  
GONG Shuai, WANG Wenxuan, WANG Yingyu, et al. Application of theory of critical distance in multiaxial notch fatigue life prediction for Al-Li alloy[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2023, 44 (4): 470-482.
- [7] 王昊元, 吴昊. 基于改进临界距离法的多轴缺口疲劳寿命预测[J]. *工程机械*, 2020, 51(9): 31-40, 7-8.  
WANG Haoyuan, WU Hao. Multiaxial notched fatigue life prediction based on improved critical distance method[J]. *Construction Machinery and Equipment*, 2020, 51(9): 31-40, 7-8.
- [8] LIU Jianhui, PAN Xuemei, LI Youtang, et al. A two-point method for multiaxial fatigue life prediction[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2022, 35(2): 316-327.
- [9] 刘俭辉, 华飞龙, 段红燕, 等. 考虑应力梯度及附加强化的多轴疲劳寿命预测[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2021, 49(9): 59-63, 71.  
LIU Jianhui, HUA Feilong, DUAN Hongyan, et al. Multiaxial fatigue life prediction method considering stress gradient and strengthening effect[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2021, 49(9): 59-63, 71.
- [10] 刘俭辉, 潘雪梅, 华飞龙, 等. 考虑应力梯度的多轴缺口件疲劳寿命预测方法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2021, 49(3): 80-85.  
LIU Jianhui, PAN Xuemei, HUA Feilong, et al. Multiaxial fatigue life prediction for notched specimens considering stress gradient effect[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2021, 49(3): 80-85.
- [11] LIAO Ding, ZHU Shunpeng, QIAN Gui'an. Multiaxial fatigue analysis of notched components using combined critical plane and critical distance approach[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, 160: 38-50.
- [12] NEUBER H. Theorie der technischen Formzahl[J]. *Forschung Auf Dem Gebiet Des Ingenieurwesens A*, 1936, 7: 271-274.
- [13] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [14] PETERSON R. Notch sensitivity[M]. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [15] SUSMEL L. The theory of critical distances: a review of its applications in fatigue[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75(7): 1706-1724.
- [16] 王延荣, 李宏新, 袁善虎, 等. 考虑应力梯度的缺口疲劳寿命预测方法[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(6): 1208-1214.  
WANG Yanrong, LI Hongxin, YUAN Shanhu, et al. Method for notched fatigue life prediction with stress gradient[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28 (6): 1208-1214.
- [17] BORODII M V, SHUKAEV S M. Additional cyclic strain hardening and its relation to material structure, mechanical characteristics, and lifetime[J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(6): 1184-1191.
- [18] 于良, 白菊丽, 肖林. Zr-4 合金双轴加载中的非比例附加软化与附加强化[J]. *西安交通大学学报*, 2004, 38(3): 299-302.  
YU Liang, BAI Juli, XIAO Lin. Additional softening and strengthening behavior of hydrided Zr-4 under bi-axial out-of-phase loading[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2004, 38(3): 299-302.
- [19] QYLAFKU G, AZARI Z, KADI N, et al. Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats[J]. *International Journal of Fatigue*, 1999, 21(8): 753-760.
- [20] FARUQ N Z, SUSMEL L. Proportional/nonproportional constant/variable amplitude multiaxial notch fatigue: cyclic plasticity, non-zero mean stresses, and critical distance/plane[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2019, 42(9): 1849-1873.
- [21] TAO Zhiqiang, SHANG Deguang, SUN Yujuan, et al. Multiaxial notch fatigue life prediction based on pseudo stress correction and finite element analysis under variable amplitude loading[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2018, 41(8): 1674-1690.
- [22] MANSON S S, HALFORD G R. Multiaxial low-cycle fatigue of type 304 stainless steel[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1977, 99 (3): 283-285.
- [23] BONACUSE P J, KALLURI S. Elevated temperature axial and torsional fatigue behavior of Haynes 188[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1995, 117(2): 191-199.

(责任编辑 周 蓓)