

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2021.01.001

基于 VMD-CNN-LSTM 模型的渭河流域月径流预测

包苑村, 解建仓, 罗军刚

(西安理工大学 西北旱区生态水利国家重点实验室, 陕西 西安 710048)

摘要: 为了提高月径流预测的精度, 解决月径流的非线性和不稳定性对于预测结果的影响, 提出了变分模态分解(VMD)、卷积-长短期记忆神经网络(CNN-LSTM)组合的 VMD-CNN-LSTM 模型。通过选取渭河流域张家山站和魏家堡站 1960—2005 年的实测月径流数据进行训练和测试, 并与 EMD-LSTM、EMD-CNN-LSTM、VMD-LSTM 模型进行对比, 选取均方根误差(RMSE)、平均绝对误差(MAE)和 Nash 系数(NSE)对测试集的预测结果进行评价。研究表明 VMD-CNN-LSTM 模型相较于其他模型有更优的预测精度以及更低的误差, 且对于峰值谷值的拟合更精确, 为月径流的预测提供了一条新的途径。

关键词: 变分模态分解; 神经网络; 径流预测; 渭河流域

中图分类号: TV11 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-4710(2021)01-0001-08

Monthly runoff prediction of Weihe River Basin based on VMD-CNN-LSTM model

BAO Yuancun, XIE Jiancang, LUO Jungang

(State Key Laboratory of Eco-hydraulics in Northwest Arid Region of China, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of monthly runoff prediction and to solve the influence of the non-linearity and instability of monthly runoff on the prediction results, a VMD-CNN-LSTM model combining variational modal decomposition (VMD) and convolution-long short-term memory neural network (CNN-LSTM) is proposed. Training and testing are carried out by selecting the measured monthly runoff data from Zhangjiashan Station and Weijiabao Station in the Weihe River Basin from 1960 to 2005, comparing with EMD-LSTM, EMD-CNN-LSTM, VMD-LSTM models, selecting root mean square error (RMSE), mean absolute error (MAE) and Nash coefficient (NSE) to evaluate the prediction results of the test set. The results show that the VMD-CNN-LSTM model has better prediction accuracy and lower error than other models. The fitting of peaks and valleys is more accurate, providing a new way for the prediction of monthly runoff.

Key words: variational mode decomposition; neural network; runoff forecast; Weihe River Basin

径流预测是水文学与水资源学科的关键内容, 是实现水资源科学规划、合理调配、适应性利用的基础。但在气候变化和人类活动的影响下, 径流过程存在高度变异性, 对现有预测模型和方法的适用性是一个巨大的挑战^[1]。径流序列高度的非线性与不稳定性, 使得运用单一模型对径流序列预测, 并不能完全捕捉径流序列中的非线性因素^[2]。信号分解^[3]

可将水文序列分解得到多个相对稳定的分量, 使模型更好地捕捉特征。许多学者对基于信号分解与各种模型的组合预测问题开展了大量的研究。邵骏等^[3]将 Bayes 证据框架理论^[4-5]用于最小二乘支持向量机(LLSVM)参数的优选, 建立了中长期径流预报模型。研究表明, 该预报模型在中长期预报中具有较好的适应性。张洪波等^[6]使用经验模态

收稿日期: 2020-06-24; 网络出版日期: 2021-01-06

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20210106.0850.002.html>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51679186); 西安理工大学省部共建西北旱区生态水利国家重点实验室自主研究课题资助项目(2019KJCXTD-5)

第一作者: 包苑村, 男, 硕士生, 研究方向为水利信息化。E-mail: 651088581@qq.com

通信作者: 解建仓, 男, 博士, 教授, 博导, 研究方向为水资源管理及决策支持系统、水利信息化。E-mail: jcxie@xaut.edu.cn

分解(EMD)与 ARMIA 的混合模型用于月径流预测中,结果较单一的 ARMIA 模型 Nash 系数(NSE)提升 0.3 左右。Wang 等^[7]将集成经验模态分解(EEMD)与人工神经网络进行组合,与单一人工神经网络方法相比,EEMD-ANN 模型在中长期径流预测中有显著的改进。胡庆芳等^[8]采用长短期记忆神经网络(LSTM),构建了汉江上游安康站日径流预测模型,研究表明 LSTM 模型对于峰值的拟合更加精确,但更高精度的预测仍有机会实现。

为了更好地提升预报的精度,更好地适应变化的径流过程,引入变分模态分解(VMD),与卷积-长短期记忆神经网络(CNN-LSTM)^[9]进行组合预测,提出 VMD-CNN-LSTM 模型。将其应用于渭河张家山站,魏家堡站的月径流预测中。CNN 用于提取特征,LSTM 可以捕获时间序列中的长期依赖关系,具备更好适用性的同时还提高预测的精度。

1 研究方法

1.1 变分模态分解(VMD)

VMD 是一种新的非平稳信号自适应分解估计方法。它由 Dragomiretskiy 等^[10]提出。VMD 方法采用非递归和变分模式分解对原始信号进行处理,将输入信号分成若干个分量(IMFs)与一个残差(R),对测量噪声有较好的鲁棒性。此外,由于 K 可以预先设定,通过设置合理的收敛个数,可以有效地降低模型的计算复杂度。

VMD 的总体框架是一个变分问题,主要包括变分问题的构造和求解^[11]。原始径流序列视为非平稳信号 f ,将变分问题描述为利用中心频率求 K 个有限带宽模态函数 $u_k(t)$ ($k=1,2,3\cdots K$),从而使每个模态的带宽估计之和最小化^[12]。约束条件为所有的分量的和等于原始信号 f ,具体表达式为:

$$\begin{cases} \min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \otimes u_k(t) \right) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s. t. } \sum_{k=1}^K u_k = f \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\{u_k\} = \{u_1, u_2, \dots, u_K\}$ 是模态函数的集合; $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K\}$ 是与模态函数相对应的中心频率集; \otimes 是卷积运算; K 是模态函数的总数, $\delta(t)$ 是 Dirac 分布,是复平面上模态函数中心频率的相量描述; ω_k 是模态函数的中心频率。文献^[10]给出了 VMD 分解详尽的计算方法。

1.2 卷积神经网络(CNN)

卷积神经网络(CNN)是一种具有高效特征识别的网络,在图像识别,自然语言处理,无人驾驶汽

车等方面得到了广泛的应用^[13]。CNN 由卷积层,池化层和全连接层组成。卷积层是 CNN 的核心,其中的卷积核 C_j 用于提取内部特征:

$$C_j = \sigma \left(\sum A_i \otimes w_i + b_i \right) \quad (2)$$

式中: A_i 表示输入; \otimes 表示卷积运算; σ 为激活函数,这里选择 Relu^[14]; w_i 表示权值矩阵; b_i 则表示偏置矩阵。

池化层主要是对卷积运算后的数据进行池化操作,其作用是压缩数据与去除不必要的信息,有效地提高网络的泛化能力并且提升计算速度。这里选择最大池化方式(Maxpooling^[15])。

全连接层的每一个结点都与上一层的所有结点相连,用来把前边提取到的特征综合起来,为之后的 LSTM 层的预测提供帮助。一维卷积神经网络结构见图 1。

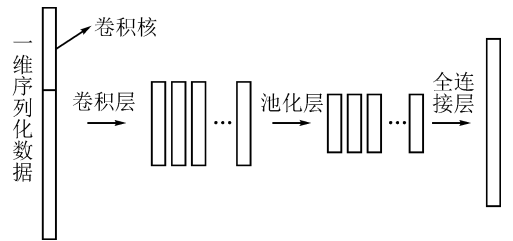


图 1 一维卷积神经网络结构图

Fig. 1 One dimensional convolution neural network structure diagram

1.3 长短期记忆神经网络(LSTM)

月径流的准确预测不仅需要考虑到近期径流数据,也应该计及远期历史数据的影响。普通的递归神经网络(RNN)具有记忆性,但在应用中难以解决梯度消失的问题^[16]。长短期记忆神经网络(LSTM)应运而生,LSTM 相较于 RNN,能更好地分配历史单元的信息,并且具有捕获时间序列中长期依赖关系的能力。LSTM 单元结构见图 2。

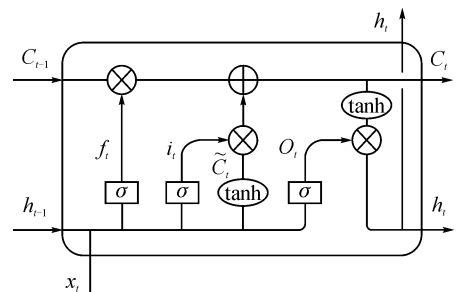


图 2 LSTM 单元结构图

Fig. 2 LSTM unit structure diagram

一个 LSTM 单元由忘记门 f_t 、输入门 i_t 和输出门 O_t 组成,其中 i_t 判断上层输入是否进入隐藏层, O_t 选择该单元的输出是否进入下一单元, f_t 表示是否将

该单元的历史信息进行存储。具体计算公式见下。

$$f_t = \sigma(\mathbf{W}_f[h_{t-1}, x_t] + \mathbf{b}_f) \quad (3)$$

$$i_t = \sigma(\mathbf{W}_i[h_{t-1}, x_t] + \mathbf{b}_i) \quad (4)$$

$$\tilde{C}_t = \tan(\mathbf{W}_c[h_{t-1}, x_t] + \mathbf{b}_c) \quad (5)$$

$$C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t \quad (6)$$

$$o_t = \sigma(\mathbf{W}_o[h_{t-1}, x_t] + \mathbf{b}_o) \quad (7)$$

$$h_t = o_t * \tanh(C_t) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{W}_f, \mathbf{W}_i, \mathbf{W}_c, \mathbf{W}_o$ 为权值矩阵; $\mathbf{b}_f, \mathbf{b}_i, \mathbf{b}_c, \mathbf{b}_o$ 为偏置向量; h_{t-1}, h_t 分别为上一单元的输入与本单元的输出; C_{t-1}, C_t 分别为前一单元和本单元的信息状态; \tilde{C}_t 为通过输入门的候选信息状态; σ 为 sigmoid 函数; \oplus, \otimes 分别为逐点相加和逐点相乘。

1.4 VMD-CNN-LSTM(VCL) 预测模型

VMD-CNN-LSTM(VCL) 模型的基本预测流程为如下。

- 1) 将原始月径流序列进行 VMD 分解。
- 2) 将分解后的多个分量进行归一化处理。
- 3) 选取模型的输入输出。根据月径流的年际变化规律,选取每一个分量的历史滞后 12 个月作为模型的输入,原始径流序列的第十三个月作为输出,预见期为 1 个月,如下所示:

$$\begin{cases} \text{input} = [\text{IMF}_{1(t-12,t)}, \text{IMF}_{2(t-12,t)}, \\ \quad \dots, \text{IMF}_{n(t-12,t)}, R_{(t-12,t)}] \\ \text{output} = S_{t+1} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $t > 12$; S 为原始月径流序列。

- 4) 将选好的输入与输出放入 CNN-LSTM 模型训练,进行预测。实验流程图见图 3。

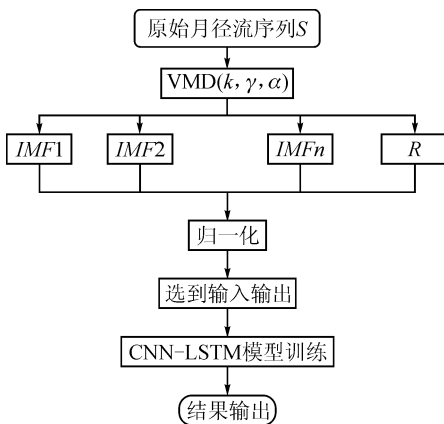


图3 预测模型流程图

Fig. 3 Forecast model flow chart

1.5 模型验证

选取均方根误差(RMSE),平均绝对误差(MAE)和Nash系数(NSE)对测试集的预测结果进行评价,更加清楚地反应模型的预测效果。

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - y_0| \quad (10)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_0)^2} \quad (11)$$

$$\text{NSE} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_0)^2}{\sum_{i=1}^n (y_0 - y)^2} \quad (12)$$

式中: y_i 为 i 时刻的预测值; y_0 为 i 时刻的实测值; y 为实测值的均值。

2 实例分析

2.1 实验环境搭建

本实验全流程采用 python3.7 完成,其中 VMD 分解使用 python 的第三方库 vmdpy 完成,神经网络的搭建则使用 Keras 2.2.4。

2.2 资料来源

渭河是黄河的最大的一级支流,是陕西人民的“母亲河”^[17]。主要流经今甘肃天水、陕西关中平原的宝鸡、咸阳、西安、渭南等地,至渭南市潼关县汇入黄河。但近几年来,渭河流域水灾害频发,对社会经济造成了重大影响。因此,对渭河流域进行径流预测的研究具有重要的战略意义。

张家山水文站是渭河最大支流泾河的下游干流控制站,站址位于陕西省泾阳县王桥镇岳家坡村赵家沟,东经 $105^{\circ}36'$,北纬 $34^{\circ}38'$,集水面积 $43\ 216\ \text{km}^2$,控制河长 $397\ \text{km}$,河流平均比降 2.78% ,距河口里程 $58\ \text{km}$ 。魏家堡水文站是渭河干流控制站,站址位于陕西省眉县城关镇西关村,东经 $107^{\circ}43'$,北纬 $34^{\circ}17'$ 。集水面积 $37\ 012\ \text{km}^2$,河长 $494\ \text{km}$,流域平均比降 2.75% ,距河口里程 $323\ \text{km}$ 。本文分别选取张家山站与魏家堡站 1960—2005 年的 552 个实测月径流资料为研究对象。其中张家山站前 400 个月数据作为训练集,后 152 个月数据作为测试集。魏家堡站前 442 个月数据作为训练集,后 110 个月数据作为测试集。张家山站与魏家堡站的实测月径流序列见图 4 和图 5。

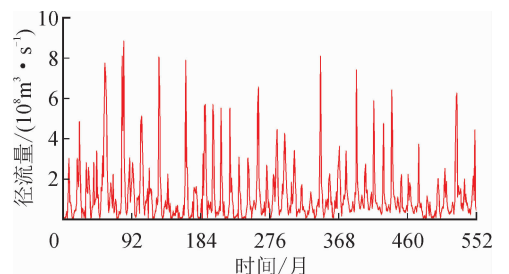


图4 张家山站月径流序列

Fig. 4 Monthly runoff series of Zhangjiashan Station

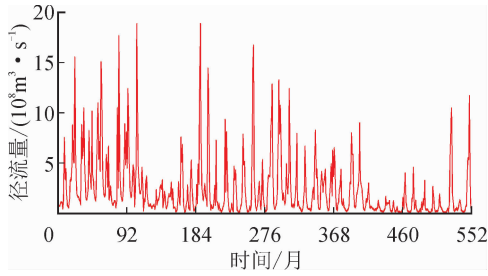
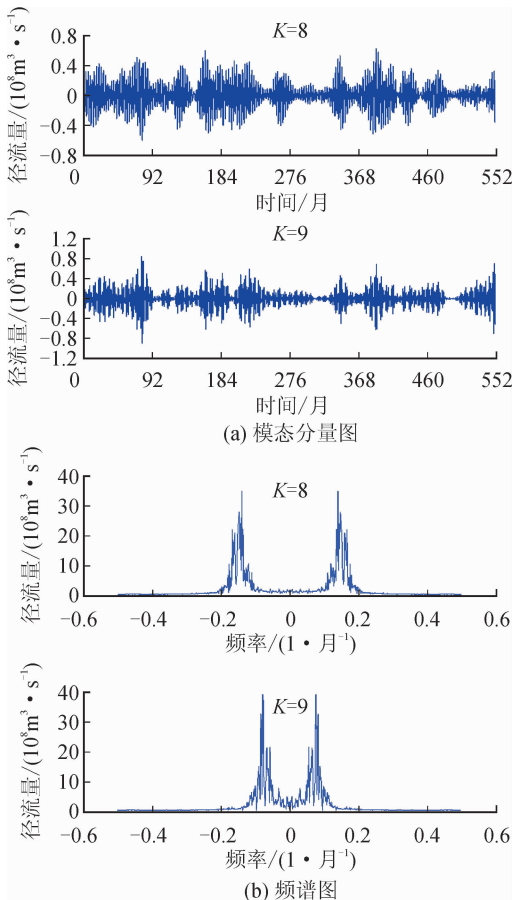
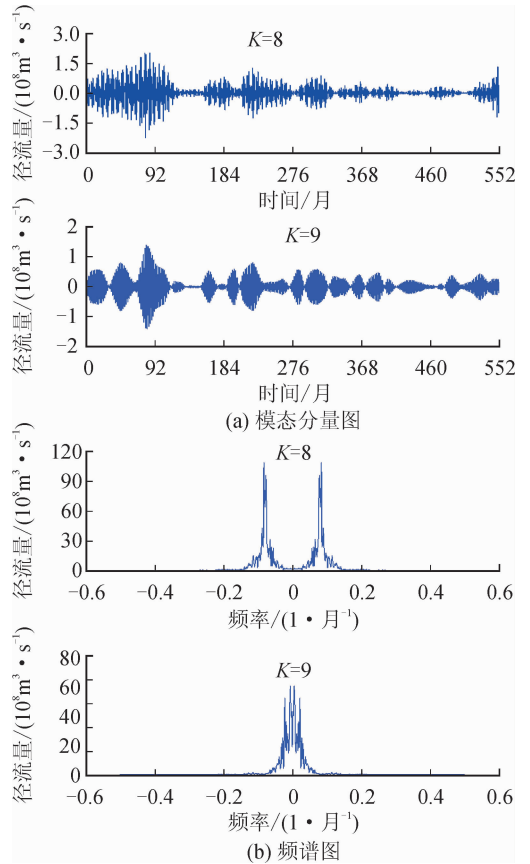


图 5 魏家堡站月径流序列

Fig. 5 Monthly runoff series of Weijiabao Station

2.3 VCL 模型预测

为了使 CNN-LSTM 模型能更好地识别径流的变化规律,降低预测的难度,对两个站的月径流资料进行 VMD 分解,最重要的是确定 VMD 分解的模态数 K 。通过多次预实验,将每个模态分量进行 Fourier 变换,发现两个站点的月径流都在 $K=9$ 时(见图 6(a)和图 7(a)),中心频率开始出现混叠现象^[18],即不同频率的尺度未完全分离(见图 6(b)和图 7(b)),因此 K 选择 8。

图 6 $K=8, K=9$ 时张家山站月径流 VMD 模态分量与对应频谱图Fig. 6 VMD modal components and corresponding spectrograms of monthly runoff at Zhangjiashan Station when $K=8$ and $K=9$ 图 7 $K=8, K=9$ 时魏家堡站月径流 VMD 模态分量与对应频谱图Fig. 7 VMD modal components and corresponding spectrograms of monthly runoff at Weijiabao Station at $K=8$ and $K=9$

如图 8 和图 9 所示,通过 VMD 分解,将原始径流序列分为了不同频率的 8 个分量,分量的频率由高到低依次排列,前 7 个分量具有周期性,最后 1 个分量表示原始径流序列的趋势变化。VMD 分解后,原始径流序列中的隐藏信息(周期与趋势)被挖掘出来,这样做不仅使模型能更好地理解周期性的信息,同时也增加了数据量。

2.4 对比试验及结果分析

本实验的 CNN-LSTM 网络使用两层卷积层,卷积核大小为 3×1 。一层池化层,采用最大池化(Maxpooling)方式,后接两层 LSTM 层及一个全连接层输出结果。在相同的预测流程下选择 EMD-LSTM(EL)、EMD-CNN-LSTM(ECL)、EMD-LSSVM(ES)、VMD-LSSVM(VS)、VMD-LSTM(VL)进行对比分析。

根据月径流的年际变化规律,将 VMD 分解好的数据选取输入和输出,用训练集的数据训练模型,用测试集验证模型,不同模型的测试集预测结果见图 10 和图 11。

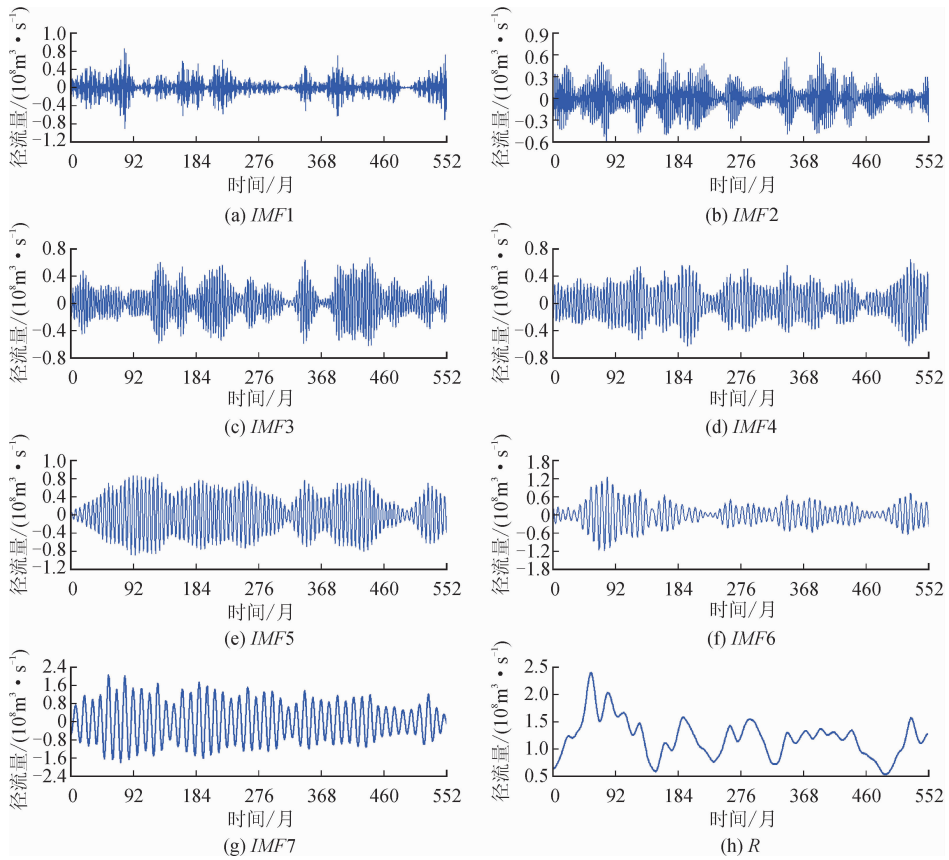


图 8 张家山站月径流 VMD 分解

Fig. 8 VMD decomposition of monthly runoff at Zhangjiashan Station

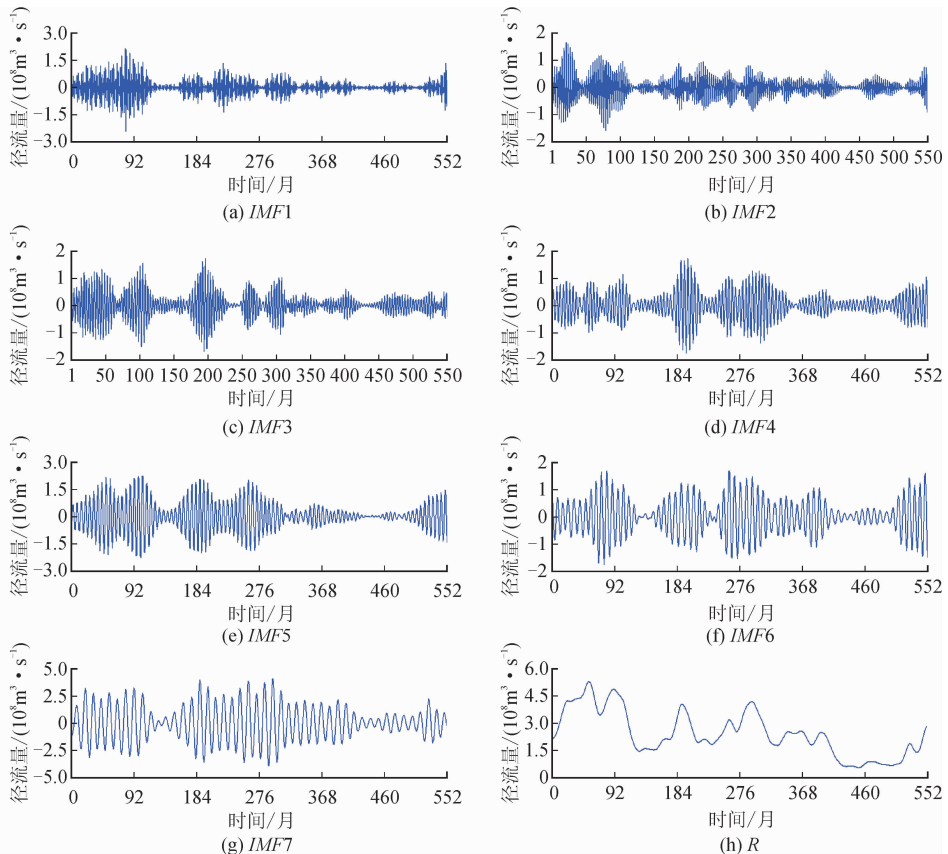


图 9 魏家堡站月径流 VMD 分解

Fig. 9 VMD decomposition of monthly runoff at Weijiabao Station

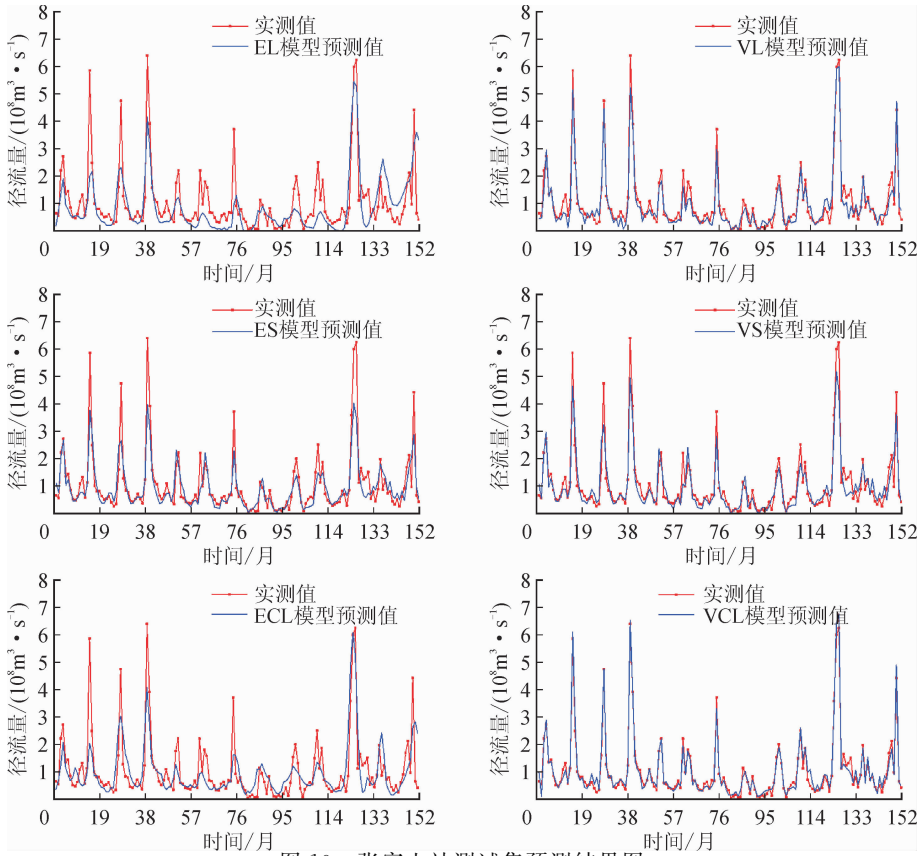


图 10 张家山站测试集预测结果图
Fig. 10 Test set prediction results of Zhangjiashan Station

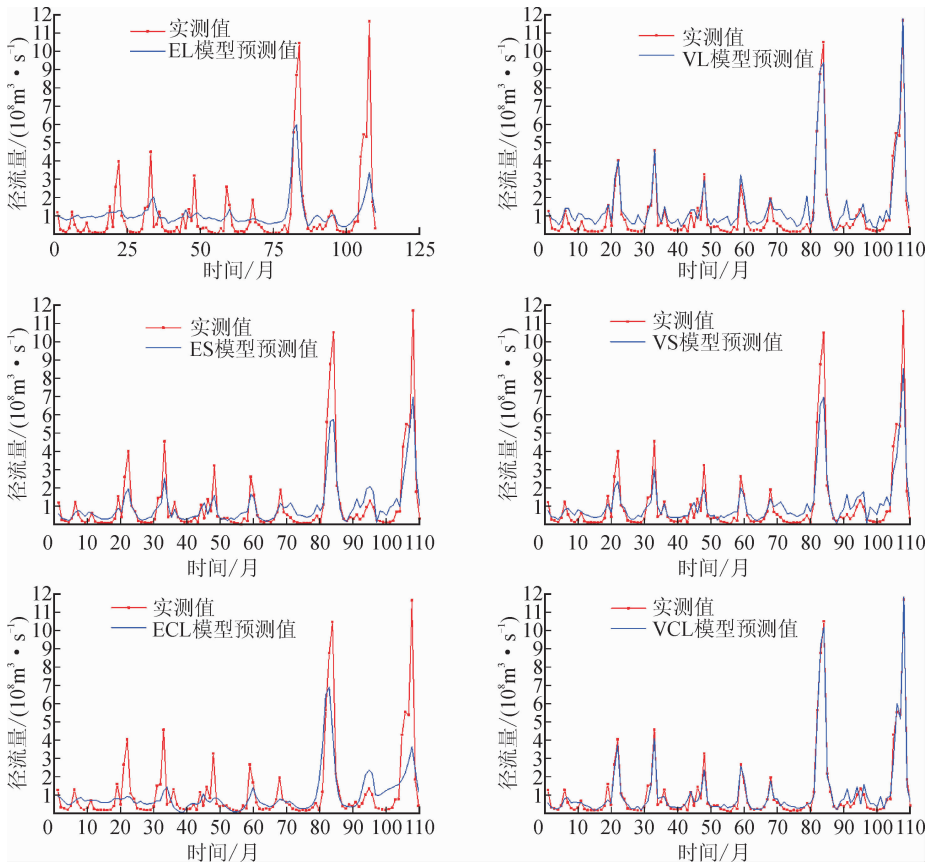


图 11 魏家堡站测试集预测结果图
Fig. 11 Test set prediction results of Weijiabao Station

由表 1 可知,基于 VMD 分解的 VS、VL、VCL 模型较之基于 EMD 分解的 ES、EL、ECL 模型有较大的预测性能提升。其中 VL 与 VCL 模型的预测性能最优,NSE 系数达到了 0.90 以上,MAE 与 RMSE 降低至 0.6 以内,这主要是因为 EMD 分解容易产生端点效应和模态混叠的问题,且本实验中的 EMD 分解的固有模态分量个数为 6,相较于 VMD 可以自由选择模态分量个数来说,数据量较少。而对 ECL 较之 EL、VCL 较之 VL 在预测性能也有小幅度的提升,这是由于卷积核中的池化层可以去除不必要信息,使得 LSTM 层在预测中的四个

判断中能更好地捕捉长期依赖关系,选择最优的输入和输出,图 10 与图 11 可进一步印证结论。除此之外分别对比两个站的 EL 和 ECL 模型、VL 和 VCL 模型可以看出,加入卷积层的模型能更好地学习月径流数据的特征,且对于峰值和谷值的拟合更加地精确。两个站的 VCL 模型的整体预测性能优越, RMSE 与 MAE 等指标较之其它模型均最小,可证明该模型的稳定性以及在渭河流域的预测可行性,可以应用于非线性,非平稳的月径流序列预测中。

表 1 各模型在测试集上的预测效果

Tab.1 Prediction effect of each model on test set

| 站名 | 对比模型 | MAE | RMSE | NSE |
|-----|------|---------|---------|---------|
| 张家山 | EL | 0.568 2 | 0.840 7 | 0.475 3 |
| | ECL | 0.511 8 | 0.768 7 | 0.561 2 |
| | ES | 0.336 8 | 0.561 9 | 0.765 5 |
| | VS | 0.278 3 | 0.408 5 | 0.876 0 |
| | VL | 0.219 4 | 0.292 1 | 0.936 7 |
| | VCL | 0.141 2 | 0.189 9 | 0.973 2 |
| 魏家堡 | EL | 0.841 8 | 1.405 6 | 0.474 7 |
| | ECL | 0.727 2 | 1.335 7 | 0.525 6 |
| | ES | 0.548 9 | 0.941 5 | 0.764 2 |
| | VS | 0.505 7 | 0.752 0 | 0.849 6 |
| | VL | 0.476 5 | 0.558 8 | 0.917 0 |
| | VCL | 0.245 8 | 0.338 1 | 0.969 6 |

3 结 论

为了提升月径流预测的精度,更好地学习月径流序列中的隐藏信息,本文提出了基于变分模态分解(VMD),卷积神经网络(CNN)与长短期记忆神经网络(LSTM)的组合预测方法,并应用于渭河流域张家山站和魏家堡站的月径流预测中,得出的结论见下。

1) 对于高度非线性的月径流序列进行预测时,将原始径流数据分解为多个分量,VMD 可以手动选择模态个数,且较 EMD 能更好地避免中心频率混叠的问题,同时增加了数据量,为数据驱动模型提供了良好的数据基础,因此先将月径流序列进行 VMD 分解是必要的。

2) CNN-LSTM 模型较于单一的 LSTM 模型能更好地提取特征,且对于峰值谷值的预测更为精确,提供更高的预测精度。本文将 VMD-CNN-LSTM 模型应用于渭河流域的张家山站,魏家堡站的月径流预测中,相较于 EMD-LSTM、EMD-CNN-

LSTM、EMD-LLSVM、VMD-LLSVM 与 VMD-LSTM 能取得更高的精度与更低的误差,从而证明该模型的稳定性,为渭河的月径流预测提供了一条新的途径。

参考文献:

- [1] 左其亭. 水资源适应性利用理论及其在治水实践中的应用前景[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(1): 18-24.
ZUO Qiting. Theory of adaptive utilization of water resources and its application prospect in water management practices[J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(1): 18-24.
- [2] 杨丽洁. 数据驱动模型在洪水预报中的应用及其发展趋势[J]. 电脑知识与技术, 2018, 14(17): 275-277.
YANG Lijie. Application of data-driven model in flood forecast and its development trend [J]. Computer Knowledge and Technology, 2018, 14(17): 275-277.
- [3] 邵骏,袁鹏,张文江,等. 基于贝叶斯框架的 LS-SVM 中长期径流预报模型研究[J]. 水力发电学报, 2010, 29(5): 178-182, 189.

- SHAO Jun, YUAN Peng, ZHANG Wenjiang, et al. Study of mid-long term runoff forecast based on LS-SVM in Bayesian evidence framework[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(5): 178-182, 189.
- [4] 周闫明, 石朋, 瞿思敏, 等. 基于贝叶斯优化算法的新安江模型参数优化及应用[J]. 水电能源科学, 2019, 37(5): 6-9, 127.
- ZHOU Yanming, SHI Peng, QU Simin, et al. Application of Bayesian optimization to calibrate parameters of Xin'anjiang Hydrological Model[J]. Water Resources and Power, 2019, 37(5): 6-9, 127.
- [5] KISS T, FIALA K, SIPOS G. Alterations of channel parameters in response to river regulation works since 1840 on the Lower Tisza River (Hungary)[J]. Geomorphology, 2008, 98(1/2): 96-110.
- [6] 张洪波, 余茨皓, 孙文博, 等. 面向 EMD 分解的径流量重构方法对比研究[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(1): 60-66, 166.
- ZHANG Hongbo, YU Yinghao, SUN Wenbo, et al. Comparison among reconstruction methods for empirical mode decomposition components in runoff prediction [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(1): 60-66, 166.
- [7] WANG Wenchuan, CHAU K W, QIU Lin, et al. Improving forecasting accuracy of medium and long-term runoff using artificial neural network based on EEMD decomposition [J]. Environmental Research, 2015, 139: 46-54.
- [8] 胡庆芳, 曹士圻, 杨辉斌, 等. 汉江流域安康站日径流预测的 LSTM 模型初步研究[J]. 地理科学进展, 2020, 39(4): 636-642.
- HU Qingfang, CAO Shiwei, YANG Huibin, et al. Daily runoff predication using LSTM at the Ankang Station, Hanjing River[J]. Progress in Geography, 2020, 39(4): 636-642.
- [9] 刘月峰, 杨宇慧. 基于 CNN-LSTM 的短期电力负荷预测研究[J]. 科技创新与应用, 2020(1): 84-85.
- [10] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational Mode Decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [11] 王粟, 江鑫, 曾亮, 等. 基于 VMD-DESN-MSGP 模型的超短期光伏功率预测[J]. 电网技术, 2020, 44(3): 917-926, 中插 5.
- WANG Su, JIANG Xin, ZENG Liang, et al. Ultra-short-term photovoltaic power prediction based on VMD-DESN-MSGP model[J]. Power System Technology, 2020, 44(3): 917-926.
- [12] MIAO Shun, WANG Z J, LIAO Rui. A CNN regression approach for real-time 2D/3D registration [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2016, 35(5): 1352-1363.
- [13] 常亮, 邓小明, 周明全, 等. 图像理解中的卷积神经网络[J]. 自动化学报, 2016, 42(9): 1300-1312.
- CHANG Liang, DENG Xiaoming, ZHOU Mingquan, et al. Convolutional neural networks in image understanding[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(9): 1300-1312.
- [14] 王双印, 滕国文. 卷积神经网络中 ReLU 激活函数优化设计[J]. 信息通信, 2018(1): 42-43.
- WANG Shuangyin, TENG Guowen. Optimal design of ReLU activation function in convolutional neural networks[J]. Information & Communications, 2018(1): 42-43.
- [15] 伍云霞, 田一民. 基于最大池化稀疏编码的煤岩识别方法[J]. 工程科学学报, 2017, 39(7): 981-987.
- WU Yunxia, TIAN Yimin. A coal-rock recognition method based on max-pooling sparse coding[J]. Chinese Journal of Engineering, 2017, 39(7): 981-987.
- [16] 王鑫, 吴际, 刘超, 等. 基于 LSTM 循环神经网络的故障时间序列预测[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(4): 772-784.
- WANG Xin, WU Ji, LIU Chao, et al. Exploring LSTM based recurrent neural network for failure time series prediction[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(4): 772-784.
- [17] 邹磊, 余江游, 夏军, 等. 基于 SPEI 的渭河流域干旱时空变化特征分析[J]. 干旱区地理, 2020, 43(2): 329-338.
- ZOU Lei, YU Jiangyou, XIA Jun, et al. Temporal-spatial variation characteristics of drought in the Weihe River Basin based on SPEI[J]. Arid Land Geography, 2020, 43(2): 329-338.
- [18] 付华, 刘超, 张松, 等. VMD-SWT 联合算法在故障行波检测中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报, 2020, 32(5): 55-61.
- FU Hua, LIU Chao, ZHANG Song, et al. Application of VMD-SWT joint algorithm in fault traveling wave detection [J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2020, 32(5): 55-61.

(责任编辑 王绪迪)