

DOI:10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2021.01.008

高速电主轴转子-轴承系统动力学特性分析

高峰^{1,2}, 贾伟涛^{1,2}, 李艳^{1,2}

(1. 西安理工大学 教育部数控机床及机械装备制造集成重点实验室, 陕西 西安 710048;

2. 西安理工大学 陕西省制造装备重点实验室, 陕西 西安 710048)

摘要: 为了预测高速电主轴转子-轴承系统的动力学行为, 本文以 150MD25Z7.5 高速电主轴转子-轴承系统为研究对象, 考虑质量偏心及“负刚度”效应, 建立转子-轴承系统动力学模型。运用 Runge-Kutta 方法及稳定性理论, 分析了系统动力学响应及不动点处的局部稳定性。结果表明: ① 转速的增加, 系统振幅逐渐增大, 且系统表现出复杂的动力学行为。② 轴承刚度的增加, 系统振幅呈现下降的趋势, 且系统始终处于周期运动。③ 根据稳定性理论, 系统在固定点 $(\pm 1, 0)$ 附近, 是失稳的, 在固定点 $(0, 0)$ 附近, 是渐近稳定的。

关键词: 高速电主轴; 非线性行为; 稳定性分析

中图分类号: TH113

文献标志码: A

文章编号: 1006-4710(2021)01-0057-07

Dynamic characteristics analysis of rotor-bearing system for high speed motorized spindle

GAO Feng^{1,2}, JIA Weitao^{1,2}, LI Yan^{1,2}

(1. Key Laboratory of NC Machine Tools and Integrated Manufacturing Equipment of the Ministry of Education,

Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Key Laboratory of Manufacturing Equipment of

Shaanxi Province, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Taking the rotor-bearing system of 150MD25Z7.5 high-speed motorized spindle as the research object, the dynamic model rotor-bearing system is established considering mass eccentricity and “negative stiffness” effect to predict the dynamic behavior of rotor-bearing system for high-speed motorized spindle. The dynamic response and the local stability at the fixed point of the system are analyzed by using Runge-Kutta method and stability theory respectively. The results show that the amplitude of the system increases gradually with the increase of rotating speed, and the system complex dynamic behavior. With the increase of bearing stiffness, the amplitude of the system decreases and the system is always in periodic motion. Based on the stability theory, the system is unstable near the fixed point $(\pm 1, 0)$, and asymptotically stable near the fixed point $(0, 0)$.

Key words: high speed motorized spindle; nonlinear behavior; stability analysis

高速加工是一种先进制造技术, 广泛应用于航空航天、模具等高端装备制造制造业, 极大地提高了生产率和加工精度, 降低了生产成本^[1]。电主轴作为高速数控机床核心部件, 将原动力-传动装置-执行器-控制系统集成于一体, 实现高速运行。主轴单元是影响电主轴系统稳定性的关键部件, 轴承刚度对电主轴转子-轴承系统动态特性有着重要影响^[2-5]。

文献[6-7]建立了考虑预紧的高速角接触球轴承动力学模型, 以 7012/CD 轴承为例, 分析预紧对高速角接触球轴承动态刚度的影响。Zhang 等^[8-10]

建立了角接触球轴承在不同预紧机制下的刚度分析模型。结果表明: 在固定位置预载荷作用下, 该轴承具有较好的刚度稳定性。采用时程图、相图和 Poincaré 图分析了不同支承下, 转子轴承系统的动力学特性, 结果表明, 系统的动态特性随轴承刚度及转速的变化呈现出倍周期、准周期和混沌运动特性, 可用于预测转子轴承系统的动力学响应^[11-14]。文献[15-18]建立不同支承下高速转子系统的非线性模型, 通过求解 Floquet 乘子矩阵的对数确定原系统的稳定性, 并得到系统稳定极限曲线。基于稳定

收稿日期: 2020-01-09; 网络出版日期: 2020-10-26

网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20201025.1015.002.html>

基金项目: 陕西省重点研发计划资助项目(2018ZDXM-GY-074)

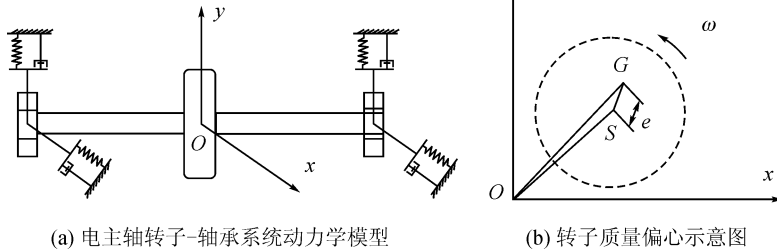
第一作者: 高峰, 男, 博士, 教授, 研究方向为数控装备控制及检测。E-mail: gf2713@163.com

性理论^[19],给出了二维动力系统在不动点处的局部稳定性^[20-21]。高速旋转电主轴,由于质量偏心诱发的离心力是主要的激励源之一^[22-23]。由于电主轴轴径较小,出厂前又做了很好的动平衡,因而很多学者^[24-25]在进行动力学分析时,通常忽略轴系离心力对主轴系统动力学特性的影响。实际上在高速状态下,轴系离心力的影响是客观存在的。Wang等^[26]研究了高速电主轴系统在离心力和轴承刚度软化效应下的动态性能。结果表明:上述因素对电主轴的动态性能影响较大。

考虑离心力及轴承刚度软化效应,以150MD25Z7.5电主轴为研究对象,建立电主轴转子-轴承系统的非线性动力学模型,分析不同运行参数下,电主轴系统动力学响应,并讨论了动力系统在不动点处的局部稳定性。

1 动力学模型

高速电主轴由转子、定子、转轴、前后支承轴承、



(a) 电主轴转子-轴承系统动力学模型

(b) 转子质量偏心示意图

图2 角接触球轴承支承下不平衡转子动力学模型

Fig. 2 Dynamic model unbalanced rotor supported by angular contact ball bearing

角接触球轴承的径向刚度 k_1 可近似按下式计算^[27]:

$$k_1 = 1.77236 \times 10^7 \times (z^2 D_b)^{1/3} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^{1/3} \alpha} F_0^{1/3} \quad (1)$$

式中: z 为滚动体数目; D_b 为滚动体直径; α 为轴承接触角; F_0 为轴承预紧力。

计算可得: $k_1 = 2.2488 \times 10^9$ N/m。

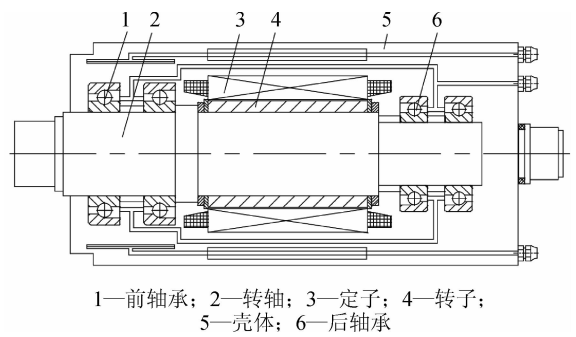
利用等效弹簧和阻尼建立具有非线性支承的电主轴转子轴承模型。在不平衡质量激励下,电主轴转子-轴承系统的运动方程如下:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1 x + k_3 x^3 = m e \omega^2 \cos(\omega t) \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + k_1 y + k_3 y^3 = m e \omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: m , e 和 ω 分别是转子的质量、质量偏心率和转速; c , k_1 和 k_3 分别代表转子支承的阻尼、线性和非线性刚度。

由于式(2)中无耦合项,平面 y 的振动与平面 x 的振动相同,只是存在一个相位差,所以本文只研究一个方向上的振动状态。

壳体等基本机械部件组成。图1为高速电主轴的基本结构形式,转子和定子置于主轴前后轴承之间。



1—前轴承; 2—转轴; 3—定子; 4—转子;
5—壳体; 6—后轴承

图1 电主轴结构简图

Fig. 1 Structural diagram of motorized spindle

对于高速电主轴,根据其转子系统的结构特点,将其简化为包含质量不平衡的转子-轴承系统模型,见图2。其中, S 为圆盘几何中心, G 为圆盘质量中心, e 为偏心距。模型中转子两端由角接触球轴承B7008支承,转轴长为310 mm,转轴质量为3.699 kg。

高速磨削主轴系统是一种机电耦合系统,由于系统存在电磁刚度,转子-轴承系统表现出软特性。将式(2)写为:

$$\ddot{x} + \xi \dot{x} + \omega_n^2 x - \hat{a} x^3 = e \omega^2 \cos(\omega t) \quad (3)$$

式中: $\xi = c/m$, $\hat{a} = |k_3|/m$ 。

将式(3)改写为:

$$\ddot{y} + r \dot{y} + y - y^3 = f \cos(\lambda \tau) \quad (4)$$

式中: $y = kx$, $k = \sqrt{\hat{a}/\omega_n^2}$; $\tau = \omega_n t$; $r = \xi/\omega_n$; $f = e \omega^2 \sqrt{\hat{a}}/\omega_n^3$; $\lambda = \omega/\omega_n$; ω_n 表示固有频率。

对于高速磨削电主轴的转子-轴承系统, $r \ll 1$, $f \ll 1$,所以将 r , f 认为是小参数。

2 结果与讨论

采用数值分析法求解系统动力学方程,分析电主轴转子-轴承系统动力学行为。

2.1 不同转速下的响应($k_1 = 2.2488 \times 10^9$ N/m)

轴承刚度为 $k_1 = 2.2488 \times 10^9$ N/m,以 ω 作为控制参数,系统时程图、Poincaré图分别见图3~6。

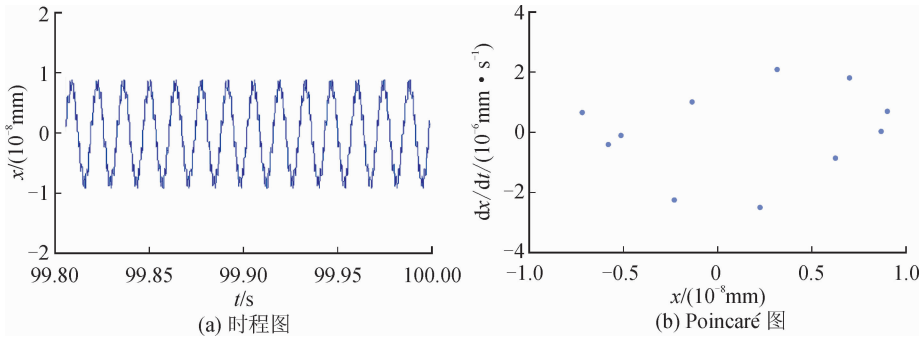


图3 转速 $\omega=5\ 000$ r/min 时的系统响应
Fig. 3 System response when $\omega=5\ 000$ r/min

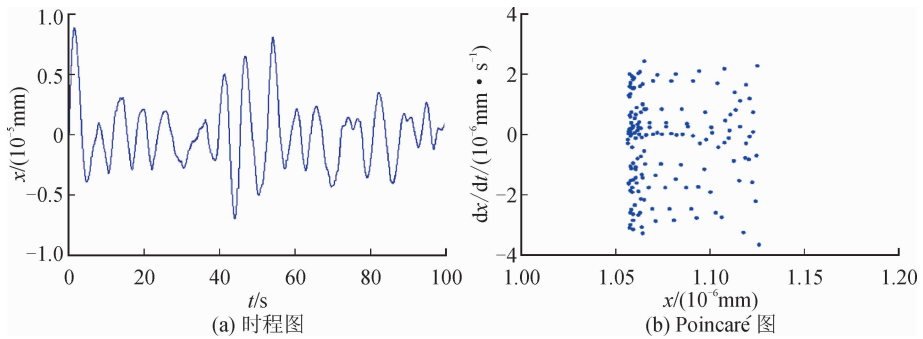


图4 转速 $\omega=10\ 000$ r/min 时的系统响应
Fig. 4 System response when $\omega=10\ 000$ r/min

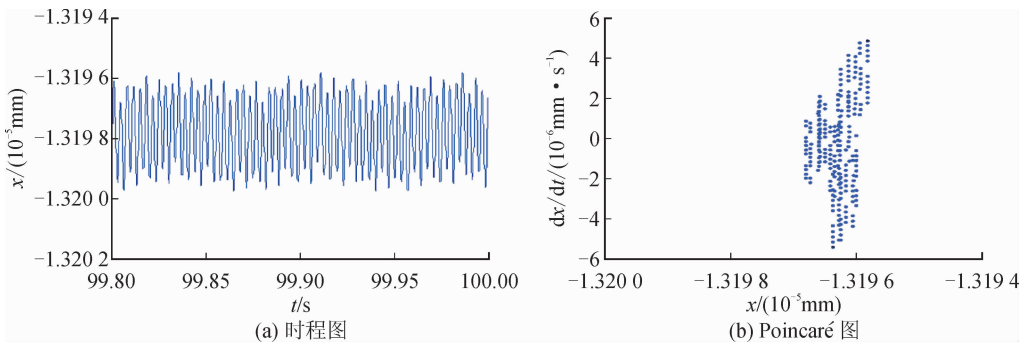


图5 转速 $\omega=15\ 000$ r/min 时的系统响应
Fig. 5 System response when $\omega=15\ 000$ r/min

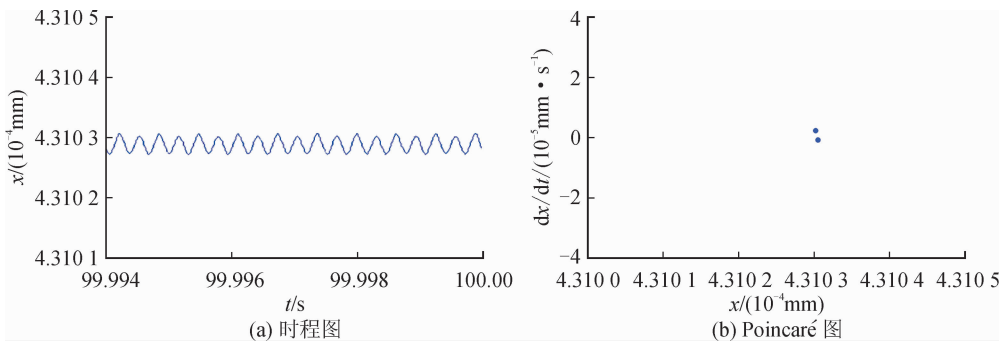


图6 转速 $\omega=20\ 000$ r/min 时的系统响应
Fig. 6 System response when $\omega=20\ 000$ r/min

由图3~6可知,当转子转速为5 000 r/min时,系统时程图呈周期性变化,且Poincaré图上为11个孤立的点,则系统为周期11(P11)运动,此时系统最大振幅达到 9×10^{-9} mm。当转子转速升高为10 000 r/min时,时程图历程杂乱无章、无规律可循,且Poincaré图上出现了大量无序的点。因此,此时系统处于混沌(chaos)运动状态,且最大振幅达到 8×10^{-6} mm。同理,当转速为15 000 r/min时,系统仍处于混沌(chaos)状态,此时系统最大振幅达到 1.32×10^{-5} mm。当系统转速升高为20 000 r/min时,Poincaré图上出现了2个孤立的点,则系统处于周期2(P2)运动状态,且系统最大振幅为 4.31×10^{-4} mm。

由上可知,电主轴转子-轴承系统的主轴振幅随

转速变化的变化趋势为: 9×10^{-9} mm $\rightarrow 8 \times 10^{-6}$ mm $\rightarrow 1.32 \times 10^{-5}$ mm $\rightarrow 4.31 \times 10^{-4}$ mm。可知,主轴振幅随转速的增加而增加。原因在于,转速的增加使得不平衡质量引起的离心力显著增强,导致系统振幅增加。当转速为5 000 r/min、20 000 r/min时,系统时程图表现为周期变化的趋势,且Poincaré图上存在若干孤立的点,则表明系统处于周期运动状态。转速为10 000 r/min、15 000 r/min时,Poincaré图出现大量无序的点,系统为混沌运动,随着转子转速的升高,系统运动特性为P11 \rightarrow chaos \rightarrow P2。

2.2 不同转速下的响应($k_1=2.2488 \times 10^{10}$ N/m)

轴承刚度为 $k_1=2.2488 \times 10^{10}$ N/m,以 ω 作为

控制参数,系统时程图、Poincaré图分别见图7~10。

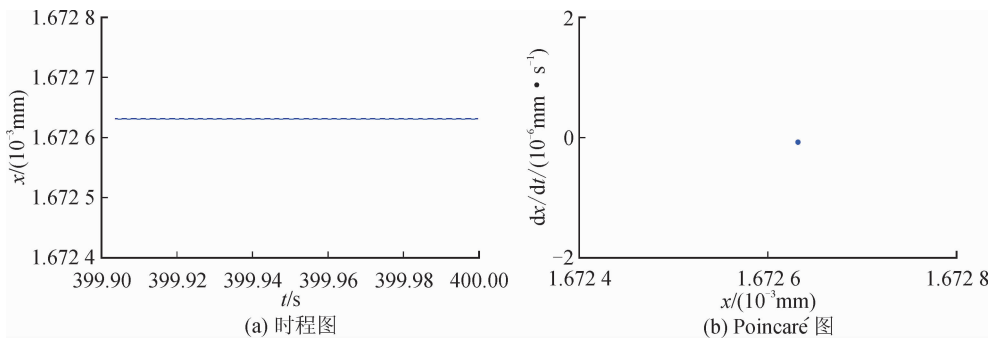


图7 转速 $\omega=5\ 000$ r/min时的系统响应
Fig. 7 System response when $\omega=5\ 000$ r/min

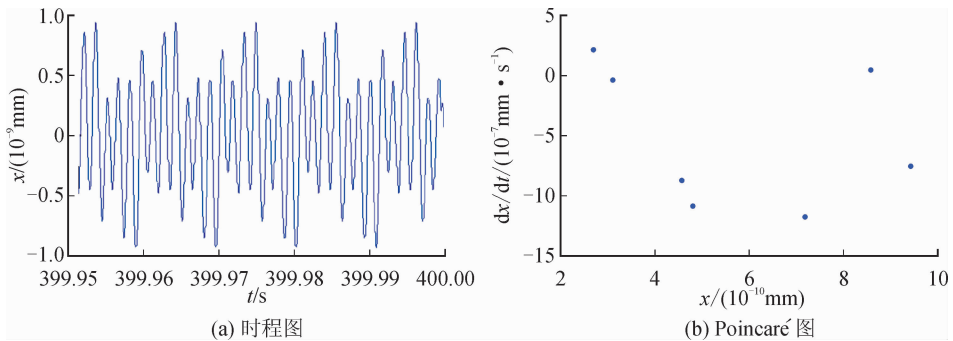


图8 转速 $\omega=10\ 000$ r/min时的系统响应
Fig. 8 System response when $\omega=10\ 000$ r/min

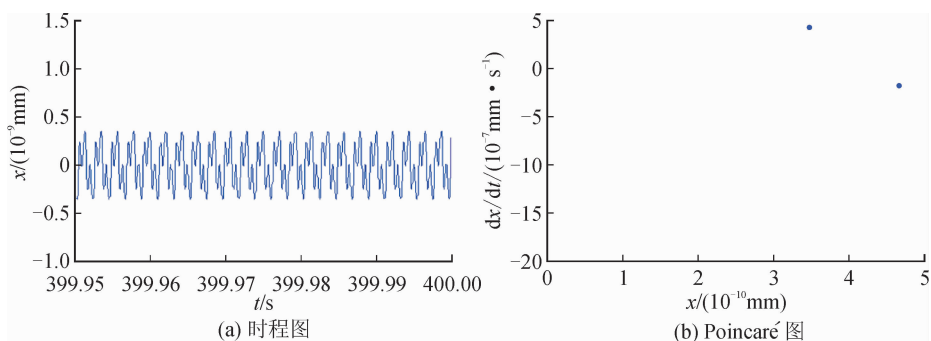


图9 转速 $\omega=15\ 000$ r/min时的系统响应
Fig. 9 System response when $\omega=15\ 000$ r/min

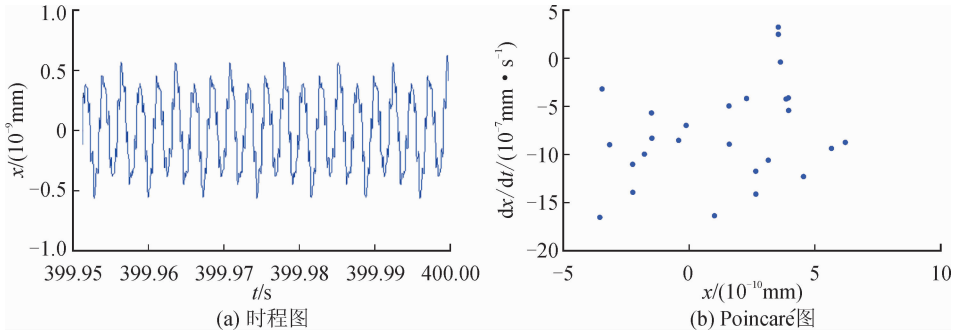


图 10 转速 $\omega=20\ 000$ r/min 时的系统响应
Fig. 10 System response when $\omega=20\ 000$ r/min

由图 7~10 可知,当转子转速为 5 000 r/min 时,系统时程图呈周期性变化,且 Poincaré 图上存在 1 个孤立的点,则系统运动为周期 1(P1)运动,此时系统最大振幅达到 $1.672\ 6 \times 10^{-3}$ mm。当转子转速升高为 10 000 r/min 时,Poincaré 图上出现可数个孤立的点,则此时系统为周期 7(P7)运动,此时系统最大振幅达到 1×10^{-9} mm。同理,当转速为 15 000 r/min 时,系统为周期 3(P3)运动,此时系统最大振幅达到 4×10^{-10} mm。当系统转速升高为 20 000 r/min 时,Poincaré 图上出现可数个孤立的点,则系统处于周期 n (P- n)运动状,此时系统最大振幅达到 5×10^{-10} mm。

分析图 7~10 可知,主轴振幅随转速的变化趋势为: $1.672\ 6 \times 10^{-3}$ mm \rightarrow 1×10^{-9} mm \rightarrow 4×10^{-10} mm \rightarrow 5×10^{-10} mm。同时可以看出,转子轴承系统始终处于周期运动状态,即 P1 \rightarrow P7 \rightarrow P3 \rightarrow P- n 。

电主轴转子-轴承系统的动力学特性见表 1。

表 1 不同刚度下电主轴的运动特性

Tab. 1 Dynamic characteristics of motorized spindle system with different stiffness

转速 $\omega/$ ($r \cdot \min^{-1}$)	轴承刚度 $k_1/(N \cdot m^{-1})$	
	$2.248\ 8 \times 10^9$	$2.248\ 8 \times 10^{10}$
5 000	P11	P1
10 000	chaos	P7
15 000	chaos	P3
20 000	P2	P- n

由表 1 可知,当 $k_1=2.248\ 8 \times 10^9$ N/m 时,系统的运动状态随转速的增加而变化,从周期运动到混沌运动,最后再回到周期运动。当 $k_1=2.248\ 8 \times 10^{10}$ N/m 时,系统处于周期运动状态。由此可见,刚度的增加抑制了混沌的发生,改善了电主轴轴承-转子系统的振动特性。

电主轴转子-轴承系统的振动幅值见表 2。

表 2 不同刚度下电主轴系统振幅(单位:mm)

Tab. 2 Amplitude of motorized spindle system with different stiffness(Unit:mm)

转速 $\omega/$ ($r \cdot \min^{-1}$)	轴承刚度 $k_1/(N \cdot m^{-1})$	
	$2.248\ 8 \times 10^9$	$2.248\ 8 \times 10^{10}$
5 000	9×10^{-9}	1.67×10^{-3}
10 000	8×10^{-6}	1×10^{-9}
15 000	1.32×10^{-5}	4×10^{-10}
20 000	4.31×10^{-4}	5×10^{-10}

从表 2 可以看出,随着轴承刚度的增加,系统振幅呈现明显的下降趋势。文献[6]给出了转速为 3 000 r/min 时,不同刚度作用下转子振动响应幅值变化曲线,随着轴承刚度的增加,转子的径向振动幅值逐渐降低。理论仿真结果与文献结果具有相同的趋势,验证了文中模型的正确性。

3 稳定性分析

基于微分方程稳定性理论,式(4)可用一阶常微分方程组表示:

$$\begin{cases} \dot{y} = z \\ \dot{z} = -rz - y + y^3 + f \cos(\lambda t) \end{cases} \quad (5)$$

在系统不受外力的情况下,则:

$$\begin{cases} \dot{y} = z \\ \dot{z} = -rz - y + y^3 \end{cases} \quad (6)$$

首先,得到系统式(6)的不动点:

$$\begin{cases} z = 0 \\ -y + y^3 - rz = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ y = 0, y = 1, y = -1 \end{cases} \quad (7)$$

因此,该系统有 3 个不动点:(0,0),(1,0)和(-1,0)。

将式子(7)写为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(1-3y^2) & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (8)$$

a) 检查固定点(0,0)的稳定性:

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ -1 & -r-\lambda \end{vmatrix} = \lambda(\lambda+r)+1=0 \quad (9)$$

上式的解为:

$$\begin{cases} \lambda_1^{(0,0)} = \frac{1}{2}(-r + \sqrt{r^2-4}) \\ \lambda_2^{(0,0)} = \frac{1}{2}(-r - \sqrt{r^2-4}) \end{cases} \quad (10)$$

1) 当 $r>0$ 时,在固定点(0,0)处, $\lambda_{1,2}<0$,则该不动点是渐近稳定的;

2) 当 $r=0$ 时,在固定点(0,0)处, $\lambda_{1,2} = \pm i$,则该不动点是线性稳定的;

3) 当 $-2<r<0$ 时, $\lambda_{1,2}$ 为复数,且实部为正,则该不动点是失稳的;

4) 当 $r=-2$ 时,在固定点(0,0)处, $\lambda_{1,2}=1$,系统有两个正根,则该不动点是失稳的;

5) 当 $r<-2$ 时,在固定点(0,0)处, $\lambda_{1,2}>0$,则该不动点是失稳的。

b) 检查固定点($\pm 1,0$)的稳定性:

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 2 & -r-\lambda \end{vmatrix} = \lambda(\lambda+r)-2=0 \quad (11)$$

上式的解为:

$$\begin{cases} \lambda_1^{(\pm 1,0)} = \frac{1}{2}(-r + \sqrt{r^2+8}) \\ \lambda_2^{(\pm 1,0)} = \frac{1}{2}(-r - \sqrt{r^2+8}) \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)的第一个方程知,系统方程总是有一个正根,所以该不动点是不稳定的。

由式(4)可知, $r = c/(m \cdot \omega_n) > 0$,所以在固定点($\pm 1,0$)附近,系统是失稳的,在固定点(0,0)附近,系统是渐近稳定的。

4 结论

本文主要研究质量偏心及“负刚度”作用下,转速变化对电主轴转子-轴承系统动力学行为的影响。合理的转速能够避免系统进入混沌运行状态,为电主轴长期处于周期运行提供理论依据,指导实际加工中工艺参数的优化选择。

1) 系统支承刚度为 $k_1 = 2.2488 \times 10^9$ N/m 时,随着转速的增加,系统动力学特性经历了周期运动和混沌运动。当支承刚度增加到 $k_1 = 2.2488 \times 10^{10}$ N/m 时,系统不出现混沌现象,呈现良好的系统稳定性。由此可知,系统刚度的增加抑制了混沌

现象的发生,使得系统始终处于周期性运动状态。随着轴承刚度的增加,系统振幅呈现明显的下降趋势。

2) 系统稳定性分析表明,系统在不动点($\pm 1,0$)附近的运动是不稳定的;在不动点(0,0)附近的运动是渐近稳定的。

参考文献:

- [1] ABELE E, ALTINTAS Y, BRECHER C. Machine tool spindle units[J]. CIRP Annals, 2010, 59(2): 781-802.
- [2] 刘志峰,孙海明. 电主轴滚动轴承轴向预紧技术综述[J]. 中国机械工程,2018,29(14):1711-1723,1763. LIU Zhifeng, SUN Haiming. Review on rolling bearing axial preloaded technique of motorized spindle[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(14): 1711-1723, 1763.
- [3] GAGNOL V, LE T P, RAY P. Modal identification of spindle-tool unit in high-speed machining[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(7): 2388-2398.
- [4] JEDRZEJEWSKI J, KOWAL Z, KWAŚNY W, et al. High-speed precise machine tools spindle units improving[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 162/163: 615-621.
- [5] LIN C W, TU J F, KAMMAN J. An integrated thermo-mechanical-dynamic model to characterize motorized machine tool spindles during very high speed rotation[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(10): 1035-1050.
- [6] 赵耿,刘保国,冯伟,等. 轴承预紧力对转子系统静态特性的影响[J]. 动力学与控制学报,2018,16(6): 520-525. ZHAO Geng, LIU Baoguo, FENG Wei, et al. Influence of bearing preload on static and dynamic characteristics of a rotor system[J]. Journal of Dynamic and Control, 2018, 16(6): 520-525.
- [7] WANG Hong, HAN Qinkai, ZHOU Daning. Nonlinear dynamic modeling of rotor system supported by angular contact ball bearings[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 85: 16-40.
- [8] ZHANG Jinhua, FANG Bin, ZHU Yongsheng, et al. A comparative study and stiffness analysis of angular contact ball bearings under different preload mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 115: 1-17.
- [9] ZHANG Jinhua, FANG Bin, HONG Jun, et al. Effect of preload on ball-raceway contact state and fatigue life of angular contact ball bearing[J]. Tribology Interna-

- tional, 2017, 114(1): 365-372.
- [10] ZHANG Jinhua, FANG Bin, HONG Jun, et al. A general model for preload calculation and stiffness analysis for combined angular contact ball bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 411: 435-449.
- [11] BHOORE S P, DARPE A K. Nonlinear dynamics of flexible rotor supported on the gas foil journal bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(20): 5135-5150.
- [12] CHANG-JIAN C W, CHEN C K. Bifurcation analysis of flexible rotor supported by couple-stress fluid film bearings with non-linear suspension systems[J]. Tribology International, 2008, 41(5): 367-386.
- [13] CHANG-JIAN C W, CHEN C K. Chaos and bifurcation of a flexible rotor supported by porous squeeze couple stress fluid film journal bearings with non-linear suspension[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2008, 35(2): 358-375.
- [14] EBRAHIMI R, GHAYOUR M, KHANLO H M. Nonlinear dynamic analysis and experimental verification of a magnetically supported flexible rotor system with auxiliary bearings[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 121: 545-562.
- [15] CHEN Lumiao, QIN Zhaoye, CHU Fulei. Dynamic characteristics of rub-impact on rotor system with cylindrical shell[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 133: 51-64.
- [16] CUI L, ZHENG J. Nonlinear vibration and stability analysis of a flexible rotor supported on angular contact ball bearings[J]. Journal of Vibration and Control, 2014, 20(12): 1767-1782.
- [17] HARSHA S P. Nonlinear dynamic analysis of a high-speed rotor supported by rolling element bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 290(1/2): 65-100.
- [18] LUO Tianshu, WANG Shuanglian, GUO Yimu. Application of high-dimensional dynamic system in rotor stability analysis[J]. Journal of Zhejiang University, 2007, 41(6): 959-962.
- [19] 马知恩,周义仓. 常微分方程定性及稳定性方法[M]. 北京:科学出版社,2001.
- [20] 顾恩国,王杰群,程丽. 一类二阶二次差分方程的动力学分析[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2011,35(2):421-424.
- GU Enguo, WANG Jiequn, CHENG Li. Dynamic analysis of a class of second-order difference equations [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2011, 35(2): 421-424.
- [21] 胡军浩,晏磊. 一类二维动力系统的稳定性及分叉分析[J]. 中南民族大学学报(自然科学版),2014,33(4):105-109.
- HU Junhao, YAN Lei. Stability and bifurcation analysis of a class of two-dimensional dynamical systems [J]. Journal of South-Central University for Nationalities (Natural Science Edition), 2014, 33(4): 105-109.
- [22] LI Hongqi, SHIN Y C. Analysis of bearing configuration effects on high speed spindles using an integrated dynamic thermo-mechanical spindle model[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2004, 44(4): 347-364.
- [23] RANTATALO M, AIDANPÄÄ J O, GÖRANSSON B, et al. Milling machine spindle analysis using FEM and non-contact spindle excitation and response measurement[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47(7/8): 1034-1045.
- [24] AINI R, RAHNEJAT H, GOHAR R. An experimental investigation into bearing-induced spindle vibration[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 1995, 209(2): 107-114.
- [25] WANG W R, CHANG C N. Dynamic analysis and design of a machine tool spindle-bearing system[J]. ASME Transactions Journal of Vibration Acoustics, 1994, 116(3): 280-285.
- [26] WANG Bo, SUN Wei, WEN Bangchuan. The effect of high speeds on dynamic characteristics of motorized spindle system[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(6): 231-256.
- [27] 戴曙. 机床滚动轴承应用手册[M]. 北京:机械工业出版社,1993.

(责任编辑 王绪迪)