DOI:10.19322/j. cnki. issn. 1006-4710.2021.01.017

# 一种基于点集体素的多质物体分界面 提取方法研究

# 宁小娟,刘 瑛,王怡轩,王映辉

(西安理工大学 计算机科学与工程学院,陕西 西安 710048)

摘要:针对传统的等值面提取方法在提取超过三种以上材质的多质物体分界面时,无法一次性提 取并保留分界面之间拓扑关系的问题,本文提出了一种基于点集体素的多质物体分界面提取方法。 首先,对原始数据进行 Gauss 滤波去噪以求取 Gauss 权重矩阵,并基于权重凸显分界点,再通过球 形邻域进行点集转换以标识分界点,进而达到分界点标识的目的。其次,采用改进的球面收缩方 法,一次性提取出多质物体的多个分界面。最后,基于改进的球面收缩的方法,对提取的多分界面 结果进行分割,并使用基于距离的聚类方法对分割结果进行优化。实验结果表明,该方法可以正确 有效地提取出多质物体的分界面。

#### A method for extracting multi-material interface based on point set voxel

NING Xiaojuan, LIU Ying, WANG Yixuan, WANG Yinghui

(School of Computer Science and Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China) Abstract: Aiming at the problem that the traditional iso-surface extraction method cannot extract and retain the topological relationship between the interface when extracting the interface of multi-material objects with more than three materials in one time, this paper proposed a method for extracting the interface of multi-material objects based on point set voxel. Firstly, the Gaussian weight matrix is obtained by performing Gaussian filtering and denoising on the original data. The dividing point is highlighted based on the weight. Then the point set conversion is carried out through the spherical neighborhood to identify the dividing point, and achieving the purpose of the dividing point identification. Secondly, the method for improved spherical contraction is adopted to extract multi-interfaces of the multi-material object directly. Finally, the extracted multi-interface results are segmented by the improved spherical point contraction method. At the same time, the segmentation results are further optimized by the method of the distance-based clustering. Experimental results demonstrate that this method can correctly and effectively extract the interface of multi-material objects.

Key words: interface; multi-material object; multi-interface segmentation; clustering

多质物体的分界面提取是三维数据场可视化、 逆向工程、三维重建领域的一个研究热点,也在医 学、地质勘探等方面有着重要的应用。传统的等值 面提取方法适用于标量场的可视化问题<sup>[1-2]</sup>。然而, 在现实生活中几乎所有的物体都由三种或三种以上 的材质组成,等值面提取方法很难支撑含有超过三 种材质物体的重建工作。因此,提取多质物体分界 面成为了当前研究工作的重点<sup>[3]</sup>。

目前,已有许多学者对多质物体分界面的提取 展开了相关研究。Shamma等<sup>[4]</sup>提出一种提取多质

第一作者:宁小娟,女,博士,副教授,硕导,研究方向为模式识别与图像处理。E-mail: ningxiaojuan@xaut.edu.cn

收稿日期: 2020-08-09; 网络出版日期: 2020-12-28

网络出版地址: https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1294.N.20201228.1120.008.html

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61871320,61872291);国家重点研发计划资助项目(2018YFB1004905)

通信作者:刘瑛,女,硕士生,研究方向为图形图像处理。E-mail: liuying960928@163.com

物体等值面的方法。该方法首先将区域生长算法[5] 和图割算法<sup>[6]</sup>相结合,对同一类材质的体素进行归 类,然后使用移动立方体算法获取三角网格表示的 各物质的分界面,但是当多质物体包含三种以上的 不同介质时,由该算法提取的分界面变得不理想。 Shamma 等<sup>[7]</sup>又提出一种多图像分割方法提取体数 据图像的边界表面。该方法首先确定一个初始种子 区域,然后在边缘梯度小的地方使用限制的区域增 长方法,最后使用速度函数进行轮廓扩张,直到给出 整个图像的分割结果,从而获得边界表面。王明 等[8-9]提出了对异质物体分界面提取与边界面重构 的方法。该方法对已经标识材质的体数据分别提出 了基于四面体和三棱柱的分界面提取方法,但是该 算法不能一次性提取所需要的多个分界面。Wu 等[10]提出一种能够处理多介质物体的移动立方体 算法。Wang<sup>[11]</sup>提出了一个采用隐式的网格化形式 表示多质物体分界面的方法,但是该算法无法保留 分界面之间的边界信息。Wang 等<sup>[12]</sup>提出一种从医 学图像中检测具有连续变化的梯度幅度边界表面的 方法。Zhang 等<sup>[13]</sup>提出一种基于扩展加权最小二 乘的体数据去噪方法,实现了多质物体的分界面提 取,该方法在去除噪声的同时也能够保持清晰的特 征。Ju 等<sup>[14]</sup>提出一种扩展的移动立方体算法,将移 动立方体算法和对偶算法相结合提取分界面,但是 当介质数量超过三种时,该算法的效果明显下降。 因此,本文通过给图像的每个像素点赋予相应的三 维坐标,将其转为点集体素数据,在此基础上利用改 进的球面收缩方法,一次提取出多质物体的所有分 界面,然后对所有分界面进行分割与优化,从而确定 各个分界面间的拓扑关系。

## 1 多质物体分界点标识

# 1.1 分界点的凸显

由于直接采用球面收缩方法对多质物体进行分界 面提取时,会存在噪声点和局部分界面不清晰等问题。 因此,本文在提取分界面之前先进行分界点的凸显。

1.1.1 Gauss 滤波去噪

在图像处理中,Gauss 滤波方法<sup>[15]</sup>具有一定的 去噪效果,可以通过调整 Gauss 分布参数 σ 改变平 滑的程度。它的思想是对整幅图像的每个像素点加 权平均,每个像素点的值都由其本身和邻域内的像 素值通过加权平均得到。其具体实现过程是使用一 个模板扫描图像中的每个像素,用模板确定的邻域 内像素的加权平均值替代模板中心像素点的灰度 值。该方法中使用的 Gauss 模板是通过离散化二 维 Gauss 函数得到的,计算公式为:

$$G(x_i, y_j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x_i^2 + y_j^2}{2\sigma^2}}, 0 \leqslant i \leqslant m, 0 \leqslant j \leqslant n$$
(1)  
式中:*m* 和*n* 表示图像的大小。

# 具体的去噪流程如下:

1) 计算 Gauss 模板。用式(1)计算 Gauss 模板
 *M*,*M*的大小为 (2*k*+1)×(2*k*+1),那么矩阵中
 的元素 *m<sub>i,j</sub>* 及矩阵*M* 为:

$$m_{i,j} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(i-k-1)^2 + (j-k-1)^2}{2\sigma^2}}$$
(2)

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & \cdots & m_{1,\,(2k+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{\,(2k+1),\,1} & \cdots & m_{\,(2k+1),\,(2k+1)} \end{bmatrix}$$
(3)

 Gauss 滤波。滑动 Gauss 模板,使其中心位 于图像 I 的(x,y)像素上,(x,y)位置的计算式为:

$$\sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-n}^{n} I(x+i, y+i) \cdot m_{i,j}, n = -\frac{2k+1}{2}$$
(4)

对整幅图像的每个像素运用式(4)即可得到 Gauss 滤波结果。本文给图像的每个像素点赋予了 相应的三维坐标,对每个具体点迭代执行从而实现 去噪。

## 1.1.2 基于权重的分界点凸显

基于权重的分界点凸显是给邻域中心点及其邻域 点赋予权重,以此来增大点的自身灰度值,减小其邻域 点的灰度值,这样就可以增大邻域中心点与其邻域点 灰度的差值,也更加合理地利用邻域对邻域中心的影 响,从而凸显分界点。该方法的主要步骤为如下。

1) 计算权重矩阵。根据 Gauss 分布设定了一个权 重矩阵,并将其归一化,得到一个 3×3 的权重矩阵 W:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix}$$
(5)

2) 计算任意一点 P 的灰度值结果。将点 P 的 灰度值乘以权重矩阵中心元素值,P 的邻域点的灰 度值乘以权重矩阵中相应的权重值,然后用点 P 的 计算结果和它的每一个邻域点的计算结果作差值, 并对所有差值求和,该求和结果作为点 P 的灰度 值。对于图像 I(x,y),被权重矩阵 W 覆盖的图像 部分记为矩阵 F:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}$$
(6)

F各位置对应的灰度值记为矩阵G:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}$$
(7)

式中: 0  $\leqslant g_{ij} \leqslant 255$ , 1  $\leqslant i \leqslant 3$ , 1  $\leqslant j \leqslant 3$ 。

以图像的(0,0)位置作为起始位置,首先将权重 矩阵W的中心元素与待处理点(0,0)重合,然后计 算待处理点(0,0)的权重凸显结果。权重矩阵覆盖 的图像的每个点加权结果记为 result<sub>ij</sub>:

$$esult_{ij} = w_{ij} \cdot g_{ij} \tag{8}$$

式中:  $1 \le i \le 3, 1 \le j \le 3$ 。记中心位置的结果为 center, center =  $w_{22} \cdot g_{22}$  那么待处理点(0,0)处的 灰度值为(下式中对 *i*,*j* 同时求和):

$$\sum |result_{ij} - center| \tag{9}$$

3) 对所有点迭代步骤 2),当所有点都计算结束



以物体的一个截面为例,基于权重的分界点凸显方法见图1。图1(c)让权重矩阵中心(图1(a)红色框)与图像灰度示意图上的点(0,0)位置(图1(b) 红色框)重合,计算权重矩阵每个元素和图像中对应 位置灰度值的乘积,然后用权重中心处的结果和各 个邻域点结果作差值,再对差值求和,该求和结果作 为点(0,0)位置的灰度值。再次移动权重矩阵(如图 1(d)所示),使权重矩阵中心元素和处理点(0,1)重 合,计算(0,1)位置的灰度值,依次按照该过程迭代 处理所有点即可得到凸显分界点的结果。





#### 1.1.3 基于球形邻域的分界点标识

通常描述某个点的局部特征时,需要借助其邻 域点的信息。

邻域是一个特殊的区间,以点 a 为中心点的任何开区间称为点 a 的邻域,记作 U(a)。对于任意一个点 O,以 O 为圆心,定长 r 为半径作一个球,包含在该球内的点属于点 O 的球形邻域点<sup>[16]</sup>。

设以点 O 为球心的球形邻域中点的数量为 n, 点集为  $S, S = \{s_i \in S \mid 0 \leq i \leq n\}$ ,  $s_i$  表示第 i 个 点,每个点对应的灰度值的集合为  $G, G = \{g_i \in G \mid 0 \leq i \leq n, 0 \leq g_i \leq 255\}$ ,  $g_i$  表示第 i个点的灰度值,球心 O 的灰度值为  $g_o$ ,则球心 O 的 梯度  $grad_o$  为:

$$grad_{o} = \frac{\sum_{i=0} |g_{o} - g_{i}|}{n}, n > 0 \qquad (10)$$

按照式(10)对每个点基于球形邻域进行转换计算,得到新的数据点集。材质相同的点集则灰度值 都接近于 0,而材质不同的点集则灰度值远大于 0。 按照此过程,本文完成一个个截面的分界点标识工 作,将这些截面组合起来即可得到整个物体的分界 点标识结果。

# 2 多质物体的分界面提取

#### 2.1 改进的球面收缩方法

由于在球面收缩方法中,球面点遇到分界面就 停止不再移动。因而,自遮挡部分的分界面上也就 没有收缩后的球面点。针对此问题,本文对球面收 缩方法进行改进,使得球面点在向球心移动的过程 中,每遇到一次分界面就停止,并将球面点加入到提 取分界面的结果中,直到球面点遇到球心,该球面点 停止移动。同时由于分界面具有一定的厚度,因此, 本文给所有的球面点设置一个标志位,标志位有 0 和1两个状态,0表示未遇到分界面,1表示遇到分 界面。球面点的初始状态都为 0, 在移动的过程中 检测到球面点遇到分界面时,设置球面点的标志位 为1。接着让球面点继续向球心移动,移动过程中 检测球面点的小球形邻域是否包含分界点,当检测 到球面点的小球形邻域中没有分界点时,标记该球 面点的状态为 0, 再继续向球心移动。通过这个方 法可以使得球面点在同一个分界面上只停留一次, 从而达到提取分界面的目的。

根据以上思路,改进后的球面收缩方法的具体 过程分为以下四步。 1)采用均值法<sup>[17]</sup>作物体的最小外接球,设球 面点集的集合为 *P*。

2) 对球面上任意一点 p<sub>i</sub>,沿球心方向以一定的步长向球心 O 移动。在移动过程中检测点 p<sub>i</sub> 是 否遇到球心 O,如果遇到球心则点 p<sub>i</sub> 停止移动。反 之,检测点 p<sub>i</sub> 是否遇到分界面,如果遇到分界面则 点 p<sub>i</sub> 停止移动,并将点 p<sub>i</sub> 加入到提取分界面的结果 中,同时将点 p<sub>i</sub> 的状态设置为 1。

3) 点 *p*<sub>i</sub> 继续向球心移动,移动过程中检测点 *p*<sub>i</sub> 的小球形邻域是否有分界点,如果没有就设置点 *p*<sub>i</sub> 的状态为 0,然后 *p*<sub>i</sub> 执行步骤 2)。

4) 球面上所有的点都执行步骤 2) 和步骤 3) 操作,直到所有球面点全部移动到球心为止。

#### 2.2 多质分界面的分割

在球面收缩方法中,球面点向球心移动的过程 中遇到分界面是有先后顺序的,因此利用球面点遇 到分界面的先后顺序进行分类,将同一顺序检测到 分界面的球面点聚为一类,作为一个分界面,从而实 现多分界面的基础分割。

该方法的具体实现过程是:在生成物体的最小外 接球时,给球面点设置一个顺序属性 type,并初始化所 有球面点的 type 为 0。在球面点向球心 O 移动的过程 中,球面点每遇到一次分界面,球面点的顺序属性 type 就加 1,当所有球面点都收缩结束时,将相同 type 的球 面点聚为一类,表示一个分界面。

图 2 描述了基于球面点收缩顺序的分割方法。 图中绿色点表示球面点,红色点表示第一次收缩到 分界面上的球面点,蓝色点表示第二次收缩到分界 面上的球面点。



图 2 基于球面点收缩顺序的分割方法示意图 Fig. 2 Diagram of segmentation method based on spherical point contraction order

球面点在向球心 O 移动的过程中,第一次遇到 分界面上的点是图中角 α 对应弧上的球面点,将这 部分球面点的顺序属性 *type* 标记为 1。然后球面 点穿过分界面继续向球心移动,第二次遇到分界面 上的点是图中角 β 对应弧上的球面点,将这部分球 面点的顺序属性 *type* 标记为 2。球面收缩后,根据 球面点的顺序属性 *type*,把顺序属性相同的球面点 聚类。将 *type* 为 1 的球面点聚为一类并标记为红 色,*type* 为 2 的球面点聚为一类并标记为蓝色,实 现了采用球面点收缩顺序进行分类的方法。

#### 2.3 优化分割结果

由图 2 可观察到,图中左下角红色点和蓝色点 (右上角红色点和蓝色点)其实属于同一分界面,造 成这一分割结果是由于在球面收缩方法中,球面点 收缩顺序受分界面自身遮挡的影响,使得分割结果 不准确。针对此问题,本文采用基于距离的聚类方 法对多质分界面的结果进行进一步的优化。

首先,通过球面点收缩顺序的方法得到各个聚 类,按照顺序属性值从小到大依次以每一个类为初 始聚类中心,进行基于距离的聚类,将剩余类中满足 距离条件的点加入到这个类中,直到没有点加入时 停止,得到一个聚类结果。然后,选择剩余点中最小 顺序值的那一类作为新的聚类中心进行迭代,直到 没有剩余的点时优化结束。例如,图 2 中红色点的顺 序属性 type 值为 1,蓝色点的顺序属性 type 值为 2。 首先,以红色点为聚类中心,检测 type 值大于 1 的 点,将其与红色点集中任意一点的距离小于一定阈 值的点的顺序属性 type 设置为 1,加入到红色点集 中,直到没有点可以加入时结束。这样就可以通过基 于距离的聚类方法将图 2 中左下角(或右上角)的蓝色 点加入到左下角(或右上角)的红色点类中,表示一个 分界面,从而实现多质分界面提取结果的优化。

# 3 实验结果与分析

#### 3.1 实验环境与实验数据

本文实验的硬件平台为: CPU 为 Intel Core i5-4460 3.2 GHz, 内存为 4GB, 操作系统为 Windows 7(64 位), 编程平台为 Visual Studio 2010。

本文的实验数据集包括两部分:一种是合成数据,一种是点集体素数据。本文中的 Tomato 数据主要是以 PVM 格式存储。对 PVM 格式的体数据,使用 V3 程序(来自:http://www.informatik.ni-erlangen.de)提供的 PVM2RAW 可执行程序将其转换为 RAW 格式,基于 RAW 格式进行进一步的处理。

# 3.2 分界点标识结果

为了验证本文方法的有效性,本文在相关的实验数据集上进行了实验。本文按照 Gauss 去噪、分

界点标识、最后进行基于球形邻域的标识分界点,实验结果见图 3。图 3(a)和 3(d)中红色框部分,可以看出红色框中该局部物质的灰度值和其周围邻域物质的灰度值过于相近,难以区分开来。然而,图 3(d)红色框中该物质的灰度值和其周围邻域物质的灰度值已经有了很明显的差异,图 3(c)是去噪后进行分界点标识,图 3(d)可观察到在不丢失边界的前提下,可以将占整个物体体积比例很小的异质物体的边界清晰的表示出来。实验表明本文方法可以更加准确地标定出分界点,也较好地解决了受邻域信息影响导致的局部分界面不清晰的问题。





(a) Tomato模型截面图



(b) Gauss滤波去噪



(c) 去噪后凸显

(d) 基于球形邻域的分界点标识

图 3 Tomato 模型截面的标识分界点结果 Fig. 3 Marking interface points in Tomato model

# 同时为了验证本文方法的效果,我们进行了对



(i) 优化多分界面分割结果

(j) 优化多分界面分割 结果截面图 比实验,如图4所示。



图 4(a)为原始数据直接进行标识分界点的结果, 该结果对于整个物体体积比例很小的异质物体的边界 描述不清晰。图 4(b)为凸显边界点然后去噪再标识分 界点的结果,可以看出其中的噪声点仍然较多。图 4 (c)为凸显边界点然后标识分界点再进行去噪的结果, 此结果会导致边界缺失不清晰。图 4(d)为本文方法, 本文方法得到的效果相比较而言噪声少,边界较清晰。

# 3.3 分界面提取结果

本文分别针对由立方体和球体构成的多质物体 以及 Tomato 模型进行多分界面提取实验。实验结 果分别见图 5 和图 6 所示。

(I) 优化分割结果②



(k) 优化分割结果①

图 5 多质物体分界面提取结果 Fig. 5 Experimental results from the interface extraction of multi-material object



Fig. 6 Experimental results from the interface extraction of Tomato model

图 5(a) 是一个立方体里面包含两个相同的球 体,图 5(d)是球面收缩的结果,且收缩效果良好,球 面收缩结果截面图 5(e)也证实了这一点。从图中 可以看出球面点(绿色点)很好地描述出了两个球体 各自的形状,而其中有一部分球面点收缩到了球体 的内分界面上(图 5(e)红色框所示),但两个球体的 分界面很薄,对提取分界面的结果影响较小。图 5 (g)是在 5(f)的基础上基于球面点收缩顺序的方法 分割多分界面的结果。从图 5(h)可以看出球面点 收缩到球体的外分界面上和内分界面上表示出的结 果不同。球面点收缩到球体外分界面上的结果如图 5(h)中的红色点所示,球面点收缩到球体内分界面上 的结果如图 5(h)中的蓝色点所示,这个分割结果把收 缩到两个球体分界面上的外侧点和内侧点各分为一 类,该分割结果是不正确的。图 5(i)是在 5(g)的基础 上采用基于距离的聚类方法对分割的分界面进行优 化,因而得到了如图 5(k)和 5(l)所示正确的分割结果。

图 6 是对 Tomato 模型进行多分界面提取的实验结果。Tomato 模型的球面收缩结果如图 6(e)所

示,可以观察到球面点(绿色点)都较好地贴合了 Tomato 模型中的各个分界面(黑色点),收缩效果 良好。对比图 6(b)和 6(f)可以观察到,提取的多分 界面结果能良好的描述 Tomato 模型的外轮廓以及 Tomato 模型中的各个分界面,提取多分界面结果 截面图 6(g)也印证了这一点。其次,对提取到多分 界面的结果(图 6(f))采用基于球面点收缩顺序方 法进行多分界面的分割。分割结果如图 6(h)和 6 (i)所示,图中不同的颜色表示球面点不同的收缩顺 序,图 6(i)为其分割结果截面图,从图中可以观察到 从边缘到中心,球面点的顺序值逐渐增大。最后,对 多分界面的分割结果(图 6(h))采用基于距离的聚 类方法进行优化,其优化结果如图 6(g)~6(n)所示。 其中,图 6(j)是优化后的多分界面分割结果图,图 6 (k)和 6(1)是优化分割结果截面图,图 6(m)和 6(n) 是最终得到的分割结果。

# 4 结 论

本文提出了一种基于点集体素的多质物体分界

面提取方法,该方法可以正确有效地一次性提取多 质物体的所有分界面,多个实验表明本文的提取效 果良好。但是采用本文方法解决分界面自身遮挡问 题时,有部分球面点会停留在分界面的内边界,虽然 不影响对整个分界面的外形描述,但是结果不够准 确。因此,在今后的研究工作中仍需进行深入的 探索。

#### 参考文献:

- [1] 唐泽圣. 三维数据场可视化[M]. 北京:清华大学出版 社,1999.
- [2]张伟. 三维标量场等值面提取关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学,2017.
   ZHANG Wei. Research on key techniques of isosurface extraction in 3D scalar field[D]. Changsha: National U-

niversity of Defense Technology, 2017.

- [3] KOU X. Y, TAN S. T. Heterogeneous object modeling: a review[J]. Computer-Aided Design, 2007, 39 (4): 284-301.
- [4] SHAMMAA M H, SUZUKI H, OHTAKE Y. Extraction of iso-surfaces from multi-material CT volumetric data of mechanical parts[C]//Proceedings of the 2008 ACM Symposium on Solid and Physical Modeling. ACM, 2008: 213-220.
- [5] 郭颖. 基于区域生长的肝脏 CT 图像肿瘤分割方法研究
  [D]. 大连:大连海事大学,2017.
  GUO Ying. Research on tumor segmentation method of liver CT image based on region growth[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2017.
- [6] 王梦娇. 基于图割算法改进的图像分割方法研究[D]. 北京:北京交通大学,2016.

WANG Mengjiao. Research on improved image segmentation method based on graph cut algorithm[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University, 2016.

- [7] SHAMMAA H, SUZUKI H, OHTAKE Y. Creeping contours: a multi-label image segmentation method for extracting boundary surfaces of parts in volumetric images[J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2011, 11(1):011007.
- [8] 王明. 异质物体的分界面提取与边界面重构[D]. 杭州:浙江大学,2014.

WANG Ming. Interface extraction and boundary surface reconstruction of heterogeneous objects[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.

- [9] WANG Ming, FENG Jieqing. 2D-mainfold boundary surface extraction from heterogeneous object on GPU [J]. Journal of Computer Science and Technology, 2012, 27(4): 862-871.
- [10] WU Ziji, JR SULLIVAN J M. Multiple material marching cubes algorithm [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, 58(2): 189-207.
- [11] WANG C C L. Direct extraction of surface meshes from implicitly represented heterogeneous volumes[J]. Computer Aided Design, 2007, 39(1): 35-50.
- [12] WANG Pai, CHENG Liuhang, LIN Bin, et al. Boundary surface detection in 3D biomedical images based on local gradient thresholds[C]//2011 4th International Conference on Biomedical Engineering and Informatics (BMEI). IEEE, 2011, 1: 175-179.
- [13] ZHANG Huanhuan, WANG Yinghui, NING Xiaojuan, et al. Volume data denoising via extended weighted least squares[J]. IEEE Access, 2018, 7: 2750-2758.
- [14] JU Tao, LOSASSO Frank, SCHAEFER S, et al. Dual contouring of hermite data[J]. Acm Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 339-346.
- [15] 王耀贵. 图像高斯平滑滤波分析[J]. 计算机与信息技术,2008(8):79-81,90.
- [16] 孟祥林,何万涛,赵灿,等. 逆向工程中点云邻域搜索
   及法矢估算相关算法研究[J]. 制造技术与机床,2009
   (2):44-47.
   MENG Xianglin, HE Wantao, ZHAO Can, et al.

Point cloud-nearest-neighbor search and normal vector estimation relative algorithm in reverse engineering [J]. Manufacturing Technology & Machine Tools, 2009(2): 44-47.

[17] 蔡睿妍. 基于空域均值法的双频三维轮廓测量[J]. 计算机工程,2012,38(8):239-241,245.
CAI Ruiyan. Dual-frequency three-dimensional profilometry measurement based on mean method of spatial domain[J]. Computer Engineering, 2012, 38(8): 239-241,245.

(责任编辑 王绪迪)