

DOI: 10.19322/j.cnki.issn.1006-4710.2017.01.020

考虑安装误差的弧齿锥齿轮齿面接触印痕仿真分析

苏宇龙¹, 徐敏², 赵兴龙², 张宝锋¹, 李旗¹

(1. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048;

2. 西安航空动力控制科技有限公司, 陕西 西安 710077)

摘要: 齿面接触印痕是衡量齿轮啮合质量的重要指标, 安装误差的不可避免使得弧齿锥齿轮接触印痕的形状、大小和位置往往偏离最初设计。为了探索安装误差对弧齿锥齿轮齿面接触印痕的影响规律, 本文基于齿轮啮合原理, 以一对弧齿锥齿轮副啮合为例, 建立了弧齿锥齿轮切齿加工数学模型, 推导了大小轮理论齿面方程, 分析了小轮轴向安装误差、大小轮轴间距和轴交角误差对齿面接触印痕的影响, 对弧齿锥齿轮的设计制造提供参考。

关键词: 弧齿锥齿轮; 接触印痕; 安装误差; 仿真分析

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-4710(2017)01-0107-06

Tooth contact analysis of spiral bevel gear based on assembly misalignment

SU Yulong¹, XU Min², ZHAO Xinglong², ZHANG Baofeng¹, LI Qi¹

(1. School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology,

Xi'an 710048, China; 2. Xi'an Aero-Engine Controls Co., Xi'an 710077, China)

Abstract: Tooth contact pattern is one of the important indicators for measuring gear meshing quality. Assembly misalignment inevitably makes the shape, size and location of spiral bevel gear contact pattern tend to deviate from the original design. In order to explore the influence of assembly misalignment upon spiral bevel gear tooth surface contact pattern, the authors use a pair of spiral bevel gear meshing as an example; based on the principle of gear meshing they have established spiral bevel gear cutting mathematical mode and deduced the theoretical tooth surface equation of the gear and pinion and analyzed the effect of pinion axial assembly misalignment, distance between shafts and shaft angle on the contact pattern, providing the reference for the design and manufacture of spiral bevel gear.

Key words: spiral bevel gears; contact pattern; assembly misalignment; simulated analysis

弧齿锥齿轮具有承载能力高, 传动平稳等特点, 适用于转速较高或要求结构紧凑的场合, 在航空、汽车及舰船等领域应用广泛。众所周知, 齿面接触印痕的形状、大小和位置是衡量齿轮啮合性能的重要指标, 由于安装误差的不可避免性, 使得弧齿锥齿轮的实际接触印痕往往偏离设计预期, 因此, 研究其接触印痕相对于安装误差的敏感性具有重要意义。

国内外学者对齿轮安装误差与齿轮接触印痕的敏感性相互关系进行了大量研究。吴训成^[1]、唐进元^[2]等提供了一组显示表达的点接触齿面的接触点位置对安装误差敏感的计算公式, 建立了弧齿锥齿轮安装误差敏感性与容差性的分析模型。Simon^[3-4]和汪中厚^[5]分析了安装错位作用下齿面印痕的变化。

苏进展、方宗德等^[6-8]对啮合点处沿齿线方向安装误差的敏感性进行了优化设计和试验。吴训成、毛世民、吴序堂^[9-10]推导了点接触齿面的接触点位置沿公切面内任意垂直两方向安装误差敏感性计算公式, 并用于主动设计中。唐进元等^[11-12]考虑初始计算点位置对安装错位敏感性的影响, 对预定传动误差曲线的弧齿锥齿轮齿面设计方法进行了改进, 降低了安装错位的敏感性。综上所述, 全面考虑各种安装误差对弧齿锥齿轮齿面接触印痕影响规律的文献较少。

为此, 本文主要研究弧齿锥齿轮齿面接触印痕在考虑小轮轴向安装误差、大小轮轴间距和轴交角误差等因素影响下的变化规律。基于齿轮啮合原理推导了刀倾半展成法弧齿锥齿轮切齿加工数学模

收稿日期: 2016-04-20

作者简介: 苏宇龙, 男, 硕士, 助教, 研究方向为机械传动与机械设计。E-mail: suyulong@xaut.edu.cn

型,建立了大、小轮理论齿面方程,通过 MATLAB 仿真,分析了轴向安装误差、轴间距、轴交角对齿面接触印痕的影响。

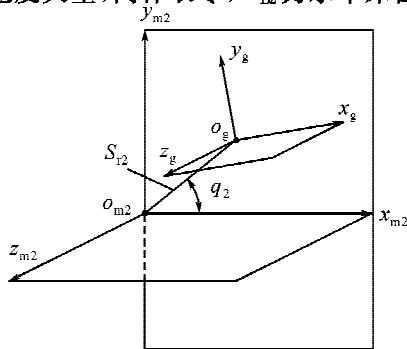
1 大、小轮理论齿面建模

刀倾半展成法中大、小轮均采用单分度的端面滚齿法加工。其中,大轮采用成型法加工,产形轮与轮坯之间无相对运动,大轮齿面为刀刃轨迹面一部分;小轮采用刀倾法展成,产形轮相对于轮坯有相对运动,小轮齿面为刀刃轨迹面簇的包络,亦即小轮齿面与其产形轮齿面完全共轭。本文中,大轮右旋为从动轮,小轮左旋为主动轮。

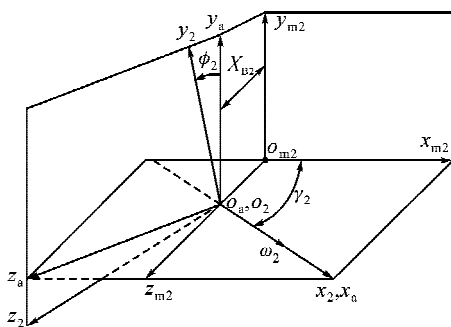
1.1 大轮齿面建模

1) 大轮切齿坐标系

图 1 为大轮切齿坐标系,摇台上的切削刀盘形成左旋的产形轮展成右旋大轮齿面。 S_{m2} 为机床坐标系,刀具坐标系 S_g 固连于切削刀盘,原点 o_g 在刀盘中心, x_g, o_g, y_g 平面位于刀尖平面内。 S_{z2} 为径向刀位, q_2 为角向刀位;辅助坐标系 S_a 固连于机床上,用来表述被加工大轮在机床上的安装位置,坐标轴 x_a 与坐标系 S_{m2} 的坐标轴 x_{m2} 之间的夹角为 γ_2 。坐标系 S_2 为被加工大轮坐标系,原点 O_2 与大轮的节锥顶点重合。大轮动坐标系绕辅助坐标系 S_a 旋转, ϕ_2 为大轮转角,成形法中无展成运动,故取零, ω_2 为大轮角速度矢量,同样取零, X_{B2} 为水平床位。



(a) 右旋大轮刀盘位置



(b) 右旋大轮轮坯位置

图 1 大轮切齿坐标系

Fig. 1 Cutting coordinates of the gear

2) 大轮刀盘坐标系

图 2 为大轮刀盘坐标系,切削刃绕刀具坐标系 S_g 的 z_g 轴旋转 θ_g 形成切削锥面 Σ_g 。 s_g 和 θ_g 为曲面坐标参数, α_2 为刀具齿形角。

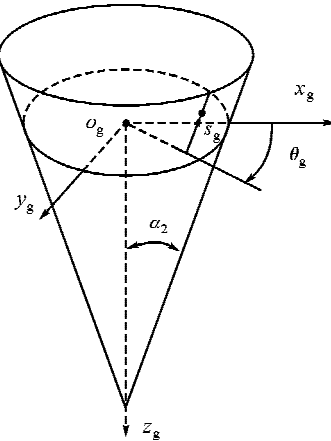


图 2 大轮刀盘坐标系

Fig. 2 Cutter coordinates of the gear

在刀具坐标系 S_g 中,切削锥面 Σ_g 的位矢可以表示为:

$$r_g(s_g, \theta_g) = \begin{pmatrix} (R_g \pm s_g \sin \alpha_2) \cos \theta_g \\ (R_g \pm s_g \sin \alpha_2) \sin \theta_g \\ -s_g \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, R_g 为刀尖半径,正负号分别表示加工大轮凹面和凸面。

大轮切削锥面 Σ_g 的单位法矢可表示为:

$$n_g = \frac{\frac{\partial r_g(s_g, \theta_g)}{\partial s_g} \times \frac{\partial r_g(s_g, \theta_g)}{\partial \theta_g}}{\left| \frac{\partial r_g(s_g, \theta_g)}{\partial s_g} \times \frac{\partial r_g(s_g, \theta_g)}{\partial \theta_g} \right|} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_2 \cos \theta_g \\ \cos \alpha_2 \sin \theta_g \\ \pm \sin \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

3) 大轮齿面方程

将大轮刀具坐标系的位矢转换到与轮坯固连的坐标系中即可得到大轮齿面方程和法矢。

$$\begin{cases} r_2(s_g, \theta_g, \phi_2) = M_{2g}(\phi_2) r_g(s_g, \theta_g) \\ n_2(s_g, \theta_g, \phi_2) = M_{2g}(\phi_2) n_g(s_g, \theta_g) \end{cases} \quad (3)$$

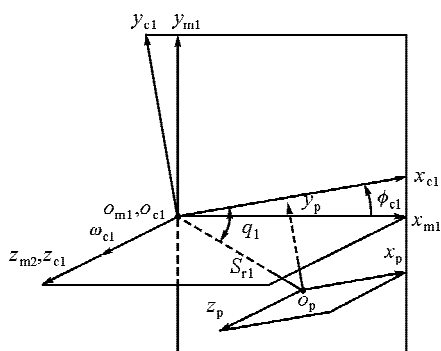
式中, M_{2g} 为刀具坐标系 S_g 到大轮坐标系 S_2 的变换矩阵。由于 $\phi_2 = 0$,化简后得:

$$\begin{cases} r_2 = r_2(s_g, \theta_g) \\ n_2 = n_2(s_g, \theta_g) \end{cases} \quad (4)$$

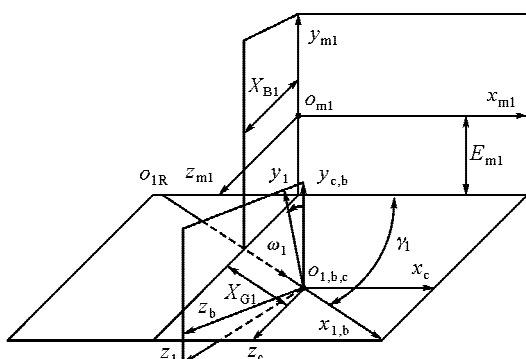
1.2 小轮齿面建模

左旋小轮齿面的建模过程与上述推导类似,其切齿坐标系、刀盘坐标系分别如图 3 和图 4 所示。

图 3 和图 4 中,脚标 1 和 p 表示小轮, S_{c1} 为摇台坐标系, ω_{c1} 为摇台角速度, ϕ_{c1} 为摇台转角, S_c 和 S_b 为辅助坐标系, E_{m1} 为垂直轮位, X_{G1} 为轴向轮位,



(a) 左旋小轮刀盘位置



(b) 左旋小轮轮坯位置

图3 小轮切齿坐标系

Fig. 3 Cutting coordinates of the pinion

其他参数定义与大轮类似。

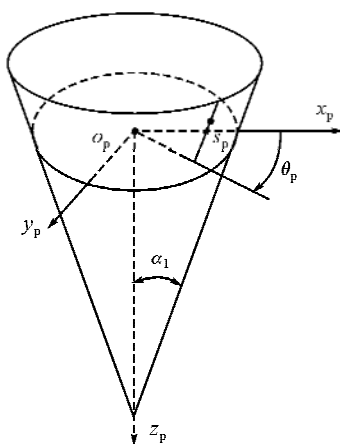


图4 小轮刀盘坐标系

Fig. 4 Cutter coordinates of the pinion

不同于成形法大轮齿面加工,刀倾展成法加工的小轮齿面是由刀盘切削锥面 Σ_p 包络而成,其方程的建立,一般借助式(5)所示小轮齿面的切齿啮合方程消去 ϕ_1 ,以减少方程组个数,降低方程组对初值的敏感性。

$$f_1(s_p, \theta_p, \phi_1) = \left(\frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial s_p} \times \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \theta_p} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \phi_1} = 0 \quad (5)$$

最终可得小轮齿面的位矢和法矢方程如式(6)所示:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(s_p, \theta_p) \\ \mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(s_p, \theta_p) \end{cases} \quad (6)$$

2 齿面啮合仿真

轮齿啮合坐标系如图5所示,图中 φ_1, φ_2 分别表示小轮和大轮的啮合转角。图6所示为安装误差示意图,图中 $\Delta\Sigma$ 表示轴交角误差, ΔV 表示偏置距误差, ΔH 表示小轮轴向误差。

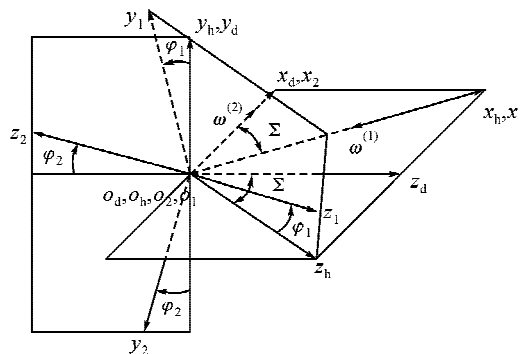


图5 啮合坐标系

Fig. 5 Meshing coordinates

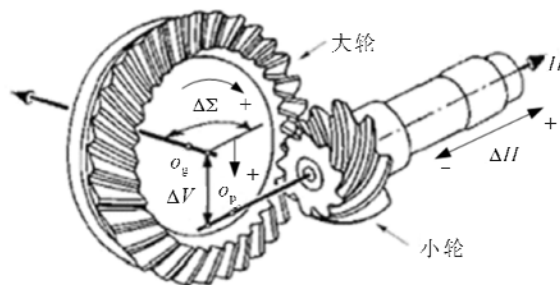


图6 安装误差示意图

Fig. 6 Assembly misalignment diagram

为进行齿面啮合仿真,需将大小轮齿面转换到同一坐标系下,转换过程中,将安装误差均归到小轮坐标变换中,最终得到齿轮啮合坐标系 S_h 中大、小轮齿面的位矢和法矢:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \varphi_1, \Delta\Sigma, \Delta V, \Delta H) = \\ \mathbf{M}_{h1}(\varphi_1, \Delta\Sigma, \Delta V, \Delta H) \mathbf{r}_1(s_p, \theta_p) \\ \mathbf{n}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \varphi_1, \Delta\Sigma, \Delta V, \Delta H) = \\ \mathbf{M}_{h1}(\varphi_1, \Delta\Sigma, \Delta V, \Delta H) \mathbf{n}_1(s_p, \theta_p) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \varphi_2) = \mathbf{M}_{h2}(\varphi_2) \mathbf{r}_2(s_g, \theta_g) \\ \mathbf{n}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \varphi_2) = \mathbf{M}_{h2}(\varphi_2) \mathbf{n}_2(s_g, \theta_g) \end{cases} \quad (8)$$

两齿面啮合需满足如下啮合方程:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \varphi_1, \Delta\Sigma, \Delta V, \Delta H) = \mathbf{r}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \varphi_2) \\ \mathbf{n}_h^{(1)}(s_p, \theta_p, \varphi_1, \Delta\Sigma, \Delta V, \Delta H) = \mathbf{n}_h^{(2)}(s_g, \theta_g, \varphi_2) \end{cases} \quad (9)$$

由方程组(9)可得5个独立的标量方程,但有6个未知数,若按步长给定小轮转角 φ_1 作为输入,则

方程组得解。每个小轮转角对应一个啮合点,从进入啮合到退出啮合的所有啮合点构成接触迹线。齿面的弹性变形量 d 一般取 $0.00635\text{ mm}^{[13]}$,则可求出每个接触点的瞬时接触椭圆的大小和方向,而这些连续的瞬时接触椭圆便构成了弧齿锥齿轮的齿面接触印痕。

根据传动误差的定义,齿轮副的传动误差曲线可由下式获得:

$$\Delta\varphi_2 = (\varphi_2 - \varphi_2^{(0)}) - \frac{z_1}{z_2}(\varphi_1 - \varphi_1^{(0)}) \quad (10)$$

式中, $\varphi_2^{(0)}$ 、 $\varphi_1^{(0)}$ 分别表示大、小轮初始转角, z_1 、 z_2 分别表示小轮和大轮齿数。

3 算例

根据上述分析,以一对弧齿锥齿轮啮合为例,验证齿面接触印痕相对于安装误差的敏感性。齿轮副基本参数见表 1~3。

表 1 齿轮副基本参数
Tab. 1 Basic parameters of the gear pair

参数名称/单位	大轮	小轮
齿数/个	53	47
端面模数	3	3
外锥距/mm	106.258 6	106.258 6
齿宽/mm	20	20
齿顶高/mm	2.300 1	2.799 9
齿根高/mm	3.399 9	2.900 1
节锥角/(°)	48.433 6	41.566 4
根锥角/(°)	46.600 9	40.003 1
面锥角/(°)	49.673 7	43.075 8

表 2 大轮加工参数
Tab. 2 Machining parameters of the gear

参数名称/单位	大轮
加工凹面时刀具齿形角/(°)	19.083 3
加工凸面时刀具齿形角/(°)	20.916 7
刀盘公称直径/mm	152.4
刀顶距/mm	1.4
径向刀位/mm	84.573 6
角向刀位/mm	-49.325 9
床位/mm	0.000 44
轴向轮位/mm	0
垂向轮位/mm	0
切削滚比	1.336 6
刀尖过渡圆弧半径/mm	0.64

表 3 小轮加工参数
Tab. 3 Machining parameters of the pinion

参数名称/单位	凸面	凹面
刀具齿形角/(°)	20.916 7	19.083 3
刀尖直径/mm	154.2	154.2
刀尖过渡圆弧半径/mm	0.64	0.64
径向刀位/mm	86.827 2	82.491 1
角向刀位/mm	46.816 4	51.968 7
床位/mm	-0.579 6	1.779 6
轴向轮位/mm	0.00	-2.768 4
垂向轮位/mm	0.00	-1.345 0
切削滚比	1.540 4	1.474 0

图 7~11 分别为考虑小轮轴向安装误差、轴间距和轴交角对齿轮啮合印痕影响的仿真结果。图中“·”为初始无误差位置,“+”表示误差增大,“o”表示误差减小。

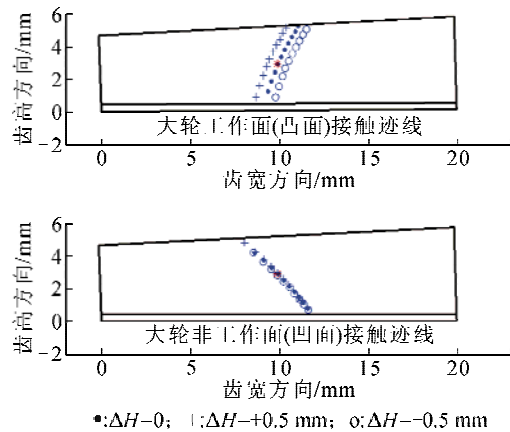


图 7 小轮轴向安装误差对印痕位置的影响
Fig. 7 Effect of pinion axial assembly misalignment on the contact pattern

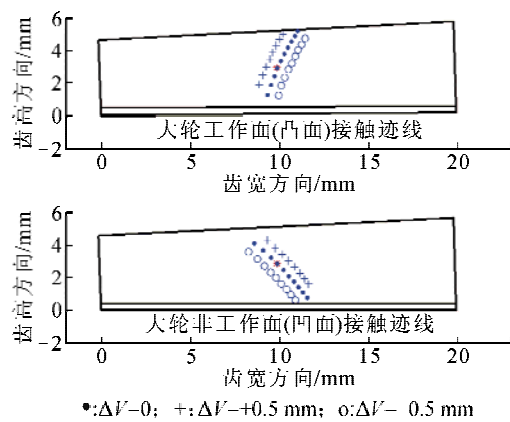


图 8 轴间距对印痕位置的影响
Fig. 8 Effect of the distance between shafts on the contact pattern

图 7~9 的仿真结果表明:当上述安装误差为正时,大轮工作面接触印痕向小端方向偏移,这其中,

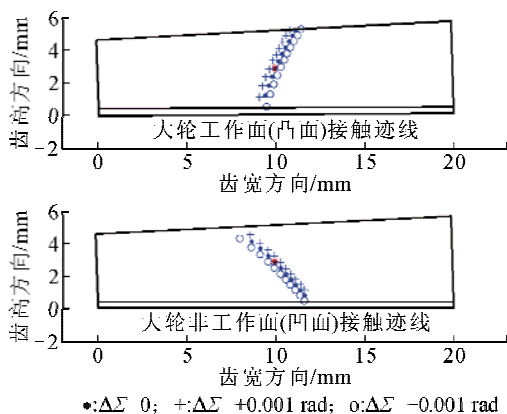


图 9 轴交角对印痕位置的影响
Fig. 9 Effect of shaft angle on the contact pattern

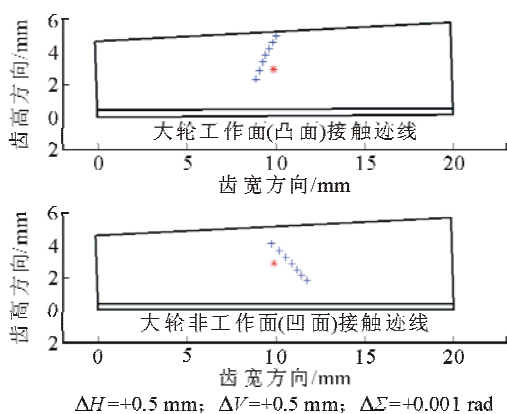


图 10 三种误差处于极限情况的接触印痕
Fig. 10 Contact pattern of three kinds of misalignments in limiting cases

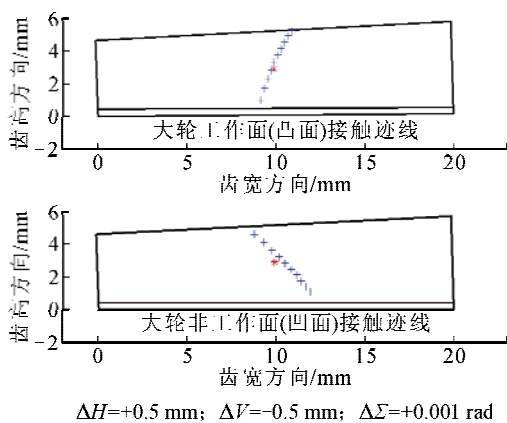


图 11 三种误差随机组合情况之一
Fig. 11 Random combination of three misalignments

接触印痕对于轴间距误差较为敏感,轴间距误差的增大,将使得工作面的接触区减小;当安装误差为负时,大轮非工作面接触印痕向大端方向偏移。对于大轮非工作面,小轮轴向安装误差对接触印痕影响不明显,轴交角误差和轴间距误差对接触印痕的影响与工作面相反。

图 10 所示极限情况下,接触印痕偏离较大,且

接触区更小。图 11 所示三种误差在某一随机组合情况下,接触区和印痕偏移均不大,这说明,安装误差对齿轮副接触印痕的影响有利有弊,有些情况下可以通过对齿轮安装位置的合理调整,达到优化接触印痕的效果,工程应用中应根据实际情况酌情调整。

4 结 论

1) 以一对弧齿锥齿轮啮合为例,推导了弧齿锥齿轮齿切齿加工数学模型,建立了完整的理论齿面方程。

2) 在考虑安装误差的情况下进行了弧齿锥齿轮齿面接触印痕仿真,获得了三类安装误差对齿面接触印痕的影响规律。

3) 安装误差会改变弧齿锥齿轮最初设计的接触区形状、大小和位置,控制其安装误差可以有效改善齿轮的啮合性能和传动质量。

参考文献:

[1] 吴训成,毛世民,吴序堂. 点接触齿面的安装误差敏感性研究[J]. 中国机械工程, 2000, 11(6): 700-703.
WU Xuncheng, MAO Shimin, WU Xutang. Research on the error sensitivity of point-contact tooth surfaces with respect to the mounting errors[J]. China Mechanical Engineering, 2000, 11(6): 700-703.

[2] 唐进元,雷国伟,杜晋,等. 螺旋锥齿轮安装误差敏感性与容差性研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(8): 1878-1885.
TANG Jinyuan, LEI Guowei, DU jin, et al. Research on alignment error sensitivity and tolerance limit analysis of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(8): 1878-1885.

[3] SIMON V. Computer simulation of tooth contact analysis of mismatched spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(3): 365-381.

[4] SIMON V. Influence of tooth errors and misalignments on tooth contact in spiral bevel gear[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(10): 1253-1267.

[5] 汪中厚,余剑,张兴林. 安装误差对弧齿锥齿轮齿面接触轨迹影响的分析研究[J]. 机械传动, 2014, 38(2): 21-24.
WANG Zhonghou, YU Jian, ZHANG Xinglin. Analysis and study on the influence of installation error on spiral bevel gear tooth surface contact trajectory[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014, 38(2): 21-24.

[6] 苏进展,方宗德. 弧齿锥齿轮误差敏感性优化设计[J]. 航空动力学报, 2012, 27(11): 183-189.
SU Jinzhan, FANG Zongde. Optimization design of the

- error sensitivity for spiral bevel gears[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(11): 183-189.
- [7] 苏进展, 方宗德. 弧齿锥齿轮印痕稳定性优化设计与试验[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(11): 2622-2628.
SU Jinzhan, FANG Zongde. Optimization design and test of stability of contact patterns of spiral bevel gears [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(11): 2622-2628.
- [8] 苏进展, 方宗德. 弧齿锥齿轮低敏感性修形[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(8): 1895-1901.
SU Jinzhan, FANG Zongde. Low sensitivity modification for spiral bevel gears [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(8): 1895-1901.
- [9] 吴训成, 毛世民, 吴序堂. 点接触齿面在控制误差敏感性条件下的二阶参数设计[J]. *西安交通大学学报*, 1999, 33(11): 86-89.
WU Xuncheng, MAO Shimin, WU Xutang. Effect of second-order parameters on design for point-contact tooth surface by controlling error sensitivity[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 1999, 33(11): 86-89.
- [10] 吴训成, 毛世民, 吴序堂. 点接触齿面啮合分析的基本公式及其应用研究[J]. *机械设计*, 2000, 17(2): 15-18.
WU Xuncheng, MAO Shimin, WU Xutang. A study on the fundamental formula for the meshing a analysis of point-contact tooth surfaces and their application[J]. *Journal of Machine Design*, 2000, 17(2): 15-18.
- [11] 唐进元, 雷国伟, 杜晋, 等. 螺旋锥齿轮安装误差敏感性与容差性研究[J]. *航空动力学报*, 2009, 24(8): 1878-1885.
TANG Jinyuan, LEI Guowei, DU Jin, et al. Research on alignment error sensitivity and tolerance limit analysis of spiral bevel gears[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(8): 1878-1885.
- [12] 唐进元, 杜晋. 考虑安装误差敏感性的螺旋锥齿轮主动设计方法[J]. *中国机械工程*, 2009, 20(10): 1197-1201.
TANG Jinyuan, DU Jin. Active design method of spiral bevel gears considering mounting error sensitivity [J]. *China Mechanical Engineering*, 2009, 20(10): 1197-1201.
- [13] 方宗德, 郭琳琳, 苏进展, 等. 基于齿面印痕控制的弧齿锥齿轮公差优化设计[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(7): 223-228.
FANG Zongde, GUO Linlin, SU Jinzhan, et al. Optimal design of tolerance for spiral bevel gears by controlling contact path[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(7): 223-228.

(责任编辑 王绪迪, 王卫勋)